Изборном већу Математичког факултета

На 52. седници Изборног већа одржаној 30. јуна 2017. године, одређени смо за чланове комисије за писање реферата за избор једног доцента за ужу научну област Математичка анализа на одређено време од 60 месеци. У вези с тим подносимо Већу следећи

ИЗВЕШТАЈ

На конкурс објављен 11. октобра 2017. године у листу *Послови*, у законски прописаном року, пријавио се један кандидат, Александра Маринковић. Наводимо релевантне податке о кандидату.

1 Биографија кандидата

Др Александра Маринковић (рођена Перишић) рођена је 11. августа 1985. године. Математички факултет у Београду уписала је 2004, а завршила 2008. године са просечном оценом 9,96. Мастер студије завршила је 2009. године у Београду одбраном мастер тезе под називом *Морсова хомологија, диференцијално–тополошки и аналитички приступ*, код проф. др Дарка Милинковића, са оценом 10. Докторске студије на Високом техничком институту у Лисабону, Португалија, уписала је 2010. године. Докторску тезу под називом *Померљивост и попуњивост торичких и симплектичких контактних многострукости* одбранила је 2015. године, којом је као ментор руководио проф. др Мигел Абреу, док је коментор била проф. др Милена Пабиниак. Школске 2008/09. и 2009/10. године радила као сарадник у настави за ужу научну област Математичка анализа на Математичком факултету у Београду.

2 Научни рад

2.1 Списак научних радова

Објављени радови

[**1**] A. Marinković, M. Pabiniak, *Every symplectic toric orbifold is a centered reduction of Cartesian product of projective weighted spaces*, International Mathematics Research Notices, 2015 (23), 12432–12458 (2015); DOI:10.1093/imrn/rnv066, **импакт фактор: 1.141, категорија M21**;

[**2**] A. Marinković, *Symplectic fillability of toric contact manifolds*, Periodica Matematica Hungarica, 73, 16–26 (2016); DOI:10.1007/s10998-016-0147-y, **импакт фактор: 0.415, категорија M23**;

[**3**] A. Marinković, M. Pabiniak, *On displaceability of pre-Lagrangian toric fibers in toric contact manifolds, International Journal of Mathematics*, Vol. 27, No. 14 (2016) 1650113 (32 pages), DOI: 10.1142/S0129167X16501135, **импакт фактор: 0.554, категорија M23**;.

Прихваћени радови

[**4**] A. Marinković, *Contact blow up and cylindrical contact homology of contact toric manifolds of Reeb type*, DOI: https://doi.org/10.2298/PIM1716???M, Publications de lInstitut Mathématique, Beograd.

Радови у припреми

[**5**] S. Lisi, A. Marinković, K. Niederkrüger, *Contact properties that are and that are not preserved by the Bourgeois construction*;

[**6**] A. Marinković, K. Niederkrüger, T^2*–Hamiltonian 5-contact manifolds and symplectic fillability.*

2.2 Приказ научних радова

Мастер теза

У мастер тези др Александре Маринковић описани су основни елементи Морсове теорије и Морсове хомологије, као и веза између топологије многострукости и аналитичких појмова везаних за Морсове функције. Показано је да свака многострукост има структуру CW-комплекса, при чему, за унапред изабрану Морсову функцију f, свакој ћелији одговара јединствена критична тачка функције f. Затим се описује простор негативних градијентних трајекторија функције f, и помоћу њега се дефинише Морсова хомологија. Показује се да је Морсова хомологија изоморфна сингуларној хомологији многострукости. Затим се даје и аналитички поглед на простор трајекторија, односно, овај простор се задаје као језгро одговарајућег Фредхолмовог оператора. У додатку се даје кратак преглед основних појмова који су коришћени у раду, као и кратак приказ идеје бесконачнодимензионог уопштења Морсове теорије – Флорове теорије.

Докторска дисертација

Главни објекти ове тезе су торичке симплектичке и контактне многострукости. Торичка симплектичка многострукост је симплектичка многострукост (M^{2n}, ω) снабдевена са ефективним Хамилтоновим дејством торуса T^n. Хамилтоново дејство значи да је сваки елемент торуса Хамилтонов дифеоморфизам. Зато свакој торичкој симплектичкој многострукости придружујемо T^n-инваријантно пресликавање, моментно пресликавање, $\mu : M \to \mathfrak{t}^*$ тако да

$$\langle d\mu_p(\cdot), X\rangle = \omega(X_p^M, \cdot)$$

за све $X \in \mathfrak{t}$, $p \in M$. Овде $\mathfrak{t}$ означава Лијеву алгебру групе T^n, $\langle , \rangle$ означава природно придруживање $\mathfrak{t}^*$ и $\mathfrak{t}$, где идентификујемо $T\mathfrak{t}^*$, тангентни простор од $\mathfrak{t}^*$, са $\mathfrak{t}^*$ и X^M је векторско поље на многострукости M дато са $X_p^M = \frac{d}{dt}|_{t=0}(exp\, tX) * p$. Са $*$ је означено дејство торуса.

Подмногострукост N симплектичке многострукости (M, ω) је изотропна ако $\omega|_N = 0$. Ако је N изотропна онда $\dim N \leq \frac{1}{2} \dim M$. Изотропна подмногострукост максималне димензије је Лагранжева подмногострукост. Генерално, ако је T^k-дејство на M^{2n} ефективно и Хамилтоново, онда су све орбите изотропне. Због тога $k \leq n$, а ако је $k = n$, онда су све орбите максималне димензије Лагранжеве подмногострукости.

Аналогно се дефинише торичка контактна многострукост као контактна многострукост (V^{2n-1}, ξ) снабдевена ефективним Хамилтоновим дејством торуса T^n. Сваки елемент торуса је контактни дифеоморфизам (пошто су у контакној геометрији контактна и Хамилтонова изотопија једно исто).

Подмногострукост N контактне многострукости (V, ξ) се назива пред-изотропна ако је трансверзална на контактну дистрибуцију ξ и ако је $TN \cap \xi$ изотропна у односу на симплектичку форму $d\alpha|_\xi$, за сваку контактну форму α дистрибуције ξ. Дакле, ако је N пред-изотропна онда $\dim N \leq \frac{1}{2}(\dim V + 1)$. Пред-изотропна подмногострукост максималне димензије се назива пред-Лагранжева подмногострукост. Лерман је доказао да, ако је T^k-дејство на V^{2n-1} ефективно и Хамилтоново (тј. контактно), онда су све орбите изотропне, у горе објашњеном смислу. Због тога $k \leq n$, а ако је $k = n$, онда су све орбите максималне димензије пред-Лагранжеве подмногострукости.

Свака торичка контактна многострукост допушта инваријантну контактну форму. Наиме, ако α није T^n-инваријантна, онда је $\alpha_{\text{inv}} = \int_{t \in T^n} t^*\alpha$ инваријантна контактна форма. Свакој торичкој контактној многострукости са фиксираном инваријантном контактном формом придружујемо T^n-инваријантно пресликавање, моментно пресликавање, $\mu_\alpha : V \to \mathfrak{t}^*$ дефинисано са

$$\langle \mu_\alpha(p), X\rangle = \alpha_p(X_p^V),$$

за све $X \in \mathfrak{t}$, $p \in V$. Пошто инваријантна контактна форма није јединствена ни моментно пресликавање није јединствено. Зато се уводи моментни конус

као унија координатног почетка и слике моментног пресликавања симплектизације SV, која је (некомпактна) торичка симплектичка многострукост кад год је V торичка контактна многострукост. Моментни конус је јединствен и не зависи од избора контактне форме.

Торичка дејства на симплектичкој и контактној многострукости разликују се у следећем. Док торичко дејство на свакој компактној симплектичкој многострукости (M, ω) увек има фиксне тачке, дакле никад није слободно, компактне торичке контактне многострукости немају фиксне тачке а дејство може бити и слободно. Разлог томе је следећи. Ако је M компактна онда моментно пресликавање μ има критичну тачку $p \in M$, односно, важи $d\mu_p = 0$. Дакле $\omega_p(X_p^M, \cdot) = 0$ за сва векторска поља X^M генерисана дејством. Следи да сва ова векторска поља изчезавају у тачки p, пошто је ω недегенерисана 2-форма. Дакле, p је фиксна тачка. Са друге стране, ако компактна торичка контактна многострукост има фиксну тачку, онда би моментно пресликавање било нула у тој тачки што је немогуће према Лермановом резултату. Пример торичке контактне многострукости са слободним дејством је $(T^n \times S^{n-1}, \xi = \mathrm{Ker}(\sum_{i=1}^n x_i d\theta_i))$, где је T^n-дејство ротација сваке T^n-координате од $T^n \times S^{n-1}$.

Комплетну класификацију торичких контактних многострукости дао је Лерман. Почевши од те класификације у тези се показује да у димензијама већим од 3 слободно торичко дејство допуштају осим $T^n \times S^{n-1}, n \geq 3$, са горе наведеном контактном структуром, само $T^2 \times L_k$, $k \in \mathbb{Z} \backslash \{0\}$, са јединственом контактном структуром која се добија применом методе Буржуа на природну отворену књигу (open book) стандардне контактне сфере.

Делзант је доказао да је свака компактна торичка симплектичка многострукост јединствено одређена сликом моментног пресликавања и да је та слика увек одређени политоп. Темена политопа одговарају фиксним тачкама, а унутрашње тачке политопа одговарају Лагранжевим фибрама. У контактном случају различите торичке контактне многострукости могу имати исту слику моментног пресликавања. На пример:

$$(T^3, \xi_k = \mathrm{Ker}(\cos k\theta d\theta_1 + \sin k\theta d\theta_2)),$$

$k \in \mathbb{N}$, нису контактноморфне за различите вредности k (резултат Жируа) али су све торичке са истом моментном сликом. Лерман је показао да су торичке контактне многострукости димензије веће од 3 са дејством које није слободно једнозначно одређене својим моментним конусима.

Познато је (резултати Ентов-Полтеровича, Фукаја-О-Охта-Оно-а, Гонзалеса и Вудворда) да свака компактна торичка симплектичка многострукост има непомерљиву Лагранжеву орбиту. У другом поглављу тезе ова орбита је пронађена уз помоћ симплектичке редукције. Наиме, показује се да је свака торичка симплектичка многострукост симплектичка редукција Декартовог производа пројективних простора са тежинама, тако да ниво

редукције садржи непомерљиву Лагранжеву подмногострукост тог Декартовог производа. То је садржај рада [1].

У трећем поглављу показује се да постоје компактне торичке контактне многострукости чије су све орбите померљиве. С друге стране, зна се да свака компактна торичка симплектичка многострукост има непребројиво много померљивих Лагранжевих торичких фибри (ово су показали МекДаф и Абреу). У тези се показује да скоро све торичке контактне многострукости које допуштају слободно дејство имају све пред-Лагранжеве торичке фибре непомерљиве. То је садржај рада [3].

На крају тезе испитује се симплектичка попуњивост торичких контактних многострукости. То је садржај рада [2].

Радови у часописима

[1] Every symplectic toric orbifold is a centered reduction of Cartesian product of projective weighted spaces

Орбите максималне димензије сваке торичке симплектичке многострукости су Лагранжеве подмногострукости и зову се Лагранжеве торичке фибре. Оне су инверзне слике моментног пресликавања тачака унутрашњости политопа. Методом скраћивања политопа, дефинишу се центар политопа и дефинише се централна фибра торичке симплектичке многострукости као инверзна слика моментног пресликавања центра политопа. Симплектичка редукција се назива централном ако ниво редукције садржи централну фибру. Централна фибра комплексног пројективног простора са тежинама $\mathbb{CP}(m_1, \ldots, m_n)$ је $T_0 = \{[z_1, \ldots, z_n] \in \mathbb{CP}(m_1, \ldots, m_n) | |z_1| = \cdots = |z_n|\}$ и централна фибра Декартовог производа k комплексних пројективних простора са тежинама је $T_0^1 \times \cdots \times T_0^k$. Сваки политоп се транслира тако да му центар буде у координатном почетку (на тај начин не мењамо одговарајућу многострукост). У овом раду показује се да се сваки политоп који одговара произвољној торичкој симплектичкој многострукости или орбифолду може представити као пресек k политопа који одговарају одређеним комплексним пројективним просторима са тежинама. Помоћу бијекције означених политопа и торичких симплектичких орбифолда дефинисане у раду Лермана и Толмана, показује се да се сваки компактни торички симплектички орбифолд може добити као централна редукција Декартовог производа $k \geq 1$ пројективних простора са тежинама. Као примена, показује се да је централна фибра сваког компактног торичког симплектичког орбифолда непомерљива. Прецизније, Абреу и Макарини су показали да ако ниво симплектичке редукције садржи непомерљиву Лагранжеву подмногострукост онда је количник те подмногострукости непомерљива Лагранжева подмногострукост у количник простору. Пошто је

$$T_0 = \{[z_1, \ldots, z_n] \in \mathbb{CP}(m_1, \ldots, m_n) | |z_1| = \cdots = |z_n|\}$$

непомерљива, онда је и њен количник непомерљива фибра у количник простору. Та фибра је заправо централна фибра.
Питање непомерљивости Лагранжевих торичких фибри је доста присутно у симплектичкој геометрији. Да свака компактна торичка симплектичка многострукост има непомерљиву Лагранжеву фибру претходно је доказано употребом квазиморфизама, Лагранжеве Флорове кохомологије итд. Метод у овом раду поједностављује налажење те фибре.

[2] Symplectic fillability of toric contact manifolds

Лерманов резултат је да све компактне торичке контактне 3-многострукости којима одговарајући моментни конус има угао већи од π нису симплектички попуњиве. У овом раду се показује да су све компактне торичке контактне многострукости већих димензија барем слабо попуњиве. Доказ се заснива на Лермановој класификацији торичких контактних многострукости као и на ауторовом појашњавању торичких контактних многострукости са слободним дејством. Наиме, у раду се показује да у вишим димензијама слободно дејство допуштају само $T^n \times S^{n-1}, n \geq 3$ и $T^2 \times L_k$, $k \in \mathbb{Z}\backslash\{0\}$, са јединственом контактном структуром. Та контактна структура се добија применом методе Буржуа на природну отворену књигу стандардне контактне сфере. За њу се доказује да је слабо попунјива. Све остале торичке контактне многострукости виших димензија су јако попуњиве.

[3] On displaceability of pre-Lagrangian toric fibers in toric contact manifolds

Орбите максималне димензије сваке торичке контактне многострукости су пред-Лагранжеве подмногострукости. Оне се зову пред-Лагранжеве торичке фибре. У овом раду испитује се њихова померљивост и добијају се резултати различити у односу на симплектички случај. Док све симплектичке торичке многострукости имају непомерљиву Лагранжеву фибру, у раду се дају примери торичких контактних многострукости чије су све пред-Лагранжеве торичке фибре померљиве. То су стандардна контактна сфера $S^{2n-1}, n \geq 2$ и $T^k \times S^{2d+k-1}, d \geq 2, k \geq 1$. Ово су заправо и до сада једини познати примери неордерабилних торичких контактних многострукости. Повезаност ордерабилности и непомерљивости подмногострукости су већ изучавали Елиашберг и Полтерович. Даље, Абреу, Борман и МекДаф су доказали да свака компактна торичка симплектичка многострукост има непребројиво много померљивих Лагранжевих торичких фибри. У овом раду аутори показују да скоро све торичке контактне многострукости које допуштају слободно дејство имају све пред-Лагранжеве торичке фибре непомерљиве. Једино за случај $T^2 \times L_k$, $k \in \mathbb{Z}\backslash\{0\}$ резултат још није доказан. Такође, аутори доказују и да све торичке контактне многострукости код

којих дејство није слободно имају померљиве пред-Лагранжеве фибре.

[4] Contact blow up and cylindrical contact homology of contact toric manifolds of Reeb type

Нека је (V, ξ) предквантизација торичке симплектичке многострукости (M, ω). Тада је V торичка контактна многострукост Рибовог типа. Контактни blow up од (V, ξ) је по дефиницији предквантизација симплектичког blow up-а од (M, ω). Одавде следи да је контактни blow up од (V, ξ) нова торичка контактна многострукост Рибовог типа. Лерманов резултат је да су торичке контактне многострукости Рибовог типа у бијекцији са строго конвексним моментним конусима. Контактни blow up у смислу конуса значи одсецање одређених ивица конуса. Абреу и Макарини су показали како се цилиндрична контактна хомологија торичких контактних многострукости Рибовог типа може израчунати помоћу одговарајућег моментног конуса. У овом раду аутор користи тај резултат.
Нека је V просто повезана многострукост и предквантизација монотоне торичке симплектичке 4-многострукости и нека је V' његов blow up који је такође предквантизација монотоне торичке симплектичке 4-многострукости. Ако су γ_1 и γ_2 орбите које одговарају ивицама конуса од V' које су настале одсецањем ивице конуса од V коме одговара орбита γ онда је Конли–Цендеров индекс од γ_i, $i = 1, 2$, исти као Конли–Цендеров индекс од γ. Значи да се цилиндрична контактна хомологија од V' може израчунати на основу цилиндричне контактне хомологије од V на следећи начин $HC_k(V', \xi') = HC_k(V, \xi) + \mathbb{Q}$, ако постоји намотавање криве γ са Конли–Цендеровим индексом једнаким k и $HC_k(V', \xi') = HC_k(V, \xi)$ иначе.

2.3 Предавања по позиву на конференцијама и семинарима на којима су излагани резултати др Александре Маринковић

- *Symplectic toric manifolds as centered reductions of products of weighted projective spaces*, VIII Workshop on Symplectic Geometry, Contact Geometry and Interactions, (излагач: М. Пабиниак) January 30–February 1, 2014, IST, Lisbon, Portugal;

- *Every symplectic toric orbifold is a centered reduction of Cartesian product of projective weighted spaces*, Informal Geometry Seminar, Instituto Superior Técnico, Lisboa, Portugal, (излагач: А. Маринковић), 2014;

- *Symplectic toric manifolds as centered reductions of products of weighted projective spaces*, Symplectic & Poisson Geometry Seminar, University of Illinois at Urbana Champaign, (излагач: М. Пабиниак) May 5th 2014;

- *On displaceability of pre-Lagrangians in toric contact manifolds*, Symplectic Seminar, University of Toronto, (излагач: М. Пабиниак) June 9th 2014;

- *On displaceability of pre-Lagrangians in toric contact manifolds*, Seminar at ENS Lyon, (излагач: М. Пабиниак) October 8th 2014;
- *On displaceability of pre-Lagrangian toric fibers in toric contact manifolds*, Informal Geometry Seminar, Instituto Superior Técnico, Lisboa, Portugal, (излагач А. Маринковић), 2014;
- *On displaceability of pre-Lagrangians in toric contact manifolds*, Algebra and Geometry Seminar, University of Pavia, Italy, (излагач: М. Пабиниак) December 2nd, 2014;
- *On displaceability of pre-Lagrangians in toric contact manifolds*, Bochum, Köln, Münster joint Seminar on Symplectic and Contact Geometry, (излагач: М. Пабиниак) March 27th, 2015;
- *On displaceability of pre-Lagrangians in toric contact manifolds*, Israel Mathematical Union, May 27-31, Israel, (излагач: М. Пабиниак) 2015;
- *On displaceability of pre-Lagrangians in toric contact manifolds*, AMS-EMS-SPM International Meeting, 10 - 13 June 2015, Porto, Portugal; Special Session Contact and Symplectic Topology, (излагач: М. Пабиниак);
- *Symplectic fillability of toric contact manifolds*, Informal Geometry Seminar, Instituto Superior Técnico, Lisboa, Portugal, (излагач А. Маринковић), 2015.

Учешћа на конференцијама

- *IX Workshop on Symplectic Geometry, Contact Geometry, and Interactions*, École normale sueérieure de Lyon, France; January 29 - 31, 2015;
- *VIII Workshop on Symplectic Geometry, Contact Geometry and Interactions*, IST, Lisbon, Portu- gal; January 30- February 1, 2014;
- *GESTA 2014 Summer School*, ICMAT, Madrid, Spain; June 2-6, 2014;
- *Topology of Manifolds*, Summer School Budapest, Hungary; August 15-19, 2011;
- *V Workshop on Symplectic Geometry, Contact Geometry and interactions*, École Polytechnique, Paris, France; Januar 27-29, 2010.

3 Рад у настави

Др Александра Маринковић је радила као сарадник у настави на Математичком факултету у Београду школске 2008/09. и 2009/10. године. Држала је вежбе из предмета Анализа 1а, Анализа 1б, Анализа 1, 2 и 3 за Информатичаре. Све своје обавезе у настави Александра Маринковић

је обављала савесно и на време, испољивши притом смисао за педагошки рад. На студенцким анкетама школске 2009/10. године имала је просечну оцену 4,76.

У Летњој школи младих математичара у Шапцу одржала је два предавања: *Фибоначијев низ и златни пресек* (2009.) и *Увод у хиперболичку геометрију* (2010. године).

4 Приступно предавање

Приступно предавање под насловом *Стоксова теорема* кандидат др Александра Маринковић одржала је 15. новембра 2017. године са почетком у 11 часова на Математичком факултету у Београду. Комисија је оценила предавање просечном оценом 5.0.

5 Закључак и предлог комисије

Др Александра Маринковић испуњава научне и стручне критеријуме за избор у звање доцента. Има објављена или прихваћена за публиковање четири научна рада од којих је један објављен у престижном часопису са веома високим импакт фактором. Научни резултати др Александре Маринковић су наишли на добар пријем у научној јавности, па су више пута излагани на међународним научним скуповима који су значајни у области. Током своје педагошке каријере била је посвећена раду са студентима и одговорна према обавезама.

Зато са задовољством предлажемо Изборном већу Математичког факултета и одговарајућим телима Универзитета у Београду да изаберу др Александру Маринковић у звање доцента за научну област Математичка анализа.

У Београду,
20. новембра 2017. године

Чланови комисије:

др Драгољуб Кечкић, ванредни професор

др Борислав Гајић, виши научни саветник

др Јелена Катић, доцент