НАСТАВНО-НАУЧНОМ ВЕЋУ
УЧИТЕЉСКОГ ФАКУЛТЕТА
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

На седници Наставно научног већа Учитељског факултета у Београду, одржаној 13. јула 2018. године, на основу члана 81. Статута Факултета, Наставно-научно веће Учитељског факултета изабрало је Комисију за преглед и оцену докторске дисертације *Ефекти хоризонталне унутарпредметне интеграције у разредној настави математике*, кандидата Мике Ракоњац, у саставу др Александар Липковски, председник комисије, редовни професор на предмету Алгебра, Математички факултет Универзитета у Београду, др Јасмина Милинковић, ментор, ванредни професор на предмету Методика наставе математике, Учитељски факултет Универзитета у Београду, др Маријана Зељић, члан, ванредни професор на предмету Методика наставе математике, Учитељски факултет Универзитета у Београду и др Оливера Ђокић, члан, доцент на предмету Методика наставе математике, Учитељски факултет Универзитета у Београду. Прегледали смо, анализирали и оценили достављену дисертацију и подносимо Наставно – научном Већу

И З В Е Ш Т А Ј

1. **Основни подаци о кандидату и дисертацији**

Ракоњац (Милун) Мика рођена је 1972. год. у Новој Вароши, где је завршила основну школу и гимназију. Дипломирала је 1995. год. на Природно – математичком факултету Универзитета у Крагујевцу на смеру *теоријска математика и примене* са средњом оценом 8,2. Докторске академске студије на Учитељском факултету Универзитета у Београду уписала је први пут 2007. год, а други пут 2016. год. Положила је све испите предвиђене планом и програмом докторских студија за научну област *методика наставе математике.* Веће научних области друштвено - хуманистичких наука Универзитета у Београду, на седници одржаној 26.12.2017. године дало је сагласност на одлуку Наставно-научног већа Учитељског факултета о прихватању теме докторске дисертације Мике Ракоњац, под називом *Ефекти хоризонталне унутарпредметне интеграције у разредној настави математике* и одређивању проф. др Јасмине Милинковић за ментора. Докторанд Мика Ракоњац је објавила следеће радове : 1.Лазић, Б, Ракоњац, М.(2011): Избор и структурирање аритметичких задатака.

Норма,16 (1), 89-102. 2.Lipkovski, A, Rakonjac, M, Lazic, B. (2012). The connection of geometric and algebraic content in the sixth and seventh grade of primary school, In N. Brankovic (Eds.),*Theory and practice of connecting and integrating in teaching and learning process,* 137 – 157. Sombor: Pedagoški fakultet. 3.Ракоњац, М.(2013): Учење математичких појмова. *Норма, XVIII*,2/2013, 305-316, Сомбор: Педагошки факултет. 4. Ракоњац, М. (2016): Ефекти геометријског моделовања алгебарских проблема у разредној настави, *Зборник радова Учитељског факултета у Ужицу, XIX*(18), стр. 167-178. 5. Ракоњац, М. (2017): Ефекат геометријске репрезентације особина релације једнакости на успешност решавања једначина у млађим разредима, *Настава математике,* LXII2-3, стр. 21-28, Друштво математичара Србије. 6. Ракоњац, М. (2018): Утицај испитивања функционалне зависности између величина на успешност у решавању математичких проблема, *Зборник радова Учитељског факултета у Ужицу,* у штампи, 7. Ракоњац, М. (2018): Значај повезивања алгебарских и геометријских садржаја у почетној настави математике, саопштење на Научном скупу *Савремени приступи у професионалном развоју и раду васпитача и учитеља*, зборник резимеа, Учитељски факултет, Београд.

Докторска дисертација Мике Ракоњац *Ефекти хоризонталне унутарпредметне интеграције у разредној настави математике* написана је на 202 стране компјутерски сложеног текста, 177 страна основног текста, 15 страна пописа извора и литературе и 20 страна прилога. Структурно, основни текст састоји се од увода и четири главе; свака од глава подељена је на поглавља, која представљају релативно самосталне целине. Наводимо наслове глава и наслове поглавља у оквиру сваке од њих. У уводном поглављу представљени су предмет и циљ истраживања са смерницама за реализацију унутарпредметне интеграције у оквиру наставе математике. **I** Теоријске основе истраживања: 1. Осврт на везу алгебре и геометрије кроз историју, 2. Појам интеграције у настави математике, 3. Дидактичко-методичке карактеристике повезивања математичких садржаја, 4. Средства за повезивање садржаја, 5. Активности повезивања садржаја, 6.Утицај успостављања веза између репрезентација на развој математичке писмености, 7. Интеграција алгебарских и геометријских садржаја у циљу разумевања и повезивања појмова. **II** Методологија истраживања: 1.Проблем и предмет истраживања, 2. Циљ и задаци истраживања, 3. Хипотезе истраживања, 4. Варијабле у истраживању, 5. Методе, технике и инструменти истраживања, 6. Узорак, организација и ток истраживања, 7. Статистичка обрада података. **III** Резултати и анализа истраживања: 1. Анализа резултата иницијалног тестирања, 2. Анализа резултата првог тестирања (Тест А), 3.

Анализа резултата другог тестирања (Тест Б), 4. Поређење успеха ученика на Иницијалном, Тесту А и Тесту Б, 5. Анализа концептуалног разумевања, 6. Анализа способности формирања и решавања линеарних једначина, 6. Анализа способности расуђивања о односима између величина, 7. Способност примене геометријских модела, 8. Трајност знања. **IV** Импликације и закључци: 1. Методичке импликације резултата истраживања и 2. Закључци. Дисертација садржи репрезентативне примере дидактичког материјала примењивог у настави, са циљем да се формира целовит, логички доследан и конзистентан систем знања код ученика.

2. Предмет и циљ дисертације

Предмет истраживања Мике Ракоњац биле су активности повезивања математичких садржаја у разредној настави, које су превасходно засноване на решавању проблема (који имају за циљ да ученицима омогуће откривање веза и односа), и њихов образовни ефекат. Акценат је стављен на интегративни приступ кроз унутарпредметно повезивање садржаја, у овом случају алгебарских и геометријских, у четвртом разреду основне школе. Успостављање математичких веза у експерименталној настави засновано је на претпоставци да ће ученик играти главну улогу у стварању веза.

Кандидат је као циљ истраживања истакао тражење одговора на два главна питања: 1) Да ли и на који начин ученици четвртог разреда основне школе могу да превазиђу когнитивну препреку између алгебре и геометрије? и 2) Који су ефекти повезивања алгебарских и геометријских садржаја? Докторска дисертација *Ефекти хоризонталне унутарпредметне интеграције у разредној настави математике* имало је за циљ да допринесе бољем разумевању односа између алгебарског и геометријског размишљања. Општи циљ истраживања је била експериментална провера теоријског становишта о ефикасности интеграције геометријских и алгебарских садржаја у разредној настави, тј. утврђивање њене ефикасности у усвајању наставних садржаја, као и нивоа квалитета, обима и трајности знања ученика у односу на усвајање истих наставних садржаја традиционалним начином рада. Истраживан је први сусрет ученика узраста 10 година са логичком структуром математике, као и могућности и границе увођења алгебарског и геометријског моделовања путем решавања сврсисходних задатака у млађим разредима основне школе уз поштовање принципа теорије развијајуће наставе.

3. Основне хипотезе од којих се полазило у истраживању

Основна хипотеза је била да је алгебарско-геометријски интегративни приступ у настави математике је ефикасан у односу на обим, дубину и квалитет знања ученика у млађим разредима основне школе, тј. постоји разлика у постигнутом успеху између ученика експерименталне и контролне групе у корист ученика експерименталне групе.

Ефикасност повезивања алгебарских и геометријских садржаја може се показати у односу на дефинисане индикаторе ефикасности, на основу којих су формулисане помоћне хипотезе да ће након примене унутарпредметне интеграције у настави математике ученици изградити боље концептуално разумевање, развити већу способност формирања и решавања линеарних једначина, развити већу способност расуђивања о односу између величина, развити већу способност примене геометријских модела, имати већу трајност знања. У спроведеном експерименталном истраживању независну варијаблу чинили су методички приступ и одговарајући модели за интегрисану наставу садржаја за млађе разреде основне школе. Зависну варијаблу представљала су постигнућа ученика, односно резултати и исходи који су остварени наставом у експерименталној групи.

4. Коришћена литература у дисертацији

У дисертацији у списку литературе је наведено 258 библиографских јединица од којих 19 на српском језику.

1) Adler J, Pournara C & Graven M (2000). Integration within and across mathematics. *Pythagoras*, 53, 2-13.
2) Alsina, C. & Nelsen, B. R. (2006). *Math made visual: creating images for understanding mathematics.* Washington DC: Mathematical Association of America.
3) Amerom, B. A. (2002). *Reinvention of early algebra: developmental research on the transition from arithmetic to algebra.*, http://dspace.library.uu.nl/bitstream/handle/1874/874/full.pdf?sequence=18
4) Антонијевић, Р. (2004). *Природа и ниво повезаности знања у настави*, докторска дисертација, Филозофски факултет, Београд
5) Антонијевић, Р. (2006). Повезаност знања у наставном програму и процесу наставе. *Сазнавање и настава*, (3-4), 230-240.

6) Антонијевић, Р. (2006). Појам „знање“ и облици знања у настави. *Иновације у настави*, *XIX* (2006/2), 94-104.
7) Arianrhod, R. (2003). Einstein’s Heroes: Imagining the Worldthrough the Language of Mathematics. Brisbane: University of Queensland Press.
8) Arthur, JD, & Nance, RE. (2007). Investigating the use of software requirements and engineering techniques in simulation modeling. *Journal of Simulation,1*(3), 159–174.
9)Асмолов А.Г., Бурменская Г.В., Володарская И.А. (2011). *Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе*: *от действия к мысли: Пос. для учителя* / Под ред. А.Г. Асмолова, Преузтео из: http://n-shkola.ru/storage/archive/1403686243-1429335600.pdf, страна 1.
10) Atiyah, M. (1982). What is geometry? *The Mathematical Gazette*, Vol.66, No.437, 179-184, Mathematical Institute, University of Oxford
11) Atiyah, M. (2001). Mathematics in the 20th Century,*American Mathematical Monthly*, 108(7), 654-666.
12) Atiyah, M. (2002). Las matemáticas en el siglo XX. Traducción *en Números. Revista de didáctica de las matemáticas*, 50, 35-55
13) Afamasaga-Fuata'i, K. (2008). Students' conceptual understanding and critical thinking. *Australian Mathematics Teacher*. Vol. 64 Issue 2, p8-17.
14) Balka, D. S. (1974): Creative ability in mathematics. *The Arithmetic Teacher, 21* (7), 633–636.
15) Ball, L. & Stacey, K. (2001). New literacies for mathematics: A new view of solving equations.*The Mathematics Educator, 6*(1), 55–62.
16) Bassok, M. (2001). Semantic alignments in mathematical word problems. In D. Gentner, K. J. Holyoak & B. N. Kokinov (Eds), The analogical mind: Perspectives from cognitive science (pp. 199–253). Cambridge, MA US: The MIT Press.
17) Battista, M. C. (1999). Spatial structuring in geometric reasoning. *Teaching Children Mathematics, 6*, 171-177.
18) Becker, J. R. & Rivera, F. (2006). Establishing and Justifying Algebraic Generalization at the Sixth Grade Level. In Novotná, J., Moraová, H., Krátká, M. & Stehlíková, N. (Eds.). *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4*, pp. 465-472. Prague: PME
19) Biggs, J. & Collis, K. (1982). *Evaluating the quality of learning*. Academic Press: New York.
20) Bingolbali, E. (2011). Multiple Solutions to Problems in Mathematics Teaching: Do Teachers Really Value Them?, *Australian Journal of Teacher Education,36*(1),18-30.
21) Bishop, A. J. (1983). Space and geometry. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquistion of mathematical concepts and processes* (pp. 175–203).) New York: Academic Press.
22) Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education, 36*(5), 412-446
23) Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modeling, applications, and links to other subje cts – state, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in M athematics, 22*(1), 37–68.

24) Blum, W., & Ferri, R.B.(2009). Mathematical modeling: can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modeling and Applications, 1*(1), 45–58
25) Bobis, J., Sweller, J., & Cooper, M. (1993). Cognitive load effects in a primary-school geometry task. *Learning and Instruction*, *3*(1), 1-21.
26*)* Borromeo Ferri, Rita (2013). Mathematical Modeling—The Teacher's Responsibility, *Journal of Mathematics Education at Teachers College.* Преузето 12.8.2015. из: file:///C:/Documents%20and%20Settings/Admin/My%20Documents/%D0%9F%D1%80%D0%B5%D1%83%D0%B7%D0%B8%D0%BC%D0%B0%D1%9A%D0%B0/1069-3194-1-SM.pdf
27) Bosch, M., Gascón, J. (2006). Twenty-five years of the didactic transposition, *ICMI Bulletin*, 58, 51-63.
28) Bowden, J., & Marton, F. (1998). *The university of learning: Beyond quality and competence.* London: Kogan Page.
29) Bransford,JD, & Stein, BS. (1984). *The ideal problem solver. A guide for improving thinking, learning, and creativity.* New York, NY: Freeman
30) Braselton, S., & Decker, B. C. (1994). Using graphic organizers to improve the reading of mathematics. *The Reading Teacher*, *48*, 276-281.
31) Brooks, Edward (1871). *The Normal Elementary Algebra: Containing the First Principles of the Science, Developed with Conciseness and Simplicity, for Common Schools, Academies, Seminaries and Normal Schools.* Philadelphia: Sower, Potts & Co.
32) Brown, G. Quinn, R. J.(2006). Algebra students' difficulty with fractions. *Australian Mathematics Teacher.* Vol. 62 Issue 4, p28-40.
33) Bruner, J. (1969). *On knowing*: *essays for the left hand.* Athaneum: New York
34) Bruner, J. (1973). *Beyond the information given*. New York: W.W. Norton & Company Inc.
35) Bruner, J. (1986). *Actual minds, possible worlds*. Cambridge , MA: Harvard University.
36) Burrill, G.(1995). Algebra in the K-12 Curriculum. In Carole B. Lacampagne, William Blair and Jim Kaput (Eds.), *The Algebra Initiative Colloquium* (pp.56-59).U.S. Department of Education Office of Educational Research and Improvement National Institute on Student Achievement, Curriculum, and Assessment, http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED385436.pdf#page=37
37) Bussi, M. G. B., Mariotti, M. A., & Ferri, F. (2005). Semiotic mediation in the primary school. In *Activity and Sign* (pp. 77-90). Springer US.
38) Bybee, R. W., Ferrini-Mundy, J., & LoucksHorsley, S. (1997). National standards and school science and mathematics. *School Science and Mathematics*, *97*(7), 325-334
39) Bybee, RW. (2014). NGSS and the next generation of science teachers. *Journal of Science Teacher Education*, *25* (2), 211–221. doi:10.1007/s10972-014-9381-4.
40) Van de Walle, J. A. (2004). *Elementary and midddle school mathematics (fifth edition)*. Virginia Commonwealth University press.
41) Валиуллина, А.Р (2014). *Задачи в обучении математике*, Институт математики и механики им. Н. И Лобачевского, Казанский (Приволжский) федеральный университет,
http://kpfu.ru/portal/docs/F1632877614/VKR_Valiullina.A..ruk..Shakirova.K.B.pdf
42) Vinner, S. (1997). The pseudo-conceptual and the pseudo-analytical thought

processes in mathematics learning. *Educational Studies in Mathematics, 34*(2), 97-129.
43) Vygotsky, L. S. (1974). Storia dello sviluppo delle funzioni psichiche superiori e altri scritti. Firenze: Giunti.
44)Vygotsky, L.S.(1978). *Mind in Society*: *The Development of Higher Psychological Processes*, M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner and E. Souberman, (eds.), Harvard University Press, Cambridge.
45)Vygotsky, L.S.(1986). *Thought and Language*, A. Kozulin, (ed.), M.I.T. Press, Cambridge
46) Vygotsky, L. S. (1987). *Ilprocesso cognitivo*. Torino: Boringhieri.
47) Галиуллина Е.Н.(2011). Открытые задачи в начальной школе, *Начальная школа, No 2,* 40-44.
48) Гашаров, Н.Г, Махмудов,Х.М. (2104). Дивергентные задачи — средство развития творческого мышления младших школьников, *Начальная школа, No 2,* 29-33.
49) Gentner, D. (1983). Structure-mapping: A theoretical framework for analogy. *Cognitive Science, 7*(2), 155–170. doi: 10.1207/s15516709cog0702_3
50) Gerofsky, S. (2004). *A man left Albuquerque heading east: word problem as genre in mathematics education* (Vol. 5). New York, NY: Peter Lang.
51) Giaquinto, M. (2007). *Visual thinking in mathematics* (Oxford: Oxford University Press)
52) Gilbert, J., Reiner, M. & Nakhleh, M. (2008). *Visualization: theory and practice in science education.* Dordrecht, The Netherlands: Springer
53) Goldin, G., & Shteingold, N. (2001). Systems of representations and the development of mathematical concepts.*The roles of representation in school mathematics, 2001,* 1-23.
54) Good, T.L. & Brophy, J.E (1991). *Looking in classrooms*. New York: Harper Collins.
55) Gordillo, W.F.C.& Godino, J.D. (2014). Preservice Elementary Teacher's Thinking about Algebraic Reasoning, *Mathematics Education, 9*(2), 147-162
56) Greenes, C., Cavanagh, M., Dacey, L., Findell, C., & Small, M. (2001). *Navigating through algebra in prekindergarten_Grade 2*. Reston , VA : National Council of Teachers of Mathematics.
57) Greer, B, Verschaffel, L, & Mukhopadhyay, S. (2007). Modelling for life: Mathematics and children's experience. In W Blum, P Galbraith, HW Henn, & M Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: the 14th ICMI Study* (pp. 89–98). New York, NY: Springer
58) Gusev,V.A, Safuanov, I.S.(2003). *Thinking in images and its role in learning mathematics*, (pp.87-94), In Schliemann, A., Carraher, D., Brizuela, B., Earnest, D., Goodrow, A., Lara-Roth, S., & Peled, I. (Ed.), Algebra in elementary school 1.International group for the psychology of mathematics education.
59) Davis, J. (2013). Student understandings of numeracy problems: Semantic alignment and analogical reasoning. *Australian Mathematics Teacher*. Vol. 69 Issue 2, p.19-26
60) Далингер В.А.(1997). *Метод аналогии как средство обучения учащихся стереометрии*: *Учебное пособие*. Омск: Изд-во ОмГПУ
61) Devlin, K. (2001). *The Maths Gene*: *Why Everyone Has it, but Most People Don't Use It*. London: Orion Books
62) Дејић, М. (2000). *Методика наставе математике*, Учитељски факултет, Јагодина

63) Department of Education (2006). *National Curriculum Statement Grades R-9 Orientation Programme — Grades 8 and 9*: *Part b*: *Mathematics facilitator's manual*. Pretoria: Government Printer.
64) Doerr, H.M. and English, L.D.(2003). 'A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data', *Journal for Research in Mathematics Education 34*, 110–136.
65) Drijvers, P.H.M. (2003). *Learning algebra in a computer algebra environment*: *Design research on the understanding of the concept of parameter*. Dissertation. Utrecht, the Netherlands: CD-B Press.
66) Driscoll, M.. (1999). Fostering algebraic thinking: A guide for teachers grades 6–10. Portsmouth , NH : Heinemann.
67) Duschl, RA, & Bybee, RW. (2014). Planning and carrying out investigations: an entry to learning and to teacher professional development around NGSS science and engineering practices. *International Journal of STEM Education, 1*(1), 12. doi:10.1186/s40594-014-0012-6.
68) Evan, R, & Lappan, G. (1994). Constructing meaningful understanding of mathematics content. In D Aichele & A Coxford (Eds.), *Professional development for teachers of mathematics* (pp. 128–143). Reston, VA: NCTM.
69) Einstein, A. and Infeld, L. (1938). *The Evolution of Physics*. New York: Simon and Schuster.
70) Ellerton, N. F. (1988). Exploring children's perception of mathematics through letters written by children. In A. Borbas(Ed.), *Proceedings of the Twelfth International Conference for the Psychology of Mathematics Education Vol. 1*, (pp.280–287). Veszprem (Hungary): International Group for the Psychology of Mathematics Education.
71) El'konin, D.B. & Davydov, V.V. (1975). Learning capacity and age level: Introduction. In L. P.Steffe (Ed.). *Soviet studies in the psychology of learning and teaching mathematics, Volume 7, Children's capacity for learning mathematics* (pp. 1-11). Chicago , University of Chicago.
72) Engestroem, Y. (1987). *Learning by Expanding*: *an Activity Theoretical Approach to Developmental Research*. Helsinki: Orienta - Konsultit Oy.
73) English, L.D.(2002). 'Development of 10-year-olds' mathematical modeling', in A. Cockburn and E. Nardi (eds.), *Proceedings of the 26th International PME Conference*, University of East Anglia, Norwich, pp. 329–336
74) English, L.D. and Watters, J.J.(2005). 'Mathematical modeling in third-grade classrooms', *Mathematics Education Research Journal 16*, 59–80
75) English, L. D. (2006). Mathematical Modeling in the Primary School: Children's Construction of a Consumer Guide. *Educational Studies in Mathematics*, *63*(3), 303-323.
76) Euler, Leonhard (1984). *Elements of Algebra*, translated by John Hewlett. New York: Springer-Verlag.
77) Eurydice. (2012). *Developing key competencies at school in Europe: challenges and opportunities for policy – 2011/12* (pp. 1–72).
78) Zawojewski, J. (2010). Problem solving versus modeling. In R.Lesh, P.L.Galbraith, C.R.Haines & A. Hurford

(Eds.), *Modeling students' mathematical modeling competencies* (pp.237–243), New York: Springer.
79) Işık, C. (2011). Conceptual analysis of multiplication and division in fractions posed by pre-service elementary mathematics teachers. *Haccettepe University Journal of Education Faculty, 41,* 231-243.
80) Işık, C., & Kar, T. (2012). An error analysis in division problems in fractions posed by preservice elementary mathematics teachers. *Educational Sciences: Theory & Practice, 12*(3), 2289-2309
81) Işık, C., Öcal, T., & Kar, T. (2013). Analysis of pre-service elementary teachers' pedagogical content knowledge in the context of problem posing. *Paper presented at the meeting of Eighth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8), Antalya, Turkey.*
82) Jacobs, V., Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., & Battey, D. (2007). Professional development focused on children´s algebraic reasoning in elementary school. *Journal for Research in Mathematics Education, 38*(3), 258-288.
83) Јешић, С, Мишић, Д.(2008). *Савремене методе и нови приступи наставе математике у основној школи*, Герундијум, Београд
84) Jones, G., Langrall, C., Thornton, C. and Nisbet, S.(2002). 'Elementary school children's access to powerful mathematical ideas', in L.D. English (ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education*, Erlbaum, Mawah, NJ, pp. 113–141.
85) Jones, K. (2010). *Linking geometry and algebra in the school mathematics curriculum.* In Z. Usiskin, K. Andersen & N. Zotto (Eds) Future Curricular Trends in School Algebra and Geometry. Charlotte, NC: Infoage. pp203-215. ISBN: 97816075
24724, http://eprints.soton.ac.uk/157017/1/Jones_linking_geometry_algebra_2010.pdf
86) Johanning, D. I. (2004). Supporting the development of algebraic thinking in middle school: A closer look at students' informal strategies. *Journal of Mathematical Behavior, 23*(4), 371–388.
87) Jupri, A., Drijvers, P. & Heuvel-Panhuizen, M.(2014). Student Difficulties in Solving Equations from an Operational and a Structural Perspective, *Mathematics Education, 9*(1), 39-55.
88) Kapur, J.N. (1990). Some thoughts on creativity in mathematics education. In J.N.Kapur (Ed.), *Fascinating world of mathematical sciences* (pp. 131–138). New Delhi: Mathematical Sciences Trust Society.
89) Kaput, J. J. (1995). Long-term algebra reform: Democratizing access to big ideas. In Carole B. Lacampagne, William Blair and Jim Kaput (Eds.), *The Algebra Initiative Colloquium* (pp.37-53).U.S. Department of Education Office of Educational Research and Improvement National Institute on Student Achievement, Curriculum, and Assessment, http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED385436.pdf#page=37
90) Kaput, J. J. (1995b). A Research Base Supporting Long Term Algebra Reform?. http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED389539.pdf
91) Kaput, J.J. (1999). Teaching and Learning a New Algebra. In Fennema, E., & Romberg, T. A. (Eds.), *Mathematics Classrooms That Promote Understanding* (pp.133-155). Routledge
92) Kaput, J. (2000). *Teaching and Learning a New Algebra with Understanding*.

National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science, Dartmouth, MA.Office of Educational Research and Improvement (ED), Washington, DC.; National Science Foundation, Arlington, VA. Преузето 17.8.2015. из: http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED441662.pdf

93) Kar, T. & Işık, C. (2014). Analysis of Problems Posed by Pre-service Primary Teachers about Adding Fractions in terms of Semantic Structures, *Mathematics Education, 9*(2), 135-146

94) Kasir, Daoud S. (1931). *The Algebra of Omar Khayyam*. New York: Teachers College of Columbia University.

95) Katz, V.J.(1995). The Development of Algebra and Algebra Education.In Carole B. Lacampagne, William Blair and Jim Kaput (Eds.), *The Algebra Initiative Colloquium* (pp.19-36).U.S. Department of Education Office of Educational Research and Improvement National Institute on Student Achievement, Curriculum, and Assessment, http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED385436.pdf#page=37

96) Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. – In: D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan, p. 390-419

97) Kieran, C.. (1996, July). *The changing face of school algebra*. Invited lecture for Eighth Congress of the International Congress in Math Education, Seville, Spain

98) Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it. *The Mathematics Educator*, *8*(1), 139-151.

99) Kılıc, C. (2013). Pre-Service Primary Teachers' Free Problem-Posing Performances in the Context of Fractions: An Example from Turkey, *The Asia-Pacific Education Researcher*, Volume 22,Issue 4 ,677–686

100) Колягин Ю.М., Алексеенко О.Л. (1990). Интеграция школьного обучения, *Начальная школа. № 9*. С. 28–32

101) Kosko, K. W. & Wilkins, J. L. M.(2010). Mathematical Communication and Its Relation to the Frequency of Manipulative Use, *International Electronic Journal of Mathematics Education*,Vol.5, No.2

102)
Köhler, A. D. A. (2002). The dangers of mathematical modeling. *The Mathematic s Teacher, 95*(2), 140–145.

103) Крючкова, В.В (2006). *Прием обобщения в циклах взаимосвязанных задач*, Электронный информационный спутник газеты „Математика", #4 (16—31 мая 2006 г.), http://mat.1september.ru/download/e-mat04.pdf

104) Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children*. Edited by J. Kilpatrick & I. Wirszup. Chicago: University of Chicago Press

105) Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K. & Strasser, R. (2006). Teaching and Learning Geometry with Technology. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.) *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future.* Rotterdam: Sense Publisher.

106) Laborde, C. (2010). Linking geometry and algebra through dynamic and interactive geometry. In Z. Usiskin, K. Andersen, & N. Zotto (Eds.), *Future curricular trends in school algebra and geometry: Proceedings of a conference*, 217-230. Charlotte, NC: Information Age Publishing.

107) Lajoie, S.P.(1995). A Framework for Authentic Assessment in Mathematics. In T.A. Romberg(Ed.) *Reform in School Mathematics and Authentic Assessment* (pp.19-37.).Albany, State University of New York Press.
108) Lamon, S. J. (1999). Teaching Fractions and Ratios for Understanding: Essential Knowledge and Instructional Strategies for Teachers. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
109) Lamon, S. (2003). Beyond constructivism: An improved fitness metaphor for the acquisition of mathematical knowledge. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 435–448). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum and Associates.
110) Lannin, J. K. (2005). Generalization and justification: The challenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and Learning, 7*(3), 231–258.
111) Lee, M. S., & 李文生. (2015). Developing a dynamic geometry task platform for accessing students' perceptions of geometric properties through analysis of example spaces. *HKU Theses Online (HKUTO)*
112) Leikin, R. (2007). Habits of mind associated with advanced mathematical thinking and solution spaces of mathematical tasks. *Paper presented in the Working Group on Advanced Mathematical Thinking*—CERME-5, Cyprus.
113) Leikin, R. & Levav-Waynberg, A. (2008). Solution Spaces of Multiple-Solution Connecting Tasks as a Mirror of the Development of Mathematics Teachers' Knowledge. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 8*(3), 233 -251.
114) Lesh, R. and G. Harel, (2003). *Problem Solving, Modeling, and Local Conceptual Development*. Mathematical Thinking & Learning, 5(2/3): p. 157–189.
115) Leung Allen & Lee Arthur Man Sang (2013). Students' geometrical perception on a task-based dynamic geometry platform, Educ Stud Math (2013) 82:361–377 DOI 10.1007/s10649-012-9433-7
116) Lehrer, R. (2007). Introducing students to data representation and statistics. In K. Milton, H. Reeves, & T. Spencer (Eds.), *Mathematics*: *Essential for learning, essential for life* (Proceedings of the 30th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Hobart, Vol. 1, pp. 22-41). Adelaide: AAMT.
117) Lewis, R. H. (2000). *Mathematics*: *The most misunderstood subject.* Accessed 4 February 2009 at http://www.fordham.edu/mathematics/whatmath.html
118) Lian, L.H. and Idris, N. (2006). Assessing Algebraic Solving Ability Of Form Four Students, *International Electronic Journal of Mathematics Education,* Volume 1, Number 1,55-76
119) Липковски, А (2007). *Линеарна алгебра и аналитичка геометрија*, ЗУНС, Београд
120) Lonning, R. A, &DeFranco,T. C. (1997). Integration of science and mathematics: A theoretical model. *School Science and Mathematics, 97*(4), 212-215.
121) Lowrie, T. (2002). Designing a framework for problem posing: Young children generating open-ended tasks. *Contemporary Issues in Early Childhood, 3*(3), 354–364

122) Luo, F. (2009). Evaluating the effectiveness and insights of pre-service elementary teachers' abilities to construct word problems for fraction multiplication. *Journal of Mathematics Education, 2*(1), 83–98
123) Margenau, H. (1961, reprint 1983). *Open Vistas*. Woodbridge, CT: Ox Bow Press.
124) Marton, F., Runesson, U., & Tsui, A. (2004). The space of learning. In F. Marton and A. Tsui (Eds.), *Classroom discourse and the space of learning* (pp. 3-40). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, INC Publishers
125) Marton, F. & Tsui, A.B.M. (2004). *Classroom Discourse and the Space of Learning.* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
126) Mason, J. (1989). Mathematical abstraction as the result of a delicate shift of attention. *For the Learning of Mathematics, 9* (2), 2–8.
127) Mason, J. & Johnston-Wilder, S. (2004). *Fundamental Constructs in Mathematics Education*. London: RoutledgeFalmer.
128) MacGregor, M., & Price, E. (1999). An exploration of aspects of language proficiency and algebra learning. *Journal for Research in Mathematics Education, 30*(4), 449-467.
129) Maclaurin, Colin (1756). *A Treatise of Algebra in Three Parts,* 2d ed. London: Millar and Nourse.
130) May, Kenneth O., and Henry Van Engen (1959). "Relations and Functions." In *The Growth of Mathematical Ideas, Grades K–12*, Twenty-fourth Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics, pp. 65-110. Washington, D.C.: NCTM.
131) Mayer, J. & Land, R. (2005). Threshold concepts and troublesome knowledge (2): Epistemological considerations and a conceptual framework for teaching and learning.*Higher Education, 49*(3), 373–388.
132) Milinkovic, J (2009). Pupils active learning in integrated mathematics and technical education class: a case study. In I. Radovanovic and Z. Zaclona (Eds): *Student in Contemporary Learning and Teaching*, 97-109. Beograd: Učiteljski fakultet.
133) Милинковић, J. (2011). *Елементи интегративног приступа у уџбеницима*, Иновације у настави XXIV, 2011/1, стр. 53-63, Учитељски факултет, Београд
134) Milinković, J,Bogavac, D(2011). *Montessori method as a basis for intergated mathematics learning,* Metodički obzori 11, vol. 6(2011)1.
135) Milinković J.(2015). Conceptualizing Problem Posing via Transformation, In Singer, F.M., Ellerton, N.F., Cai, J.(Ed.), *Mathematical Problem Posing From Research to Effective Practice*, pp 47-70 , Research in Mathematics Education, http://link.springer.com/book/10.1007/978-1-4614-6258-3
136) Mulligan, J., & Mitchelmore, M. (2009). Awareness of pattern and structure in early mathematical development. *Mathematics Education Research Journal,21*(2), 33-49.
137) Mullis, I. V., Martin, M. O., Ruddock, G. J., O'Sullivan, C. Y., & Preuschoff, C. (2009). *TIMSS 2011 Assessment Frameworks*. International Association for the Evaluation of Educational Achievement. Herengracht 487, Amsterdam, 1017 BT, The Netherlands.
138) McAllister, C. J., & Beaver, C. (2012). Identification of error types in preservice teachers' attempts to create fraction story problems for specified operations. *School Science and Mathematics 112*(2), 88;98.

139) Nagy, R. (2013). Building a solid foundation from which to launch our future mathematicians *Australian Mathematics Teacher***.** Vol. 69 Issue 3, p. 20-25.
140) *Наставни програм математике за основну школу у РС*, Службени гласник–Просветни гласник, број 10/2004, 1/2005. Београд
141) *Наставни програм за четврти разред основног образовања и васпитања* (2015), Београд: Завод за унапређивање васпитања и образовања.
(Преузето13.6.2015,из
http://www.zuov.gov.rs/dokumenta/CRPU/Osnovne%20skole%20PDF/Prvi%20ciklus%20osnovnog%20obrazovanja%20i%20vaspitanja/4%20Nastavni%20program%20za%20cetvrti%20razred%20osnovnog%20obrazovanja%20i%20vaspitanja.pdf)
142) National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
143) National Council of Teachers of Mathematics(1991). *Professional Standards for TeachingMathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA.
144) National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: NCTM
145) Nelsen, B. R. (1993). *Proofs without words*: *Exercises in visual thinking*. Washington DC: Mathematical Association of America
146) Nelsen, B. R. (2000). *Proofs without words*: *More exercises in visual thinking*. Washington DC: Mathematical Association of America
147) Noë, A. (2004). *Action in perception.* Cambridge: MIT Press
148) *Општи стандарди постигнућа – образовни стандарди за крај првог циклуса обавезног образовања – математика* (2011). Београд: Завод за вредновање квалитета образовања и васпитања.
149) Osborne, J. (2014). Teaching scientific practices: meeting the challenge of change. *Journal of Science Teacher Education, 25* (2), 177–196. doi:10.1007/s10972-014-9384-1.
150) *Педагошка енциклопедија* 1-2 (1989), ЗУНС, Београд
151) *Педагошки лексикон* (1996), ЗУНС, Београд
152) Пијаже, Ж. (1983). *Порекло сазнања*. Нолит, Београд
153) Piaget, J. (1985). *The Equilibration of Cognitive Structures*. Cambridge MA: Harvard.
154) PISA (2006). Assessing Scientific, Reading and Mathematical Literacy: A Framework for PISA. Publisher: OECD.
155) Pogrow, S. (1988). Teaching thinking to at-risk elementary students. *Educational Leadership, 45*(7), 79–85.
156) Подходова, Н.С. (2011). Моделирование как универсальное учебное действие при изучении математики, *Начальная школа*, № 9, Министерство образования Российской Федераци, Москва
157) Поља, Ђ.(1956). *Како ћу решити математички задатак*, Школска књига, Загреб.
158) Polya, G. (1957). *How to solve it*. Princeton, NJ: Lawrence Erlbaum
159) Presmeg, N. (2006). Semiotics and the “Connections” Standard: Significance of Semiotics for Teachers of Mathematics, *Educational Studies in Mathematics*, Volume 61, Issue 1-2, pp 163-182. Преузето из: http://link.springer.com/article/10.1007/s10649-006-3365-z
160) Presmeg, N. C. (2006b). Research on visualization in learning and teaching mathematics. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), ´ *Handbook of research on the psychology of mathematics*

education: Past, present and future (pp. 205–235). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers
161) Prouse, H. L. (1964). The construction and use of a test for the measurement of certain aspects of creativity in seventh grade mathematics. *Dissertation Abstracts International, 26*(1), 394.
162) Prouse, H. L. (1967). Creativity in mathematics. *The Mathematics Teacher, 60*, 876–879.
163) Puig, L. & Cerdán, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares.* Madrid: Síntesis.
164) Purdum-Cassidy, B., Nesmith, S., D. Meyerand, R.& Cooper, S. (2015). What are they asking? An analysis of the questions planned by prospective teachers when integrating literature in mathematics, *Journal of Mathematics Teacher Education,18*(1), 79-99.
165) Radford, L. (2006). The anthropology of meaning. *Educational Studies in Mathematics, 61*(1–2), 39–65.
166) Ракоњац, М. (2016): Ефекти геометријског моделовања алгебарских проблема у разредној настави, *Зборник радова Учитељског факултета у Ужицу, XIX*(18), стр. 167-178.
167) Ракоњац, М. (2017): Ефекат геометријске репрезентације особина релације једнакости на успешност решавања једначина у млађим разредима, *Настава математике*, LXII2-3, стр. 21-28, Друштво математичара Србије
168) Рашковић, М, Икодиновић, Н (2010). *Приче о малим и великим бројевима,* ЗУНС, Београд
169) Romberg, T.A. & Kaput, J.J. (1999). Mathematics Worth Teaching, Mathematics Worth Understanding. In Fennema, E., & Romberg, T. A. (Eds.), *Mathematics Classrooms That Promote Understanding* (pp.3-17). Routledge
170) Ruiz, N., Bosch, M., & Gascón, J. (2007). The functional algebraic modelling at secondary level. In *Comunicación presentada en el 5º Congreso de la Sociedad Europea de Investigación en Educación Matemática. Lárnaca (Chipre)* (pp. 22-26).
171) Santi, G. (2011). Objectification and semiotic function. *Educational Studies in Mathematics, 77*(2-3), 285-311.
172) Саранцев Г.И (2001). *Методология методики обучения математике*. Саранск
173) Senk, S. L., Beckmann, C. E., & Thompson, D. R. (1997). Assessment and grading in high school mathematics classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education, 28*(2), 187-215.
174)Silver,E. A.(1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathem atics, 14*(1), 19–28.
175) Silver, E.A. & Kenney, P.A. (1995). Sources of Assessment Information for Instructional Guidance in Mathematics. In T.A. Romberg (Ed.) *Reform in School Mathematics and Authentic Assessment* (pp. 38-68), Albany, State University of New York Press..
176) Silver, E. A., Ghousseini, H., Gosen, D., Charalambous, C., & Font Strawhun, B. T. (2005). Moving from rhetoric to praxis: Issues faced by teachers in having students consider multiple solutions for problems in the mathematics classroom.
Journal of Mathematical Behavior, 24, 287–301

177) Силобрчић, В. (1989). *Како саставити, објавити и оцијенити знанствено дјело*. Загреб: Медицинска наклада.
178) Simon, M. A., & Blume, G. W. (1994). Building and Understanding Multiplicative Relationships: A Study of Preservice Elementary Teachers. *Journal for Research in Mathematics Education, 25*(5), 472-494
179) Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.
180) Skemp,R.R. (1987). *The Psychology of Learning Mathematics*, Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates
181) Skemp, R. (2002). Instrumental and relational understanding. In D. Tall & M. Thomas (Eds.),*Intelligence, learning and understanding in mathematics*: *A tribute to Richard Skemp.* Flaxton, QLD: Post Pressed.
182) Skinner, B. F. *Science and Human Behavior*. New York: Free Press, 1953. *About Behaviorism*. New York: Alfred A. Knopf, 1974.
183) Славская К.А. (1966). Детерминация процесса мышления, *Исследование мышления в советской психологии.* - М.: Наука, стр.175 - 224.
184) Smith, E. (2008). Representational thinking as a framework for introducing functions in the elementary curriculum. In J. L. Kaput, D. W. Carraher, & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp.133–160). New York: Taylor & Francis Group
185) Sowder, L. & Harel, G. (1998). Types of students' justifications. *Mathematics Teacher, 91*(8), 670–675.
186) Steen, L. A. (2003). Data, shapes, symbols: Achieving balance in school mathematics. http://www.asclegg.co.uk/downloads/maths/pisa/Data%20Steen.pdf
187) Stein M. K., & Lane, S. (1996). Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: An analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. *Educational Research and Evaluation, 2*(1), 50-80
188) Stenmark, J.K. (1989). *Assessment Alternatives in Mathematics*, EQUALS publications, University of California.
189) Stephens, A. (2008). What "counts" as algebra in the eyes of preservice elementary teachers? *Journal of Mathematical Behavior, 27*, 33-47
190) Стошић-Миљковић, Д, Маринковић, Б.(2007). *Математички практикум*, КММ, Архимедес, Београд
191) Stoyanova, E. (2000). Empowering students' problem solving via problem posing: The art of framing "good" questions. *Australian Mathematics Teacher, 56*(1), 33–37
192) Stoyanova, E. (2003). Extending students' understanding of mathematics via problem posing. *Australian Mathematics Teacher, 59*(2), 32–40.
193) Streefland, L. (1995). Zelf algebra maken [Making algebra yourself]. *Nieuwe Wis-krant, 15*(1), 33-37
194) Sullivan, P., & Clarke, D. (1991). The Assessment Implications of Open-ended Tasks in Mathematics. In M. Stephens &J. Izard (Ed.) *Reshaping Assessment Practices*: *Assessment in the Mathematical Sciences Under Challenges*, Victoria, National Library of Australia.
195) Сухаревская, Е. (2006). Особенности интегрированного обучения в начальных классах, *Начальная школа* №1/2006, издательского дома „Первое сентября", http://nsc.1september.ru/article.php?ID=200600101

196) Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics, 22*(1), 1–36.
197) Sfard, A. & Linchevski, L. (1994). The Gains and Pitfalls of Reification – The Case of Algebra. *Educational Studies in Mathematics, 26,* 191-228.
198) Shafer, M.C. & Romberg,T.A. (1999). Assessment in Classrooms That Promote Understanding. In Fennema, E., & Romberg, T. A. (Eds.), *Mathematics Classrooms That Promote Understanding* (pp.159-184). Routledge
199) Schliemann, A., Carraher, D., Brizuela, B., Earnest, D., Goodrow, A., Lara-Roth, S., & Peled, I. (2003). Algebra in Elementary School. *International Group for the Psychology of Mathematics Education, 4,* 127-134.
200) Schmalz, R. (1973): Categorization of questions that mathematics teachers ask. *Mathematics Teacher,* 66(7). Reston, VA: NCTM
201) Schoenfeld, AH. (1987). What's all the fuss about metacognition? In AH Schoenfeld (Ed.),*Cognitive science and mathematics education* (pp. 189–215).
Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
202) Schoenfeld, A.H. (1988). When good teaching leads to bad results: The disasters of 'well-taught' mathematics courses. *Educational Psychologist,* 23(2), 145-166.
203) Schoenfeld, A. (2012). *Problematizing the didactic triangle. ZDM, 44* (5), 587-599.
204) Swan, M. (2005). *Improving Learning in Mathematics: Challenges and Strategies*.Retrieved September 3, 2014, from: https://www.asms.sa.edu.au/wpcontent/uploads/2013/04/Improving_learning_in_maths-UK.pdf
205) Tall, D. (2004, July). Thinking through three worlds of mathematics. InProceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 4, pp. 281-288).
206) Tahta, D. (1980). About geometry. *For the Learning of Mathematics, 1*(1), 2–9.
207) Thomas, N. & Mulligan, J. T. (1995). Dynamic imagery in children's representations of number. *Mathematics Education Research Journal, 7*(1), 5-26
208) Thompson, T. (2008). Mathematics Teachers' Interpretation of Higher-Order Thinking in Bloom's Taxonomy, *International Electronic Journal of Mathematics Education* ,Volume 3, Number 2
209) Thornton, S. (2001). A picture is worth a thousand words. In A. Rogerson (Ed.),
New ideas in mathematics education: *Proceedings of the International Conference of the Mathematics Education into the 21st Century Project* (pp. 251–256).
210) Tyminski,A. M., Zambak, V. S., Drake, C.& Land, T.J. (2014). Using representations, decomposition, and approximations of practices to support prospective elementary mathematics teachers' practice of organizing discussions, *Journal of Mathematics Teacher Education, 17*(5), 463-487.
211) Usiskin, Z. (1988). Conceptions of school algebra and uses of variables. In A. F. Coxford & A. P. Shulte(Eds.), *The ideas of algebra, K-12*: *NCTM 1988 Yearbook* (pp. 8–19). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics..

212) Usiskin, Z. (2004). *Should all students study a significant amount of algebra*?Keynote at the Dutch National Mathematics Days (NWD) [keynote also in *Nieuw Archief voor Wiskunde*, June 2004, 147-151]
213) Fennema, E., & Romberg, T. A. (Eds.). (1999). *Mathematics classrooms that promote understanding*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
214) Fey, James T., and Richard A. Good (1985). Rethinking the Sequence and Priorities of High School Mathematics Curricula. In *The Secondary School Mathematics Curriculum*, 1985 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics, pp. 43–52. Reston, Va.: NCTM
215) Fey, J.(1995). What Is the Appropriate K-12 Algebra Experience for Various Students? In Carole B. Lacampagne, William Blair and Jim Kaput (Eds.), *The Algebra Initiative Colloquium* (pp.63-66).
U.S. Department of Education Office of Educational Research and Improvement National Institute on Student Achievement, Curriculum, and Assessment, http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED385436.pdf#page=37
216) Fluellen, J. (2007). *Algebra and analogy for kids. A teacher inquiry plan occasional paper #4*. Retrieved from http://www.eric.ed.gov.ezp01.library.qut.edu.au/contentdelivery/servlet/ERICServlet?accno=ED497836
217) Francisco, JM, & Maher, CA. (2005). Conditions for promoting reasoning in problem solving: insights from a longitudinal study. *The Journal of Mathematical Behavior, 24*(3), 361–372.
218) Hallagan, J. E. (2006). The case of Bruce: a teacher's model of his students' algebraic thinking about equivalent expressions. *Mathematics Education Research Journal*, *18*(1), 103-123.
219) Hart, Walter W. (1951). *A Second Course in Algebra.* 2d ed., enlarged. Boston: D. C. Heath & Co.
220) Haylock, D. W. (1987a). Mathematical creativity in school children. *The Journal of Creative Behavior, 21*(1), 48–59.
221) Haylock, D. W. (1987b). A framework for assessing mathematical creativity in school children. *Educational Studies in Mathematics, 18*, 59–74.
222) Haylock, D. W. (1997). Recognizing mathematical creativity in school children. *International Reviews on Mathematical Education, 29* (3), 68–74.
223) Hewitt, D. (1992). Train spotters' paradise. *Mathematics Teaching, 140*, 6–8.
224) Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge*: *The case of mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
225) Hiebert, J. & Carpenter, T. P. (1992). Learning and Teaching with Understanding. In *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, edited by Douglas A. Grouws. New York: Macmillan. 65-97.
226) Hiebert, J., Carpenter, T.P., Fennema, E., Fuson, K., Wearne, D., Murray, H., Olivier, A., & Human, P. (1997). *Making Sense: Teaching and Learning Mathematics with Understanding*. Portsmouth, NH: Heinemann.
227) Hiebert, J., Morris, A., K., Berk, D., & Jansen, A. (2007). Preparing teachers to learn from teaching. *Journal of Teacher Education*, 58(1), 47-61. doi: 10.1177/0022487106295726

228) Hollingsworth, H., Lokan, J. & McCrae, B. (2003). *Teaching mathematics in Australia: Results from the TIMSS video study* (TIMSS Australia Monograph No. 5). Camberwell, Vic.: Australian Council for Educational Research.
229) House, P. A. & Coxford, A. F. (1995). *Connecting Mathematics across the Curriculum*, 1995 Yearbook. NCTM.
230) Huerta, M. P. (2009). On Conditional Probability Problem Solving Research – Structures and Contexts, *International Electronic Journal of Mathematics Education*, Volume 4, Number 3
231) Huntley, M. A., Rasmussen, C. L., Villarubi, R. S., Sangtong, J., & Fey, J. T. (2000). Effects of Standards-Based Mathematics Education: A Study of the Core-Plus Mathematics Project Algebra and Functions Strand. *Journal for Research in Mathematics Education*, *31*(3), 328-361.
232) Cai, J., Lew, H. C., Morris, A., Moyer, J. C., Ng, S. F., & Schmittau, J. (2005). The development of studients' algebraic thinking in earlier grades. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *37*(1), 5-15.
233) Cankoy, O. (2003). Perceptions of preservice elementary teachers in Turkish Republic of Northern Cyprus about difficulty level of mathematical problems. *Hacettepe University Journal of Education Faculty*, *25*, 26–30.
234) Cankoy, O.(2014). Interlocked problem posing and children's problem posing performance in free structured situations, *International Journal of Science and Mathematics Education*, Volume 12, Issue 1, pp 219-238.
235) Carpenter, T.P. & Lehrer, R. (1999). Mathematics Worth Teaching, Mathematics Worth Understanding. In Fennema, E., & Romberg, T. A. (Eds.), *Mathematics Classrooms That Promote Understanding* (pp.19-32). Routledge
236) Carpenter,T.P., Fennema, E., Fuson, K., Hiebert, J., Piet Human, P., Murray, H., Olivier, A. &Wearne, D. (1999). Learning Basic Number Concepts and Skills as Problem Solving. In Fennema, E., & Romberg, T. A. (Eds.), *Mathematics Classrooms That Promote Understanding* (pp.45-61). Routledge.
237) Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L., & Empson, S. B. (1999). Children's mathematics: Cognitively guided instruction. Portsmouth, NH: Heinemann 238) Carraher, D. W., Schliemann, A. D., Brizuela, B. M., & Earnest, D. (2006). Arithmetic and algebra in early mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, *37*, 87-115
239) CECJA(2002). Decreto 148/2002 por el que se establecen las ensenanzas correspondientes a la Educacion Secundarion Obligatoria en Andalucia. *Boletin Oficial de la Junta de Andalucia*. 75.June 27.2002.
240) Clarke, D. (1992). The role of assessment in determining mathematics performances. In G.C.Leder (Ed.) *Assessment and Learning of Mathematics* (pp.145-168). Australian Council for Educational Research, Victoria, Australia.
241) Collins, A. (1987). Cognitive Apprenticeship: Teaching the Craft of Reading, Writing, and Mathematics. Technical Report No. 403.
242) Confrey, J., & Smith, E. (1994). Exponential functions, rates of change, and the multiplicative unit.*Educational Studies in Mathematics*, *26*(2/3), 135–164.
243) Coxeter, H. S. M., & Greitzer, S. L. (1967). *Geometry revisited*. New York: Mathematical Association of America

244) Chamberlin, S. A., & Moon, S. M. (2005). Model-Eliciting Activities as a Tool to Develop and Identify Creatively Gifted Mathematicians. *Journal of Secondary Gifted Education*, *17*(1), 37-47).
245) Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H. Y., & Mesa, V. (2010). A comparative analysis of the addition and subtraction of fractions in textbooks from three countries. *Mathematical Thinking and Learning*, *12*, 117–151.
246) Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné.* Grenoble: La Pensée Sauvage. (2d edition: 1991)
247) Chevallard, Y, Bosch, M.&Gascon, J.(1997). *Estudior matematicas*. El eslabon perdido entre la ensenanza y el aprendizaje. Barcelona: ICE/Horsori.(Преузето 15.6.2015, из https://curriculares.files.wordpress.com/2011/09/el_eslabon_perdido.pdf)
248) Čadež, T.H. and Kolar, V.M (2015). *Understanding of mathematically gifted students' approaches to problem solving* , in Kolar-Begović,Kolar-Šuper,Đurđević-Babić (eds.),*Higher Goals in Mathematics Education***,** Josip Juraj Strossmayer University of Osijek**,**pp. 27-39.(http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED557785.pdf)
249) Шамић, М. (1984). *Како настаје научно дјело*. Свјетлост ООУР Издавачка дјелатност, Сарајево
250) Шимлеша, П. (1980). *Дидактика*, Педагошко-књижевни збор, Загреб.
251) Queensland Studies Authority (2004). *Mathematics Years 1 to 10 Syllabus*. Springhill, Qld: Author. Retrieved from http://www.qsa.qld.edu.au/downloads/p_10/kla_maths_syll.pdf
252) Wadsworth, B. J. (1996). *Piaget's Theory of Cognitive and Affective Development (5th ed.).*White Plain, NY: Longman Publishers.
253) Warren, E. (2005). Young children's ability to generalise the pattern rule for growing patterns. In H. Chick & J. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 305- 312). Melbourne: Program Committee.
254) Wells, G.(1999). *Dialogic Inquiry in Education*: *Towards a Sociocultural Practice and Theory of Education*, Cambridge University Press, New York.
255) Wells, G.(2000). 'Dialogic inquiry in education', in C.D. Lee and P. Smagorinsky (eds.),*Vygoskian Perspectives on Literacy Research*: *Constructing Meaning through Collaborative Inquiry*,Cambridge University Press, New York, pp. 51–85
256) Wright, V. (1997). *Assessing mathematical processes in algebra*. Unpublished Research dissertation. University of Waikato.
257) Whitson, J.A.(1997). 'Cognition as a semiosic process: From situated mediation to critical reflective transcendance', in D. Kirshner and J.A. Whitson (eds.), *Situated Cognition*: *Social, Semiotic, and Psychological Perspectives*, Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah,New Jersey, pp. 97–149.
258) Yildirim, T. P., Shuman, L., Besterfield-Sacre, M., & Yildirim, T. P. (2010). Model eliciting activities: assessing engineering student problem solving and skill integration processes. *International Journal of Engineering Education*, *26*(4), 831-845.

5. Остварени резултати и научни допринос дисертације

Потврда претпоставке о позитивној корелацији између квалитета знања и повезивања наставних садржаја указује на то да раскорак између алгебре и геометрије може да се савлада путем избора адекватних наставних активности, које утичу на развој теоријског мишљења. Резултати истраживања Мике Ракоњац указују на чињеницу да успостављање веза између алгебарских и геометријских садржаја представља основу за разумевање основних математичких појмова и релација. Наиме, анализом резултата рада ученика експерименталне групе, може се закључити да су ученици млађих разреда, уз примену интегративног приступа у изучавању математичких садржаја, у могућности да се ангажују у следећим активностима: 1) користе вишеструке репрезентације математичких концепата (појмова, функционалних односа), које су од кључног значаја за разумевање и обједињавање математичких садржаја у целину, 2) успешно се „крећу“ између репрезентација, односно препознају алгебарску репрезентацију еквивалентну геометријској и обрнуто, 3) препознају исту идеју у различитим репрезентацијама, 4) решавају проблеме применом алгебарске и њој еквивалентне геометријске репрезентације, 5) препознају различита значења алгебарских симбола приказујући алгебарске изразе, обрасце или једначине у геометријском контексту, 6) представљају и анализирају релације између квантитативних варијабли (где променљиве нису слова која означавају непознате бројеве, већ квантитативне особине објеката, које се мењају у зависности од промене других величина)

Емпиријске потврде иду у прилог закључку да наведене активности подстичу ученике у остваривању следећих циљева и задатака: 1) стицање способности за анализу и примену различитих репрезентација, 2) изучавање садржаја истовремено и са оперативног и са структурног аспекта, чиме се подстиче развој не само процедуралног, већ и релационог расуђивања, 3) откривање линеарних веза између варијабли приказаних вербалним, табеларним, геометријским или симболичким моделима, 4) трансформисање алгебарских израза и геометријских модела у алтернативне еквивалентне облике, 5) успостављање везе између аритметике и алгебре фокусирањем на односе, а не на израчунавања, тј. примена особина бројева и операција у математичким трансформацијама, а не просто рачунање уз прописан редослед поступака, 6) самостално повезивање различитих математичких појмова и операција уз примену адекватног дидактичког материјала (сврсисходних проблема), 7) стицање

различитих увида у математичке проблеме, 8) изучавање математичких садржаја доживљава се као активност решавања проблемских ситуација, 9) примена стечених способности у широком спектру математичких ситуација ученике води у свет формалног математичког размишљања. Резултати тестирања подржавају и став да су ученици у могућности да науче геометрију више од основних појмова и препознавања једноставних фигура.

Полазећи од тога да се математичко образовање може посматрати из перспективе Наставног плана и програма, наставних активности и сазнајних могућности ученика, неопходно је да се питање интегративног приступа у настави математике размотри са сва три наведена гледишта. Иако Наставни план и програм ученицима основне школе пружа могућност да стекну целовито математичко знање, највећи утицај на то шта и како ученици уче имају наставници. Другим речима, успех у настојању да се развије математичко размишљање у великој мери зависи од способности наставника да подстакне начин размишљања ученика. У том смислу, резултати истарживања Мике Ракоњац наводе на потребу: 1) испитивање односа између (предметног, педагошког) знања наставника и садржаја наставних активности неопходних за реализацију интегрисане наставе математике, тј. у којој мери знања наставника доприносе настави математике у погледу интеграције и које врсте способности и која знања наставника су предуслов за њено успешно спровођење, 2) додатних емпиријских истраживања, која се односе на проблеме у спровођењу интегративног приступа, јер као препрека спровођења унутарпредметне интеграције у оквиру наставе математике може бити недостатак адекватног дидактичког материјала, стручне литературе и детаљних смерница за њену реализацију

Научни значај дисертације је у давању одговора на методичка питања кроз: сагледавање психолошко-педагошке основе за реализацију унутарпредметне интеграције у настави математике, разматрање теоријске основе за изградњу методичких модела и њихову примену у настави, емпиријско истраживање и потврђивање претпоставки статистичком методом.

6. Закључак

Један од кључних захтева у наставном процесу јесте усвајање повезаних знања, а не појединачних чињеница, јер систем математичких знања чини јединствену целину. Изнети резултати докторске дисертације Мике Ракоњац потврђују могућност и указују на путеве постизања интегрисаних знања математичких садржаја. Резултати указују на чињеницу да успостављање веза између алгебарских и геометријских садржаја представља основу за разумевање основних математичких појмова и релација као и на развој логичко математичког мишљења, у коју улази способности визуелне анализе слика, уочавања релација између елемената, трансформисања и комбиновања, чиме је омогућено сагледавање проблема на нов начин и откривање структурно-функционалних веза између елемената.

Будући да на основу свега изнетог, можемо закључити да је докторска дисертација *Ефекти хоризонталне унутарпредметне интеграције у разредној настави математике* коју је поднела Мика Ракоњац у потпуности урађена према одобреној пријави као и да представља оригинално и самостално научно дело, сматрамо да су се стекли услови за њену јавну одбрану. Стога Наставно научном Већу Учитељског факултета у Београду предлажемо да прихвати докторску дисертацију ***Ефекти хоризонталне унутарпредметне интеграције у разредној настави математике*** докторанда Мике Ракоњац и одобри њену јавну одбрану.

Београд, 10.8.2018.год. Комисија:

_____

проф. др Александар Липковски, председник Комисије
Математички факултет Универзитета у Београду

_____

проф. др Јасмина Милинковић, ментор
Учитељски факултет Универзитета у Београду

_____

проф. др Маријана Зељић
Учитељски факултет Универзитета у Београду

_____

др Оливера Ђокић
Учитељски факултет Универзитета у Београду