

НАСТАВНО-НАУЧНОМ ВЕЋУ УЧИТЕЉСКОГ ФАКУЛТЕТА УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Наставно-научно веће Учитељског факултета у Београду, на седници одржаној 22.08.2013. године, изабрало нас је у Комисију за оцену и одбрану докторске дисертације ***Реално окружење у почетној настави геометрије***, коју је овом Већу поднела мр Оливера Ђокић, асистент на Учитељском факултету у Београду. Након што је комисија проучила наведену дисертацију, подноси Већу следећи

ИЗВЕШТАЈ

1. Основни подаци о кандидату и дисертацији

Оливера (Јован) Ђокић рођена је 1972. године у Сарајеву. 1991. завршила је Математичку гимназију. Учитељски факултет у Београду уписала је 1995. На истом је дипломирала 1999. и остварила просечну оцену током студија 9,71 и одбранила дипломски рад *Конструкције лењиром и шестаром* оценом 10. Магистарске студије на Учитељском факултету у Београду уписала је академске 2000/2001., смер Методика наставе математике и успешно их завршила и остварила просечну оцену током студија 10. Магистарску тезу *Појам линије у почетној настави геометрије* одбранила је 2005. Докторска дисертација је пријављена 16.09.2008. године и одобрена од Већа научних области друштвено-хуманистичких наука Универзитета у Београду 24.02.2009. године. На Учитељском факултету у Београду засновала је радни однос 2000. године, прво као сарадник на пројекту, а 2001. као асистент приправник. 2006. године изабрана је у звање асистента из уже научне области Методика наставе математике. На том радном месту и данас ради.

Добитник је награде „Златна табла“ 2006. године на 37. међународном сајму опреме и средстава за савремену наставу додељену групи аутора *Завода за уџбенике*. 2003. боравила је, у оквиру студијског путовања, на *Teacher Training School, Helsingin II normaalikoulu*. Била је стипендиста више фондација: *WUS Austria Belgrade Office, Задужбине „Студеница“ Конгреса Српског Уједињења, Центра за српске студије у Београду и Фонда за отворено друштво*.

Библиографија радова кандидата (избор):

- *Појам линије у почетној настави геометрије*, Учитељски факултет, Београд, 2007. (монографија)
- „Експеримент као значајна подршка интуитивног пута изграђивања појма линије у почетној настави геометрије“. У: *Дидактичко-методички аспекти промена у основношколском образовању*, Учитељски факултет, Београд, 2007, 118-129.
- „Модел уџбеника као основе активног учења у настави математике“, *Иновације у настави*, 1, Учитељски факултет, Београд, 2008, 70-79. (коаутор)
- „Како једноставно дијагностиковати математичке способности ученика“. У: *Практични аспекти савремених схватања даровитости* (коауторство),

Виша школа струковних студија за образовање васпитача, Вршац, 13, 2008, 74-84. (коаутор)

- „Задаци оријентисани на примену знања – од (новог) наставног програма до (нових) уџбеника почетне наставе математике“. У: *Иновације у основношколском образовању – од постојећег ка могућем*, Учитељски факултет, Београд, 2008, 192-207.
- „Udžbenik matematike za aktivnog učenika“. У: *Dani „Mate Demarina“ Pula-Medulin*, 10. međunarodni znanstveni skup, Hrvatska, Pula: Sveučilište „Jurja Dobrila“, 2009, 483-498. (коаутор)
- „Didactics of Mathematics Course in Teachers Education“, Пятая международная научно-теоретическая конференция *Образование и наука в третьем тысячелетии*, Барнаул, Издательство Алтайского Университета, 27-31. марта 2009, 13-21. (коаутор)
- „Kriterijumi evaluacije praktične nastave studenata“, International Conference *Promoting teacher education – From intake system to teaching practice*, Curriculum Reform in Teacher Education, Jagodina, 19-20 May 2009. (коаутор).
- “Asking Questions in Assessment of Students in Elementary Teaching of Mathematics”, *14th International Conference „Evaluation in education in the balkan countries“*, Belgrade, 16 – 18th June 2011, Serbia. (coauthor)
- „О мотивацији и учењу геометрије на предшколском узрасту“. У: *Методички аспекти наставе математике II*, Јагодина, 2012, 183-198. (коаутор)
- „Didaktičko-metodička funkcija pitanja u početnoj nastavi matematike“, *Pedagoška stvarnost*, Novi Sad, 2013, Vol. 58, бр. 7-8. (коауторство)

Учесће на пројекту

Harmonization and Modernization of the Curriculum for Primary Teacher Education (*HAMOC*), Teachers' Training Faculty, Sombor, Serbia 2011-2014.

2. Предмет дисертације је теоријско и експериментално испитивање и проучавање ефеката наставног приступа ‘реално окружење’ у почетној настави геометрије утемељеног у теорији реалистичног математичког образовања подржан пропратним иновативним уџбеником.

Издвојена су три **циља дисертације**. Први се односио на проучавање теоријских основа – геометријских и дидактичко-методичких – употребом методе теоријске анализе. Други циљ односио се на представљање резултата експерименталног дела истраживања којим је испитивано на који начин реално окружење у геометријским садржајима IV разреда почетне наставе математике утиче на постигнућа ученика (по нивоима знања) и резонување, као и ученичку мотивацију за учење. Овде је употребљена експериментална метода. И, коначно, трећи циљ односио се на представљање иновативног модела уџбеника као практичне имплементације који подржава конструктивистички приступ настави у реалном окружењу. Указано је на неке међународне и домаће пројекте које у својим концепцијама математичког образовања за основно полазиште користе реално окружење. Протумечени су кључни резултати истраживања и дате њихове

методичке импликације на почетну наставу математике добијене на основу експерименталног истраживања.

3. Општа хипотеза од које се пошло у истраживању је да реално окружење као наставни приступ и пропратни иновативни модел уџбеника почетне наставе математике позитивно утичу на постигнућа и мотивацију ученика IV разреда.

4. Кратак опис садржаја дисертације. Дисертација мр Оливере Ђокић, *Реално окружење у почетној настави геометрије*, има укупно 478 страна компјутерски сложеног текста. Од тога 353 стране чини основни текст, 16 страна литература (која садржи 205 библиографских јединица) и 109 страна прилога. Основни текст структурисан је у неколико поглавља: *Увод* (13-27); *Теоријске основе истраживања* (28-225) са поднасловима: *Геометријске основе* (28-54) и *Дидактичко-методичке основе* (55-225); *Методолошки оквир истраживања* (226-353); *Литература* (354-369); *Прилози* (370-478). Сем уводних разматрања, сваки од наведених поглавља артикулисан је одговарајућим подпоглављима који чине више међусобно повезаних целина.

I У **Уводу** дисертације наводе се разлози опредељења за изабрану тему. Приликом разматрања перспектива наставе геометрије, издвојен је став да основношколска настава геометрије не би требало да је сведена само на увођење појмова / термина. Уместо тога пожељно би било да помогне ученицима у побољшавању способности *просторног резоновања* и унапређивању искустава при *мерењу дужине, површине и запремине*, посебно у почетној настави.

Важно полазиште дисертације јесте *наставни приступ* у почетној настави геометрије заснован на реалном окружењу и Фројденталовој дидактичкој феноменологији и концепцији математичког образовања. Реално окружење као извор математичких појмова и места примене знања основна су полазишта *Реалистичног математичког образовања РМО* у оквиру ког се Фројдентал заложио за повезивање математике са реалним ситуацијама блиским деци и релевантним за друштво (Freudenthal 1968). Процес учења математике према овом приступу јесте *вођени процес (поновног) открића* математичких идеја са основним циљем разумевања поступка математизације.

II Теоријске основе истраживања обухватају два поглавља:

1) *Геометријске основе*

Кандидат се бавио, у намери да расветли пут развоја геометрије у историјској перспективи, неким њеним специфичностима, њеној повезаности са интуитивном основом и логичким сређивањем и структурисањем. Опредељење кандидата приликом састављања наставног материјала у оквиру експерименталног дела истраживања јесте приступ геометријском штиву које би ученицима омогућио да, на сличан начин како су се откривале идеје кроз историју геометрије, дођу до геометријског сазнања у настави. Историјски преглед прво се даје од најстаријих геометријских тврђења, раста геометријског знања у раном периоду, преко идеја

Еуклида и његових следбеника, Хилбертових основа геометрије, па све до идеје хиперболичке геометрије. Креће се од модела и слика, преко геометријског простора, његових објеката и поимања њихових међусобних односа, односно од очигледних слика са идејом да се на старијем узрасту дође до апстракција у поступку доказивања. Пут који се следи у настави иде од опажајне геометрије до геометријских дедукција кроз форму историјско-искуствене равни детета, ослањајући се на нивое кроз које пролази школска геометрија: 1) интуитивни, 2) геометрија у духу Талеса и Питагоре – предеуклидска геометрија и 3) еуклидска геометрија (Глейзер, 1991, Глејзер 1997, Марјановић 2007). Геометрија почетне наставе представља, дакле, припрему за предеуклидску геометрију.

Кандидат разматра филозофске идеје великог класика А. Поенкареа које се односе на човеково искуство и заснивање геометрије, као и однос геометријског и физичког простора (Poincaré 1905, према Ђокић 2007). Простор формиран помоћу наших чула само је слика геометријског простора, слика подвргнута врсти перспективе, а представљање објеката у њему је могуће тако што се они подвргавају законитостима перспектива. Не представљају се спољашња тела у геометријском простору, већ се о телима расуђује као да су она смештена у геометријски простор. Важно питање у овом делу дисертације односи се на *просторно резоновање (расуђивање)*. Указује се на опасност да корен дубоког неразумевања простора може да буде неусаглашеност између познавања геометријског простора и интуитивног поимања простора (Романо 2009).

2) Дидактичко-методичке основе

У оквиру овог поглавља кандидат се бави улогом *дечјег просторног поимања* у почетној настави геометрије, расветљавајући основне тешкоће са којима се учитељи и ученици суочавају у настави (Berhelot & Salin 1998) и *развојем просторног мишљења деце и апстаркцијама* (Yakimanskaya 1991). Разматран је однос између процеса подучавања и развоја просторног мишљења код деце. Резултати показују да подучавање може да помогне и унапреди ментални развој само тамо где се ментална активност директно подражава, мењајући је и водећи у изабраном смеру.

Веома важно питање које кандидат обрађује у оквиру овог поглавља јесте питање *уџбеника* математике. Изражава се став о образовном систему, као великом систему, инертном и као таквом он се тешко мења и изводи из затеченог стања. Мера неуређености једног система је ентропија, а у образовном систему она је присутна. Кандидат уочава да је уџбеник средство које може битно да утиче на промену таквог стања. Велика пажња посвећена је разматрању теоријске концепције уџбеника, као и домаћим и неким међународним студијама које су се бавиле уџбеником и то у два смера: 1) како уџбеник утиче на побољшање учења и подучавања и 2) како даје методолошке смернице у обликовању математичких планова и програма. Посебно је разматрано стање у курикулумима Финске, затим Сингапура, Хонг Конга, Енглеске, Холандије и Аустралије (Martio 2009; Clarke, Goos & Morony 2007, према Anderson 2009; Heuvel-Panhuizen 2001). Уочен је заједнички

елемент – учење путем решавања проблема. У свим наведеним курикулумима препознат је као важна вештина, укључујући процесе анализирања, интерпретације, резоновања, предвиђања, евалуације и рефлексije, па је, стога, и анализиран. Сагледаван је значај уџбеника са аспекта развоја мишљења као важног средства у учењу и подучавању (Gutierrez et al. 2005). Отуда је за кандидата важно питање како уџбеником подстаћи развој геометријског мишљења тј. како формирати дечју 'навика ума' на геометријско резоновање које иде ка системском мишљењу (Hershkowitz 1998, Steen 1999, Prenger 2005, Diezmann et al. 2002).

Истраживање је даље усмерено на то какво знање очекујемо да ученици покажу учећи из савремено обликованог основношколског уџбеника, с обзиром на његову епистемолошку и логичку природу. У основи систематизације и класификације захтева или нивоа знања коришћена је Блумова класификација (Bloom 1981). Проблем је даље продубљен питањем учења путем решавања проблема и то у више различитих окружења (контекста) (Skvovsmose 2002, Perin 2008, Zech 1998), што је кандидата водило ка анализи уџбеника почетне наставе математике (Ђокић 2008), а затим довело до испитивања у дисертацији којим нивоом знања ученици владају са аспекта заступљености у задацима: 1) чињеница и информација и то 1.а. препознавања и репродукције знања до 1.б. разумевања и 2) примене наученог и то 2.а. у математичком и у 2.б.1. семи-реалном и 2.б.2. чисто реалном (прави проблемски задаци). Иста класификација кандидату је послужила при тестирању знања ученика (нивои постигнућа).

Мотивацију за учење математике, спољашњу и унутрашњу, кандидат прихвата као значајне компоненте у достизању циља учења и обучавања *с разумевањем*, што је идеја која се прати по Р. Скемпу (Skemp 1986). Озбиљно је питање како код већине ученика развити интересовање за геометрију и постићи бољи успех из ове области математике. Најважнији од њих по Глејзеру је промена водећих циљева наставе геометрије у школи (Глејзер 1997). Какви год да се циљеви декларишу у наставном програму, школски уџбеник и традиција у настави доводе до представе да је основни циљ наставе геометрије, па и почетне наставе, развијање логичког мишљења код ученика. Тај циљ се претвара у задатак недостижан на раном степену образовања. Зато се кандидат определио да истражи како учење путем (поновног) откривања, које одговара природи процеса учења, као и природи науке (није просто преношење и усвајање готових знања, већ активно учешће ученика у изграђивању знања заснованих на решавању проблема), развија интересовање за учење геометријских садржаја.

Следеће важно подпоглавље којим се кандидат бави јесте *наставни приступ* у почетној настави геометрије заснован на реалном окружењу и Фројденталовој дидактичкој феноменологији и концепцији математичког образовања (кандидат се бавио уопште питањима теорија математичког образовања). Реално окружење као извор математичких појмова и места примене знања основно је полазиште *Реалистичног математичког образовања* – РМО покренутог у Холандији у оквиру ког се Фројдентал заложио за повезивање математике са реалним

ситуацијама блиским деци и релевантним за друштво (Freudenthal 1968). Процес учења математике требало би да буде *вођени процес (поновног) открића* математичких идеја са основним циљем разумевања поступка математизације уместо овладавања затвореним системом чињеница. Описани су приступи математичком образовању: 1) механицистички, 2) емпиријски, 3) структуралистички и 4) реалистични (Freudenthal 1991, Treffers 1991, Romano 2009, ЛОТ). Изнете су основне карактеристике, основни принципи и принципи учења и подучавања у РМО, са посебним освртом на математичко моделовање и могућу примену већ у почетној настави (Stillman 2007, English & Watters 2004). Занимљив је пример који кандидат преноси као лично искуство у академском раду са студентима будућим учитељима. Пример приказује математичко моделовање осмогодишњака и учитељево усмеравање кроз питања како би ученик био оспособљен за препознавање и превођење реалистичне у одговарајућу математичку структуру, али и из реалистичне у математичку, и на тај начин постепено припреман за далеко сложеније математичке садржаје. Указано је на неке међународне и домаће пројекте које у својим концепцијама математичког образовања за основно полазиште користе реално окружење (Милинковић, Ђокић и Дејић 2008). Кандидат се даље бавио реалистичном геометријом и геометријом у контексту и решавањем проблема. Разматрани су традиционални проблемски задаци према правим проблемским захтевима (Schoendfeld 1989, Cooper & Harries 2002). Дат је преглед и неких истраживања који се баве геометријом у контексту, нпр. истраживања у Ђенови и Модени теоријског оквира Бартолинија и Боера који укључује културна и когнитивна питања учења геометрије у контексту (Bartolini and Boero 1998). Кандидат је посветио посебно подпоглавље питању изграђивања апстрактног математичког знања у контексту (Kjeldsen 2009, Dreyfus 2012). У оквиру њега бавио се теоријским оквиром названим *апстракција у контексту АiС* који показује двоструку улогу – као методолошки алат и као теорија у развоју (Hershkowitz et al. 2001). Он представља оквир за описивање, анализирање и интерпретацију менталне активности ученика и истовремено истраживања о како индивидуалној тако и колективној менталној активности ученика. Кандидат даље разматра *теорије развоја геометријског мишљења*: 1) Ван Хилеову (модел развоја геометријског мишљења као основа за разумевање дечијих развојних способности), 2) Фишбајнову (теорија фигуралних појмова и геометријско резоновање као интеракција између два аспекта, сликовног и појмовног) и Дувалову (теорија учења геометрије и геометријско резоновање са три врсте когнитивних процеса – визуелизацијом, конструкцијом и резоновањем). Свака од наведених теорија обезбеђује основу за даља истраживања о геометријском резоновању ученика и аспектима визуелизације и конструкције који јој припадају. Како се геометрија развија обухватајући разумевање различитих визуелних феномена, било је неопходно разјаснити шта се подразумева под појмом геометријско резоновање (потребно за решавање геометријских проблема који укључују визуелне феномене) и како се такво резоновање одвија. На крају овог поглавља кандидат се бави појмом *учења путем (поновног) открића* (Freudenthal 1991, Мићић 1999, Мићић 2005, Cai 2003), при чему се откриће

прихвата као „сазнање уз које се може ‘придружити’ нека од карактеристика правих открића“ (Мићић 2005: 15). Анализиран је Мићићев модел којим се успоставља договор о поменутом учењу. Овде је посебно наглашена употреба манипулативног материјала и подстицање на манипулативно, посебно у уџбеницима математике, односно манипулативни материјал као покретач у изграђивању геометријског знања (Clements & Battista 1992, Милинковић и Мићић 2008, Романо 2009).

III Методолошки оквир истраживања садржи пет поглавља.

1) У уводу у истраживање кандидат истиче да је истраживање усмерено на откривање пута који води ученике до појмова са значењем од, са једне стране, визуелних представа до, са друге стране, просторног резоновања, наглашавајући повезаност визуелног и вербалног процеса као значајне у ученичком раду и изграђивању математичких појмова и суптилном уобличавању резоновања. На тој основи следе се идеје изграђивања и елаборирања постојеће интуиције о простору, развијајући безусловно и геометријску интуицију. Додајући овоме и конструктивистички поглед, кандидат се у истраживању бавио изграђивањем геометријских појмова и геометријског мишљења у реалном окружењу у коме се учи. Испитује се развој ученичких знања у реалном окружењу, као и како учитељи ово користе за учење и како се одвија тај процес.

2) У оквиру методологије истраживања кандидат је прецизно и јасно дефинисао предмет и циљ експерименталног дела истраживања. *Предмет* истраживања је експериментално испитивање и проучавање ефеката наставног приступа у почетној настави геометрије утемељеног у теорији реалистичног математичког образовања подржан пропратним иновативним уџбеником. *Циљ* истраживања је испитати на који начин реално окружење у геометријским садржајима IV разреда почетне наставе математике утиче на: 1) постигнућа ученика (когнитивни аспект укључује ученичка *постигућа* и *резоновање*) и 2) мотивацију (афективни аспект укључује ученичку *мотивацију* и *активацију*). На основу циља изведени су одговарајући *задачи*.

Код експерименталне групе је, као *независна варијабла*, уведено реално окружење (наставни приступ подржан одговарајућим уџбеником). *Зависна варијабла* је успех ученика изражен кроз разлику постигнућа на тестовима знања (претест и ретест), исказану по завршетку обраде уџбеничке теме „Квадар и коцка“.

У експерименталном истраживању се пошло од *опште хипотезе* да реално окружење као наставни приступ и пропратни иновативни модел уџбеника почетне наставе математике позитивно утичу на постигнућа и мотивацију ученика IV разреда. *Помоћне хипотезе* су: 1) Тест геометријских способности мери геометријске способности ученика IV разреда. 2) Скор на ретесту знања ученика зависи од скорa на тесту геометријских способности. Очекујемо да реално окружење као наставни приступ више погодује ученицима који имају боље геометријске способности. 3) Ученик који има виши скор на тесту геометријских

способности више и напредује кроз експериментални програм. 4) Веза између ретеста и величине напретка кроз експериментални програм биће јака. 5) Увођење реалног окружења и пропратног иновативног модела уџбеника почетне наставе математике за IV разред позитивно ће утицати на постигнућа ученика. 6) Наставни приступ 'реално окружење' даје значајно бољи просек знања (у односу на наставни приступ који је традиционалан). Ученици Е-групе биће успешнији од ученика К-групе и у задацима чињеница, као и у задацима у којима се траже виши нивои знања – примене. 7) Мишљење учитеља о оваквом начину стицања знања биће позитивно са исказаним ставом о неопходности постојања уџбеника који прати наведени наставни приступ. 8) Већина одговора у анкети ученика Е-групе ће се стистички значајно разликовати од одговора К-групе. Мишљење ученика Е-групе о уџбенику који прати наставни приступ 'реално окружење' биће позитивно. 9) Примена одабраног приступа ствара већу мотивисаност ученика за учење геометријских садржаја у почетној настави математике.

Од истраживачких техника коришћено је тестирање (за утврђивање геометријских способности ученика и успеха ученика у познавању садржаја обухваћених наставним темама из геометрије – претест и ретест), анкетирање (за испитивање мишљења учитеља који су наставу реализовали у експерименталном програму и мишљење ученика о наставном приступу и уџбенику, обе групе) и посматрање. Кандидат наводи да будући да није располагао погодним тестовима знања којим би мерио знање ученика IV разреда о геометријским појмовима и поступцима у теми „Квадар и коцка“, самостално је приступио изради адекватних мерних инструмената – тестова знања, чије су метријске карактеристике проверене.

Узорак има карактер пригодног узорка. Истраживање је изведено у сарадњи са учитељима и школом која реализују наставу математике у IV разреду основне школе по традиционалном наставном приступу и уџбенику. Истраживањем су била обухваћена сва одељења IV разреда изабране школе.

Снимак стања изведен је пилот-тестовима. За потребе главног теста геометријских способности индивидуално је тестирано 148 ученика IV разреда ОШ „Милан Ђ. Милићевић“ из Београда, школа која је учествовала у експерименталном програму. Задржане су постојеће структуре одељења (73 у Е-групи и 75 у К-групи). Након изведеног тестирања геометријских способности и претеста, 6 ученика је било искључено у наредним фазама истраживања (N=67). На основу резултата на тесту геометријских способности и тесту знања (претест) за уједначавање група, отпочео је двонедељни експериментални програм. У оквиру ретеста испитаници су тестирани тестом који је представљао паралелну форму оној која је коришћена на претесту.

3) У оквиру поглавља *о организацији и извођењу истраживања* даје се опис изведеног истраживања: осмишљавање материјала као уџбеничке теме за IV разред са одабраним наставним приступом реално окружење и писаних припрема за реализацију наставе по експерименталном програму; упознавање учитеља са осмишљеним материјалом, уџбеником и начином рада; пилот-тестирања (тест геометријских способности и тестови знања – претест и ретест);

тестирања ученика – тест геометријских способности; реализација наставних часова према експерименталном програму; посматрање ученика на часовима; испитивање ефикасности примењеног материјала кроз: тестирања знања ученика (на почетку и на крају експерименталног програма), технику посматрања ученика, анкетања учитеља о примењеном наставном приступу (на почетку и на крају експерименталног програма) и анкетање ученика (обе групе на крају програма).

Експериментална настава приказана је кроз *структуру и садржај експерименталних часова*. У осмишљавању часова структурално и садржајно у основи кандидат се руководио Поенкареовом идејом простора. Да би формирали идеју простора, служимо се експериментима као приликама које нам омогућавају да досегнемо ту идеју. На тој основи развија се и способност просторног поимања. Бројни истраживачи виде просторну способност и визуелну имагинацију као битне за математичко (геометријско) мишљење (Lean & Clements 1981, Wheatley 1990, према Clements & Battista 1992). Отуда се кандидат и кретао у правцу развоја просторне способности и визуелне имагинације помоћу геометријских активности и задатака у уџбенику математике. Кандидат свестан да је реч о дугорочном процесу формирања навике дечјег ума да геометријски (математички) мисли и математизира окружујућу реалност, ипак се упустио у истраживање. Изнето је мишљење да би истраживање и развој који произилазе требало да дају смернице оквиру наставног плана и програма почетне наставе геометрије (па и шире математике).

Описане су и *опште карактеристике наставног приступа* реално окружење утемељење у теорији реалистичног математичког образовања и *основни принципи РМО* теорије: 1) три ван Хилеова нивоа, 2) Фројденталова дидактичка феноменологија и 3) Треферсова прогресивна математизација. Ови принципи уобличавају *принципе учења и подучавања* као пет основних карактеристика РМО и то: 1) феноменолошко истраживање или употреба контекста, 2) употреба модела и / или премоштавање вертикалних инструмената, 3) ученички рад и изграђивање математичких појмова, 4) интерактивни карактер процеса наставе и 5) међусобно прожимање више поступака учења и / или тема (наставних јединица) (Romano 2009, ЛОТ).

Детаљно је описано свих седам *геометријских активности* из експерименталног програма, позивајући се на четири важне теореме из оквира еуклидске геометрије које се тичу мерења површи (садржаји који се обрађују у експерименталном програму) (Lučić 1997), а у Прилогу дисертације дати су модел иновативне уџбеничке теме и записи плана за реализацију часова.

У сврху истраживања припремљен је *тест геометријских способности* за: 1) уједначавање група у експерименталном програму и 2) проверу интеракције експерименталног програма и групе. *Тестирање знања* ученика изведено је у сврху поређења по успешности решавања (постигнућа ученика по нивоима знања) и структурирани задацима типа 1 и 2, односно 1а. и 1б., те 2а., 2б1. и 2б2. Њима се утврђује оствареност циља наставног приступа 'реално окружење' у

настави геометрије у теми „Квадар и коцка“ и уџбенику који својим концептом прати изабрани приступ по коме су ученици Е-групе учили.

Анкетирани су и учитељи и ученици. Учитељи са циљем да се сазнају непосредни утисци и мишљења о планираним, а касније и изведеним експерименталним програмом. Анкета за ученике имала је за циљ да се сазнају непосредни утисци и мишљења ученика о изведеном програму. Резултати су указали на којим питањима се одговори испитаника две групе значајно разликују. Кандидат је изнео и кратка запажања са одржаних часова.

4) Анализа и интерпретација резултата истраживања

Издвојићемо неке кључне *резултате* до којих кандидат долази у својим истраживањима. Иновативним моделом уџбеника који подржава реалистичан приступ, моделима и поступцима кандидат је имао намеру да наставу учини што ефикаснијом и унапреди нивое постигнућа ученика и мотивацију за учење.

Статистичка анализа резултата теста геометријских способности

Тест геометријских способности састојао се од четири субтеста (и исто толико варијабли). Факторска анализа је сугерисала да се четири субтеста могу посматрати као тест који испитује једну геометријску способност (добијен је податак које варијабле се групишу у који фактор, па се логичком анализом дошло до способности која би могла да стоји у основи издвојеног фактора, имајући у виду задатке који су коришћени на тесту). Кандидат је испитивао и корелације између теста геометријских способности са тестовима знања (претест и ретест). Изнети су резултати о постојању корелације и јачинама веза између варијабли. За Е-групу веза између ретеста и величине напретка кроз експериментални програм је јака и позитивна ($r=0,74$). Што је већи скор на ретесту, то је и већа разлика у скору између ретеста и претеста – примећен је напредак у експерименталном програму. За Е-групу веза између ретеста и теста геометријских способности је средње јака и позитивна ($r=0,46$). Што дете има већи скор на тесту геометријских способности, више и напредује кроз експериментални програм. Стога реално окружење као наставни приступ више погодује ученицима који имају боље геометријске способности.

Статистичка анализа резултата тестова знања

Анализа резултата показује да је добијен очекивани раст средње вредности постигнућа ученика који су учествовали у експерименталном програму. Ова разлика указује да постоји ефекат наставног приступа ‘реално окружење’ на постигнуће ученика из геометрије, чиме је потврђена општа хипотеза. *Поређећи Е и К-групу с обзиром на укупно постигнуће на два теста – претест и ретест* кандидат је у свом истраживању дошао до следећих резултата.

Анализом варијансе утврђено је да ли постоје значајне разлике између Е и К-групе. Накнадним поређењима кандидат је желео да обави цео низ поређења,

што је омогућила анализа варијансе за поновљена мерења. Прво се рачунао укупан F показатељ који указује има ли значајних разлика између група у пројекту. Ако је он значајан (што указује да постоји разлика између група), обављени су додатни тестови за идентификацију тих разлика. Тако, нпр., *ANOVA анализе варијансе за поновљена мерења* показује да постоји интеракција између фактора претест-ретест и група када се посматра укупно постигнуће на целом тесту ($F(1,123) = 36,42$, $p < 0,05$). Разлика између претеста и ретеста Е и К-групе статистички је значајна. Статистички се потврђује дејство независне варијабле реално окружење на зависну варијаблу постигнуће ученика. Е-група значајно је напредовала, док су ученици из К-групе лошији на ретесту у односу на претест. Како је F вредност статистички значајна, то значи да најмање једна од разлика између аритметичких средина, које су оствариле Е и К-група ученика на претесту и ретесту, мора бити статистички значајна. Постоји статистички значајна разлика између постигнућа експерименталне групе на претесту и ретесту, као и између постигнућа контролне групе на претесту и ретесту, с тим да је Е-група на ретесту боља него на претесту, а К-група је лошија него на претесту.

Затим је кандидат пратио *ефекте за све задатке типа 1 заједно (1а и 1б), ефекте за све задатке типа 2 заједно (2а, 2б1 и 2б2)*, а затим и по издвојеним питањима – типовима задатака 1а, 1б, 2а, 2б1 и 2б2. За сваки од резултата кандидат прво износи статистичке податке и интерпретацију, табеларне и графичке приказе резултата, наводи могуће разлоге. У квалитативној анализи наводе се и нека од ученичких решења. Сумирајмо већину резултата који су од значаја за изведено експериментално истраживање. Ученици који су учили по експерименталном програму успешнији су у задацима чињеница од ученика контролне групе, али су остали на истом нивоу знања у задацима примене, док су ученици контролне групе показали значајно лошије резултате и тиме делимично потврдили једну од постављених помоћних хипотеза. Ученици експерименталне групе у задацима примене знања имају значајно боље резултате у математичком контексту, али не и у реалном. Али је зато примена одабраног приступа створила већу мотивисаност ученика за учење геометријских садржаја чиме је потврђена једна од помоћних хипотеза. Резултати анкетања преносе утиске учитеља и ученика тј. њихово мишљење о изабраном наставном приступу. Оно је позитивно, а сам уџбеник препознат је као подстицајан за учење при чему је створио пријатну атмосферу и пробудио повећану мотивисаност и спремност за израду тежих проблемских задатака чиме су потврђене неке од помоћних хипотеза. Резултати анкетања ученика говоре на којим питањима се одговори испитаника из Е и К-групе значајно разликују (t -тестом утврђивана је значајност разлика између две аритметичке средине). Е и К-група разликују се на доста одговора са анкете, што је занимљиво и значајно за обављено истраживање. Кандидат износи мишљење да би ово у неком дугорочнијем приступу показало већи ефекат експерименталног програма, односно да се *учење постепено дешава као последица активног ангажовања структурисаног активностима које помажу развој ученичког мишљења од неформалних до више формалних идеја и апстрактних начина репрезентовања и резоновања у том домену.*

5. Закључци

У овом поглављу кандидат је уопштио свако од анализираних и интерпретираних резултата и представио концепт иновативног модела уџбеника као практичну имплементацију који подржава конструктивистички приступ настави у реалном окружењу.

6. Остварени резултати и научни допринос дисертације

Експлицитно и систематско вођење разговора карактеристика је будућности у стварању културне и друштвене конструкције знања које обезбеђује активну примену знања. У учионици, експеримент подстиче рану геометризаацију симулирајући стварни окружујући свет. Овај процес илуструје практично знање које ствара потребу за замишљеним сликама и резултира стварањем геометријског алата. За развој важног когнитивног процеса интуиције, хипотетичког резонувања и рада са више различитих хипотеза и стратегија ученици бивају систематски укључени у 'реалистичне активности'. Отуда је оправдано унети измене у постојећи математички план и програм, а у учионичкој пракси неговати наставни приступ 'реално окружење' (као један од више могућих) подржан пропратним иновативним уџбеником. Кандидат наводи опажања са посматраних часова и потребу оспособљавања учитеља за системско вођење разговора и учионички дискурс, те методички добро осмишљене и разрађене програмске активности.

Емпиријска евалуација истраживања мр Оливере Ђокић изведена је у складу са методологијом научних истраживања. Потврђена је општа хипотеза, као и већина подхипотеза, из чега се може закључити да примена реалног окружења као наставног приступа заснованог на реалистичном математичком образовању и проистеклом уџбенику математике може и треба да нађе своје место у наставној пракси, али и неким новим истраживањима и развоју уџбеника као важног носиоца промена.

Научни значај истраживања лежи у сагледавању проблема и налажењу одговора концепта уџбеника почетне наставе математике утемељеног у теорији реалистичног математичког образовања и верификацији одговора методама статистичке анализе. Интердисциплинаричним приступом одабраном проблему дат је оригинални допринос дидактичко-методичким наукама. Практични значај истраживања видимо у давању конкретних предлога у осмишљавању задатака / активности који чине језгро ефикасне наставе, што је добро илустровано у теоријски заснованом дугорочном истраживачком пројекту реалистичног математичког образовања.

Кандидат је отворио и питања за даља истраживања у настави геометрије која је све више усмерена на развој способности просторног резонувања и унапређивању искустава при мерењу дужине, површине и запремине, посебно у

почетној настави. Нова истраживања би успостављала, истраживала и пратила ефекте (новог) програма почетне наставе геометрије и простора као модела (основношколске наставе геометрије) у уџбеницима целог циклуса почетне наставе следећи велике идеје А. Поенкареа кроз просторно резонување у геометријски структурисаним активностима у 'реалном окружењу'.

7. Закључак

Докторска дисертација мр Оливере Ђокић *Реално окружење у почетној настави геометрије* у потпуности је усклађена са одобреном пријавом теме. Њена дисертација представља оригиналан и значајан допринос дидактичко-методичким наукама, посебно Методици наставе математике. То је самостално и свобухватно научно дело чији предмет истраживања чини развој уџбеника математике који подржава одабрани наставни приступ 'реално окружење'.

Осим наведеног, резултати истраживања у вези са дисертацијом кандидата показују њен смисао за критичку примену релевантне литературе и резултата других истраживача. Докторска дисертација је писана логично, јасно, систематично и прегледно.

На основу наведеног, Комисија сматра да докторска дисертација *Реално окружење у почетној настави геометрије* мр Оливере Ђокић, асистента на Учитељском факултету у Београду, испуњава све потребне и довољне услове, те предлаже Наставно-научном већу Учитељског факултета у Београду да је прихвати и одобри њену јавну одбрану.

Београд, 20.09.2013. године

Комисија

1. др Мирко Дејић, редовни професор
Учитељски факултет у Београду

2. др Војислав Петровић, редовни професор
Природно-математички факултет
Департман за математику и информатику, Нови Сад

3. др Вељко Банђур, редовни професор
Учитељски факултет у Београду

4. др Јасмина Милинковић, ванредни професор
Учитељски факултет у Београду