

## Изборном већу Математичког факултета у Београду

На седници Изборног већа Математичког факултета која је одржана 24.05.2011. године одређени смо за чланове комисије за писање извештаја о Конкурсу за избор једног доцента за научну област Вероватноћа и статистика. Конкурс је објављен 29.06.2011. године у листу "Послови". У вези са тим подносимо Изборном већу Математичког факултета следећи

### ИЗВЕШТАЈ:

У предвиђеном року на конкурс се пријавио кандидат **др Јован Вукмировић**. Наводимо податке о кандидату.

**1. Биографија.** Др Јован (Ђуро) Вукмировић рођен је 7. јануара 1948. године у месту Бунић (Лика). У Бунићу је завршио четири разреда основне школе. Школовање је наставио у Београду. Завршио је 9. Београдску гимназију 1966. године. Освојио је II награду на Међународној математичкој олимпијади 1966. године. Завршио је студије математике на Природно-математичком факултету 1970. године са просечном оценом 9.00. Магистрирао је 1978. године на Природно-математичком факултету у Београду. Назив магистарског рада је "*Конструкција случајних процеса другог реда са задатим спектралним мултиплицитетом*" (ментор: проф. др Зоран Ивковић). После дипломирања једну школску годину радио је у Математичкој гимназији у Београду. Од 1971. године стално је запослен на Природно-математичком факултету (сада Математички факултет) у Београду и као асистент држао је вежбе из следећих предмета: *Линеарна алгебра и теорија полинома, Нацртна геометрија, Аналитичка геометрија, Математичка анализа I, Математичка анализа II, Математичка анализа III, Функционална анализа, Случајни процеси и Теорија вероватноће*. Био је заменик руководиоца југословенске екипе на XIII Међународној математичкој олимпијади одржане у Чехословачкој 1971. године. У оквиру активности Друштва математичара Србије учествовао је у стручним пословима у вези са организацијом математичких такмичења. Докторирао је 14. јануара 2011. године. Наслов дисертације је "*О брзини конвергенције у граничним теоремама за екстремне вредности*" (ментор: проф. др Павле Младеновић).

### 2. Научни и наставни рад др Јована Вукмировића:

#### 2.1. Дисертације

**Магистарска теза:** *Конструкција случајних процеса другог реда са задатим спектралним мултиплицитетом*, Природно-математички факултет, Београд 1978. Приказ: Магистарски рад се односи на проблематику спектралног мултиплицитета случајног процеса 2. реда. Видети детаљнији приказ рада Z. Ivković, **J. Vukmirović** (1976).

**Докторска дисертација.** *О брзини конвергенције у граничним теоремама за екстремне вредности*, Математички факултет, Београд 2011.

Приказ: Докторска дисертација Јована Вукмировића посвећена је вероватносној теорији екстремних вредности (*AMS Classification* 60G70). Ова теорија почела је да се развија са појавом радова Fisher R.A. and Tippett L.H.C (1928) и Gnedenko B.V. (1943). Посебно је интензиван развој ове области у последњих 20-30 година, када је објављено више монографија [S. Resnick (1987), J. Galambos (1978), M.R. Leadbetter, G. Lindgren and H. Rootzen (1983), В. Питербарг (1988), J. Beirlant, J.L. Teugels and Vynckier (1996), P. Embrechts, C. Kluppelberg and T. Mikosch (1997), В.Б. Невзоров (2000), R.D. Reiss and M. Thomas (2001), П. Младеновић (2002), L. de Haan and A. Ferreira (2006)] и веома велики број радова у врхунским међународним часописима. Формиран је и специјализовани часопис *Extremes*, а такође се одржавају и специјализоване конференције посвећене овој области.

Разлози за овакав развој теорије екстремних вредности случајних низова и процеса јесу велике могућности њене примене у анализи екстремалних догађаја у врло различитим областима (хидрологија, метеорологија, финансијска математика, осигурање, теорија ризика и многе друге). Поред, у значајној мери завршене, теорије за низове независних случајних величина, развија се теорија екстремних вредности стационарних низова и процеса са непрекидним параметром.

Основу теорије екстремних вредности чине граничне теореме. Код свих граничних теорема у теорији вероватноћа, поред познавања граничних расподела, граничних случајних величина и екстремалних процеса, важно је и питање брзине конвергенције. На пример, код централне граничне теореме функција расподеле нормираног парцијалног збира  $n$  случајних величина конвергира ка граничној нормалној функцији расподеле брзином  $C \cdot n^{-1/2}$ . При томе, низ  $n^{-1/2}$  се не може побољшати, а константа  $C$ , зависи од расподеле случајних величина које се сабирају. Код граничних теорема о екстремним вредностима ситуација је сложенија у том смислу да брзина конвергенције може јако да варира. Она у неким случајевима може бити одређена, на пример, низом  $C(\ln n)/n$  (што је бржа конвергенција него код ЦГТ), али може бити и спорија од произвољног унапред датог нула низа. Ова тешкоћа, која искључује постојање једног општег резултата, представља разлог што је овом питању посвећено мање пажње у литератури него доказивању самих граничних теорема.

Докторска дисертација мр Јована Вукмировића под насловом *О брзини конвергенције у граничним теоремама за екстремне вредности* посвећена је значајним делом и овој проблематици. Оригинални резултати су дати у параграфима 1.5 и 2.3, а детаљнији приказ садржаја дисертације по главама и параграфима је следећи.

У параграфу 1.1 уведене су расподеле екстремних вредности, тј. Гумбелова, Фрешеова и Вејбулова расподела, и шире, параметарске фамилије ових расподела, које имају значајну улогу у теорији екстремних вредности, сличну коју нормална расподела има у теорији сумирања случајних величина. У параграфу 1.2 формулисана је теорема о екстремалним типовима, која тврди да је гранична расподела линеарно нормираног максимума првих  $n$  чланова низа независних случајних величина са истом функцијом расподеле  $F$  одређена једном од расподела из фамилије Гумбелових, Фрешеових или Вејбулових расподела. Овај основни резултат у теорији екстремних вредности појавио се први пут у раду Fisher and Tippett (1928), а са комплетним доказима у раду Gnedenko (1943).

У параграфу 1.3 дефинисане су области привлачења сваке од расподела екстремних вредности и формулисани резултати из рада Gnedenko (1943), који дају потребне и довољне услове за заједничку функцију расподеле чланова низа независних случајних величина да би гранична расподела максимума чланова тог низа била управо нека од расподела екстремних вредности. Наведени су примери функција расподеле из сваке области

привлачења. У параграфу 1.4 разматра се проширење теорије екстремних вредности са низова независних случајних величина на стационарне низове случајних величина који задовољавају Лидбетерове услове слабе зависности. Детаљно је размотрен пример равномерног AR(1) процеса који је дефинисан у раду Chernick (1981) и проучаван у више каснијих радова. Са овим параграфом завршен је уводни део дисертације у коме се даје преглед познатих резултата, који су неопходни за даље излагање. У параграфу 1.5 одређује се асимптотско понашање математичког очекивања максимума и минимума два независна хомогена Пуасонова процеса. Одређено је и асимптотско понашање другог момента и дисперзије, као и неке интересантне последице. Сви резултати садржани у овом параграфу су оригинални резултати аутора.

Питање брзине конвергенције је посебно важно у свим граничним теоремама у теорији вероватноћа. Од брзине конвергенције зависи квалитет апроксимације која се прави када се расподела општег члана низа случајних величина који се разматра апроксимира граничном расподелом. Основни појмови о брзини конвергенције у граничним теоремама за максимуме дати су у параграфу 2.1. У параграфу 2.2 дати су познати резултати о изузетно спорој конвергенцији максимума у низу независних случајних величина са нормалном расподелом. У параграфу 2.3 приказани су резултати рада Р. Младеновић, **J. Vukmirović**: *Rates of convergence in certain limit theorem for extreme values*, Journal of Mathematical analysis and Applications, **363**, 287-295. Одређена је брзина конвергенције максимума по врстама у троугаоној схеми случајних величина, при чему сви чланови  $n$ -те врсте имају негативну биномну расподелу расподелу са параметрима  $r$  и  $1/n$ , где је  $r$  произвољан позитиван број. Овде наведени резултати су уопштења резултата из ранијих радова П. Младеновића, где је одређена брзина конвергенције максимума у поменутој схеми серија у случају када је  $r$  природан број. Техника доказивања резултата која је раније примењена у случају када је  $r$  природан број, не може се применити у општем случају, па је у горе поменутом раду примењена друга техника, битно базирана на својствима Гама функције и редова чији се чланови одређују помоћу Гама функције. Сви докази базирани на својствима Гама функције и поменутих редова су допринос Јована Вукмировића. Резултати о брзини конвергенције максимума у поменутој схеми серија случајних величина су посебно интересантни због везе овог проблема са познатим комбинаторним проблемом формирања одређених колекција исхода у низу независних експеримената случајног бирања елемената из коначног скупа. Осим тога брзина конвергенције се битно разликује у случају  $r=1$  (врло брза конвергенција) од случајева када параметар  $r$  није једнак 1 (врло спора конвергенција).

## 2.2. Монографија (посебно издање Математичког института у Београду):

1. Z. Ivković, J. Bulatović, **J. Vukmirović**, S. Živanović (1974): *Application of Spectral Multiplicity in Separable Hilbert Space to Stochastic Processes*, Matematički institut, Editions speciales, vol. 12. Приказ: Ова монографија се односи на проблематику спектралног мултиплицитета случајног процеса 2. реда. Видети детаљнији приказ рада Z. Ivković, **J. Vukmirović** (1976).

## 2.3. Радови у часописима са SCI листе

1. P. Mladenović, **J. Vukmirović** (2010): *Rates of convergence in certain limit theorem for extreme values*, Journal of Mathematical analysis and Applications, **363**, 287-295. Приказ садржаја овог рада дат је у приказу докторске дисертације Јована Вукмировића.

## 2.4. Радови у осталим часописима

1. Z. Ivković, J. Vukmirović (1976): *Example of continuous second-order stochastic process with prescribed finite multiplicity*, Математички весник, **13**(28), 269-272.

Приказ: Овај рад, магистарски рад Јована Вукмировића и монографија (Ивковић, Булатовић, Вукмировић, Живановић) се односе на проблематику спектралног мултиплицитета случајног процеса 2. реда. Хида и Крамер су успоставили концепт мултиплицитета који је третирао такозвану каноничну репрезентацију Гаусовог процеса којег је увео П. Леви. Један од главних проблема је налажење мултиплицитета и одговарајуће мере датог Гаусовог процеса. Гаусов процес еквивалентан Винеровом процесу има каноничну репрезентацију мултиплицитета 1.

У монографији је обрађена примена познатих теорема из области “линеарне трансформације у Хилбертовом простору” на случајне процесе. Тај део се највише ослања на књигу М. Н. Stone, *Linear transformations in Hilbert space and their applications to analysis*, New York 1932. Дата су и нека побољшања радова Н. Cramer-а у којима се испитује структура потпуно недетерминистичких случајних процеса. Јапански научник Хитсуда је претпоставио да процес  $x(t) = w_1(t) + \phi(t)w_2(t) + \dots + \phi^{N-1}(t)w_N(t)$ ,  $t \geq 0$ , где су,  $w_n(t)$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$ , узајамно ортогонални Винерови процеси, а  $\phi(t)$ ,  $t \geq 0$  непрекидна функција која није апсолутно непрекидна на  $[\alpha, \beta]$  за било какве  $\alpha, \beta \geq 0$ ,  $\alpha < \beta$ , има спектрални мултиплицитет  $N$ . У раду (Ивковић, Вукмировић) је то доказано. Исте године је објављен и доказ од Хитсуде на други начин, коришћењем репродуктивних језгара Хилбертовог простора. Резултат из овог рада је основа магистарског рада Ј. Вукмировића. У 3. делу магистарског рада, поред неких резултата који се односе на спектрални тип и мултиплицитет стационарних у ширем смислу Марковљевих и Гаусових процеса, доказано је да неки  $N$ -типли Марковљеви Гаусови случајни процеси имају спектрални мултиплицитет  $N$ .

2. J. Vukmirović (1977): *Asymptotic properties of certain sequences of integrals of real functions*, Mathematica Balkanica, 7:40, 315-320.

3. J. Vukmirović (1978): *A note on an inequality for the cyclic sums introduced by D.E. Daykin*, Mathematica Balkanica, 8:31, 243-247.

## 2.5. Радови у часописима методичког карактера

1. J. Вукмировић (2010): *Примена друге теореме о средњој вредности интеграла*, Настава математике, 37-41.

## 2.6. Радови у фази припреме и рецензије

1. J. Vukmirović: On asymptotic behavior of the maximum and minimum of two Poisson processes. Рад на рецензији.

2. J. Вукмировић: *Гама функција и нека њена својства*.

## 2.7. Задаци објављени у часопису *American Mathematical Monthly*

1. Problem E2128, vol. 75, No. 9, p. 941, October 1969.
2. Problem 10657, vol. 106, No. 4, p. 368, April 1999.
3. Problem 10535, vol. 104, No. 10, p. 982, December 1997 (коаутор В. Јанковић).

## 2.8. Учешће на научним скуповима

1. Балкански конгрес математичара у Варни 1977. Саопштен рад: *A note on an inequality for the cyclic sums introduced by D.E. Daykin.*

2. Р. Младеновић, **Ј. Вукмировић**: *Limit distributions in certain limit theorems for extreme values and rates of convergence*, 6<sup>th</sup> International Conference on Extreme Value Analysis/Graybill VIII, June 22-26, 2009 Fort Collins, Colorado USA (Abstracts p. 28)

## 2.9. Књиге и збирке задатака

1. **Ј. Вукмировић**: *Збирка задатака из алгебре*, Природно-математички факултет, Београд, 1971.

2. **Ј. Вукмировић**: *Збирка задатака из математике за III разред усмереног образовања природно-техничке, хидрометеоролошке и геодетске струке*, друго издање, Научна књига, Београд 1980.

3. Д. Трифуновић, З. Шами, В. Савић, Ж. Мијајловић, **Ј. Вукмировић**, Н. Ђурановић, Ш. Ушћумлић, Г. Миловановић. *Збирка задатака из математике II*, Факултет организационих наука, 1972. (Ј. Вукмировић је написао поглавље *Интегралне једначине*.)

4. В. Бурцов, Д. Константиновић, Д. Крговић, Ж. Мијајловић, С. Милић, **Ј. Вукмировић**: *Математика за средње војне школе ЈНА*, Војноиздавачки завод, Београд 1973.

5. М. Ашић, **Ј. Вукмировић**: *Збирка задатака из Математичке анализе II*, Научна књига 1982.

6. **Ј. Вукмировић**: *Мера и интеграција – збирка задатака*, Природно-математички факултет, 1986.

7. С. Врећница, **Ј. Вукмировић**: *Непрекидне функције. Вероватноћа*, Друштво математичара Србије, 1990.

8. **Ј. Вукмировић**: *Математичка анализа I – збирка задатака*, Завод за издавање уџбеника, Београд 2010.

2.10. Чланство у комисијама. Био је члан комисија за одбрану дипломских-мастер радова.

2.11. Учешће у раду семинара. Одржао је више предавања на семинару теорија вероватноћа и математичка статистика на Математичком факултету у Београду.

## ЗАКЉУЧНО МИШЉЕЊЕ И ПРЕДЛОГ

Пријављени кандидат др Јован Вукмировић испуњава научне и стручне критеријуме да буде биран у звање доцента. Одбранио је докторску дисертацију у области математике (ужа област: теорија случајних процеса). Има објављен коауторски рад у часопису *Journal of Mathematical analysis and Applications* који се налази на СЦИ листи, и више других радова објављених у домаћим и страним научним часописима. Коаутор је монографије која је објављена као специјално издање Математичког института САНУ. Објавио је као аутор или коаутор три задатка у часопису *American Mathematical Monthly*. Има два саопштења на међународним конференцијама. Објавио је као аутор или коаутор осам књига или збирки задатака из којих су генерације студената училе математику. Колеге математичари високо цене његово знање и често га консултују по разним питањима у вези свог научног и наставног рада. Његов педагошки рад студенти високо вреднују, а Студентски парламент Математичког факултета га је бирао 2009. за асистента године.

**Предлажемо Изборном већу Математичког факултета и одговарајућим телима Универзитета у Београду да др Јован Вукмировић буде изабран у звање доцента за научну област Вероватноћа и статистика.**

У Београду, 19.09.2011. године,

### КОМИСИЈА:

др Павле Младеновић, редовни професор

др Слободанка Јанковић, ванредни професор

др Љиљана Петровић,  
редовни професор Економског факултета  
у Београду

др Стојан Раденовић, редовни професор

др Миодраг Матељевић, редовни професор