УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ

УЧИТЕЉСКИ ФАКУЛТЕТ

ДОКТОРСКЕ СТУДИЈЕ − МЕТОДИКА НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ

ПОСТАВЉАЊЕ ПРОБЛЕМА У ЦИЉУ ВРЕДНОВАЊА МАТЕМАТИЧКИХ ЗНАЊА

(Пројекат докторске дисертације)

Ментор:

Проф. др Јасмина Милинковић

Студент:

Рада Шћепановић

Бр. индекса: 2017/3002

Београд, 2019. год.

БИОГРАФИЈА

Рада Шћепановић рођена је 14.11.1982. год. у Никшићу. Основну школу и гимназију „Стојан Церовић“, природно-математички смјер завршила је у Никшићу. Учитељски факултет на Филозофском факултету у Никшићу уписала је школске 2001/2002. год. и као најбољи студент дипломирала 2006. год. са средњом оцјеном 9, 30. Радни однос заснива 2007. год. у ЈУОШ „Милија Никчевић“ у Никшићу.

Као студент прве генерације магистарских студија−Методика наставе математике, на Филозофском факултету у Никшићу, магистрирала је 2014. год. са средњом оцјеном „А“ (9, 62).

Докторске студије−Методика наставе математике на Учитељском факултету у Београду уписује 2017. год. и у редовном року полаже све испите предвиђене планом докторских студија са средњом оцјеном 9,86. Током докторских студија учествовала је на Међународном научном скупу „Савремени приступи у професионалном развоју и раду васпитача и учитеља“, 25. маја 2018. год. у Београду. У научном часопису Методичка теорија и пракса објавила је следеће радове:

- Дидактичка транспозиција аритметичких садржаја у уџбеницима почетне наставе математике, број 1/2018. УДК: 511.1:371.671-053.4 стр.31−44;
- Постављање проблемских задатака за подстицање креативног приступа решавању проблема, број 1/2019.УДК:371.3::5151::159.9.072 стр. 155–170;
- Изометријске трансформације у развоју просторног резоновања, број 1/2019.УДК: 371.3::514]::159.937 стр. 133–154.

Током студирања и рада у основној школи похађала је низ семинара стручног усавршавања наставника. Аутор је семинара Дидактичка транспозиција скупа природних бројева у почетној настави математике, који се налази у Каталогу програма стручног усавршавања наставника Завода за школство за школску 2016/17. годину, под редним бројем 41. За школску 2017/18. годину добитник је награде из Фонда за квалитет и таленте Министарства просвјете у Црној Гори.

САДРЖАЈ

УВОД..... 4

I ТЕОРИЈСКИ ОКВИР ИСТРАЖИВАЊА..... 7

1. Проблемски задаци..... 7

1.1. Шта су проблемски задаци?..... 7

1.2. Постављање проблема..... 10

1.3. Стратегије постављања проблема ……. 14

1.4. Решавање проблема..... 19

2. Вредновање у настави математике..... 23

2.1. Врсте вредновања..... 25

2.2. Критеријуми вредновања..... 28

2.3. Врсте задатака у вредновању..... 30

2.4. Аутентичне технике вредновања у настави математике..... 33

II МЕТОДОЛОШКИ ОКВИР ИСТРАЖИВАЊА..... 36

1. Проблем и предмет истраживања.....36

2. Досадашња емпиријска истраживања..... 37

3. Циљ и задаци истраживања..... 42

4. Хипотезе..... 44

5. Узорак истраживања..... 45

6. Варијабле у истраживању..... 46

7. Метода, техника и инструмент истраживања..... 47

Литература..... 50

УВОД

Решавање проблема све више постаје центар школске математике, што је додатно допринијело да се истраживачи усмјере на постављање проблема, посебно на његову улогу у настави и учењу. Решавање проблема истовремено се посматра као средство за подучавање математичког расуђивања и као циљ учења. Разумијевање научника о природи и ефектима математичког проблема, током последњих неколико деценија, са својим коријенима у когнитивној науци, доводи до сазнања да је постављање проблема процес који је уграђен, и тешко се одваја, од решавања проблема (Osana and Pelczer, 2015).

Такође, Стајнова и Илертон (према Bonotto and Santo, 2015) истичу да, истраживачи све више долазе до сазнања да развијање способности постављања проблема у математици је једнако, образовно важно, као и развој способности за њихово решавање.

Један од разлога за постављањем проблема у математици је у приоритету питања над одговором. То су питања која покрећу наше трагање за знањем, а не одговорима. Да би нешто истражили, мора постојати нека врста проблема који поставља темеље за истраживачку активност. Дакле, проблем нам поставља темеље за истраживање, како Попер каже: „То је проблем који нас изазива да учимо, унапређујемо наше знање, да експериментишемо и да посматрамо“ (према Hansen and Hana, 2015).

Бројне истраживачке студије указују да ангажовањем ученика у наставним активностима везаним за постављање проблема имају позитиван утицај на њихово математичко разумијевање.

Инглиш и Ловри (према, Rosli et al., 2014) истичу да је постављање проблема развојни алат за критичко размишљање, јер помаже ученицима да прошире оно што знају како би развили математичку течност и укључили се у размишљање вишег реда.

Силвер (према Ellerton et al., 2015) упућује да постављање проблема истраживачима може послужити као прозор, кроз који ће гледати размишљање ученика и као огледало у којем виде рефлексију математичког искуства ученика. Осим тога, искуства у стварању проблема представљају потенцијално богату арену у којој се

истражује узајамно дејство когнитивних и афективних димензија у математичком учењу ученика (Ibid).

Из датих разлога, наставници математике и истраживачи уложили су много напора у проналажењу стратегија које помажу ученицима да разумију математичке појмове, развију процесе размишљања и ставове према математици. Заправо, дошло се до сазнања да, постављањем проблемских задатака, не само да су побољшане вјештине решавања проблема, већ су и обогаћени основни математички концепти, као и процес евалуације напретка ученика. У том погледу, Инглиш и Ловри (према Kwek:275, 2015), са педагошког аспекта, сматрају да, постављање проблема, представља снажно средство у вредновању математичког сазнања. Постављањем проблема могу се попунити празнине између онога што ученици знају и што им није познато, и наставници се информишу о њиховом знању, разумијевању, вјештинама и диспозицијама (Ibid).

Као последицу претходно наведеног имамо да је, у последње вријеме, традиционални начин вредновања математичког знања ученика често критикован. На примјер, Теледал (Teledahl, 2017) сматра да традиционална процјена не пружа довољно доказа о укупним постигнућима ученика и предлаже процјену решавања проблема као свеобухватнији облик процјене. Као слабости традиционалне процјене, наводи се критеријум вредновања који се односи на истицање процедуралних насупрот концептуалних приступа, ограничавајући аутора да се у писању задатака усредсреди на аутентичну математику, за чију је примјену неопходна дужа и сложенија припрема (Davies, 2017).

Због свега наведеног, у нашем раду приказаћемо на који начин различите стратегије постављања проблема утичу на процес вредновања математичких постигнућа ученика узраста 10 и 11 година црногорског образовног система, увјерени да осмишљени проблемски задаци наставницима могу пружити дубљи увид у ниво математичких знања ученика, почев од, препознавања, затим разумијевања математичких појмова, њихових компетенција решавања проблема, па све до способности самосталног креирања новог проблема. Са афективне тачке гледишта, сагледаћемо увјерења и спремност ученика за конструктивне повратне информације у процесу решавања и стварања новог проблема.

Дакле, у раду анализирамо како се избор специфичних начина постављања проблема рефлектује на процес праћења и вредновања напретка ученика указујући на стандардне поступке провјеравања као и на примјере тзв. аутентичних начина провјере знања који се везује за савремене приступе наставе математике.

Заправо, говори се не само о потенцијалу проблема као алата за вредновање математичких знања, већ и о подизању свијести о важности планираних поступака усмјерених на вредновање различитих математичких знања у актуелној наставној пракси.

I ТЕОРИЈСКИ ОКВИР ИСТРАЖИВАЊА

1. Проблемски задаци

1.1.Шта су проблемски задаци?

На самом почетку питамо се: *Који задаци припремају ученика за решавање реалних животних проблема? Како премостити јаз између реалног свијета и свијета математике, а при том избјећи замке „варваризма“, квази-појмова и математичких нетачности?На који начин интегрисати учење и провјеру знања?*

Питања нас наводе на трагање, истраживање, анализу и проблем. Суштина проналазимо у умијећу постављања проблема који вјерно одсликава животну ситуацију (Milinković, 2015a). Дата ситуација постаје „поље“ за дјеловање ученика и прилика да продуби и прошири постојећа знања и тиме наставнику омогући бољу процјену постигнућа ученика и планира даљи рад. Па, да кренемо са појашњењем појма проблема, односно проблемске ситуације.

У проблемској ситуацији исказују се противуречности између знања које ученици имају и задатака који су пред њим постављени, између задатака које треба ријешити и начина решавања којима су претходно овладали. Сада постоји могућност да се одабере *властити пут* у низу других, при чему предност није у добијању резултата, већ у процесу истраживања који омогућава ученицима да *сами*, према својим могућностима, примјењују одређене поступке у самосталном стицању знања. На овај начин, подстицање учења путем проблемских задатака не састоји се од обичне умне активности и мисаоних операција у решавању стереотипних или репродуктивних задатака, већ у активностима мишљења које ствара проблемску ситуацију. То су различите, нове и другачије ситуације, у којима ученици виде оно што до тада нијесу видјели, самоактивно испитујући и откривајући суштинске факторе који доводе до решавања проблема (Đorđević, 1986).

Дакле, за креирање проблемских ситуација потребно је наставне активности употпунити садржајима повезаним с учениковим интересовањима и унутрашњим, развојним потребама, како би у њима пронашао лични смисао. То је, како Требјешанин (Trebješanin, 2012) објашњава, повезивање градива са реалним контекстом или лично

значајним циљевима ученика. Пажљиво дозирани занимљиви подаци, анегдоте, шале, упечатљиви примјери повезани с темом коју би ученици могли да доживе као апстрактну, приближиће академске садржаје изворним потребама ученика. Такође, она наводи мишљења когнитивистички усмјерених психолога о карактеристикама самог задатка.

Међу њима, истичу се, Дјуи који указује на значај смислених и занимљивих задатака (према Trebješanin, 2012), затим Берлајн (Ibid) говори о подстицајној вриједности задатака, укључујући оптималан ниво несклада међу информацијама. Дојл (Ibid), приказује класификацију задатака с обзиром на ниво когнитивних захтјева и ниво ризика који укључују. У односу на ангажовање когнитивне операције разликује задатке који захтијевају:

- меморисање – рутинска примјена процедура,
- схватање – мисаона елаборација и
- формулисање сопственог става или мишљења.

С обзиром на ниво ризика, Дојл (Ibid) разликује задатке с малом могућношћу грешке, односно малим ризиком да се буде неуспјешан и оне који укључују већи ризик. Са становишта мотивационе вриједности, могло би се очекивати да рутински задаци производе досаду и тиме демотивишу ученике, док изазовни задаци имају већи мотивишући потенцијал. Додатна појашњења, о мотивационим вриједностима изазовних школских задатака, пружила су истраживања у оквиру социо−културолошке теорије учења. Ријеч је о аутентичним истраживачким задацима који се односе на смислене реалне проблеме. Истраживања су показала да изазовни и смислени задаци постају дјелотворни тек у условима корегулације ученикове активности, њиховог прилагођавања зони наредног развоја ученика, уз прилагођену инструктивну и емотивну подршку наставника.

Исто, Требјешанин (Trebješanin, 2015) упућује на значај задатака који имају одређене функције у подражавању наредних етапа процеса учења, битних за продубљивање значења, какве су обнављање и разне врсте примјена и екстраполација.

На овом мјесту, када говоримо о когнитивним захтјевима или нивоу знања и интелектуалним вјештинама ученика, најпознатија је Блумова таксономија, према којој су циљеви и исходи учења разврстани у шест хијерархијски уређених категорија, према

нивоу апстраховања, од најједноставнијих (памћење, разумијевање, примјена) до најсложенијих (анализа, синтеза и евалуација) у којима доминирају виши нивои когнитивних процеса (критичко резоновање и вредновање) (Milinković i Pikula, 2015).

За нас је посебно значајна Блумова таксономија која се често користи приликом постављања математичких задатака. Шорсер (према Milinković, 2013), Блумову таксономију когнитивних вјештина прилагођава за наставу математике (Слика 1).

Блумова таксономија когнитивних вјештина за математику:

- *Знање* – познавање терминологије, чињеница, конвенције, методологије, структуре, принципа итд.;
- *Разумијевање* – значење, превод, екстраполација, интерпретација чињеница, прављење поређења итд.;
- *Примјена* – решавање проблема, коришћење информација на нов начин;
- *Анализа* – доношење закључака подржаних са доказима, одређивање образаца;
- *Синтеза* – извођење апстрактних односа, прогнозе, генерализација, стварање нових идеја;
- *Евалуација* – разлучивање примарности (важности), коришћење низа критеријума да би се дошло до закључка, дискриминација.

Слика 1. *Блумова таксономија когнитивних вјештина за математику* (Ibid:519)

Слично, Хенингсен и Стеин (Henningsen and Stein, 1997) током фазе постављања задатака дају следећу класификацију когнитивних захтјева:

- меморисање, употреба формула, алгоритама или процедура без повезаности са концептима, разумијевањем или значењем;
- употреба формула, алгоритама или процедура повезано са концептима, разумијевањем или значењем;

- когнитивне активности окарактерисане као „радиш математику“ укључујући комплексна математичка размишљања и активности размишљања као што су тестирање претпоставки, формулисање проблема и тражење образаца (Ibid:532).

Њихово истраживање, о факторима који подстичу учениково решавање проблема на високом нивоу, показује да уклањањем изазовних аспеката задатака и неусклађеност између когнитивних захтјева задатка са претходним знањем ученика, доводи до механичког, за разлику од суштинског и креативног ангажовања на проблему, односно до преусмјеравања пажње са разумијевања на тачност или потпуност одговора (Ibid).

Дакле, за усвајање нових знања или унапређивање постојећих на сложенији ниво, потребно је проблематизовати садржај задатка, који се прије свега односи на реалне ситуације и на садржаје других области људског интересовања. То, истовремено, у настави имплицира отклањање сувише велики број вјештачких „реалних” ситуација (дијелење бомбона итд.), јер се понављањем таквих ситуација смањује заинтересованост ученика и они почињу такве задатке да решавају механички, не покушавајући да схвате односе у ситуацији и помоћ коју у решавању свакодневних проблема добијају од математичких знања.

У наредном дијелу приказаћемо начине постављања и решавања проблемских задатака.

1.2. Постављање проблема

На основу радова Георга Полија, осамдесетих година прошлог вијека, реформу математике је заокупило решавање проблема, као кључно питање за учење математике (Crespo, 2015). Стефан Браун и Мерион Валтер (Ibid), указују на улогу постављања проблема у учењу математике, али да би десет година касније (средином деведесетих) истраживачи математичког образовања скренули пажњу на постављање проблема ученика и однос између њихових решавања и способности постављања.

Постављање проблема, или способност "Поставите стратешки циљана питања", како Бел и Форзани (према Osana and Pelczer, 2015) наводе, од централног је значаја за

наставу нудећи приступ и разумијевање у размишљању ученика. Овакво представљање проблема, заједно са способношћу да „изаберу задатке, примјере, моделе или аналогије и материјале“ је специфично за наставну праксу. Користе га наставници за мобилизацију важних концепата, тестирају хипотезе о размишљању ученика и помажу ученицима у изазовима учења. Штавише, постављање проблем се сматра као “пракса високе полуге”.

Бел и Форзани (Ibid), постављање проблема, виде као интегрални однос наставника према ученицима, који захтијева наставниково разматрање претходног знања и интересовања ученика. Гледајући постављање проблема на овај начин, будући наставници морају, између осталог, узети у обзир повратне информације добијене од ученика.

У литератури, постоје различити појмови који се користе у односу на постављање проблема, као што су проналажење проблема, детектовање проблема, формулисање проблема, креативно откривање проблема, проблематизација, стварање проблема и предвиђање проблема. Због овог различитог значења, различити аутори користе различите оквире за проучавање активности у постављању проблема.

Имајући у виду значај активности у постављању проблема у школској математици, истраживачи су почели да истражују различите аспекте процеса постављања проблема. Испитивани су процеси размишљања везани за постављање проблема. Конкретно, Конторович и његови сарадници (према Bonotto and Santo, 2015), наводе да, процес постављања проблема састоји се од базе знања, хеуристике и схеме, групне динамике и интеракције, способности индивидуалних разматрања и организације задатака. Други су нагласили потребу да се у учионицама укључе активности постављања проблема и приказали приступе који укључују инструкције. Даље, Ленг и Силвер (Ibid) су доказали да постављање проблема позитивно утиче на способност ученика у рјешавању текстуалних проблема. Исто, Инглиш (Ibid), тврди да постављање проблема унапређује учениково размишљање, вјештине рјешавања проблема, ставове и повјерење у математику и да математичко рјешавање проблема доприноси ширем разумијевању математичког концепта.

Фројдентал (Ibid), постављање проблема описује као облик креативне активности у оквиру задатка, који укључује структуриране „богате ситуације“, у којима Инглиш (Ibid) додаје употребу предмета из стварног живота и људске интеракције.

У контексту постављања проблема, креативни математички производ мора бити кохерентан и конзистентан, јер су то минимални услови за конвенционално прихватање “исправно формулисаних” проблема (Singer and Voica, 2015). Другим ријечима, кохерентан и доследан проблем јавља се, углавном, у областима садржаја који захтијевају одређени формализам, управо зато што овај формализам даје неку стабилност у исказу проблема. Испитивања способности ученика у стварању кохерентних и конзистентних проблема, у контексту постављања проблема, указују на постојање стратегије функционалног типа, која се састоји од малих промјена праћених провјеравањем исхода, што је одлика математичке креативности (Ibid).

На важност питања: *Зашто ученици треба да науче постављање проблема?*, Милинковић (Milinković, 2015b) наводи најмање два разлога. Један је да се у стварном животу не бавимо задацима из уџбеника, већ са више или мање сложеним ситуацијама. Формулисање математичког проблема који рефлектује (не)математичку ситуацију постаје важан дио процеса моделирања који нас, опет, може довести до решавања стварног животног проблема. Други разлог је добро позната чињеница да формулисање проблема подразумијева разумијевање садржаја. Заправо, она указује на помало занемарену везу између знања математике и постављања проблема. Постављање проблема разматра на могућностима трансформације проблема промјеном контекста.

Дакле, истраживања указују смјернице да, не само наставници већ и ученици постављају проблеме. У прилог томе, коментари ученика, који су креирали проблемске задатке и ријешили их, су, на примјер, да је задатак "поново подстакао моју радозналост у математици", као и да први пут, писањем проблема, математику виде као креативни подухват, и да, никада нијесу мислили да могу саставити проблемски задатак (Matsko and Thomas, 2015).

Такође, Стајнова и Илертон (према Prabhu and Czarnocha, 2015) су испитивали улогу ученика у постављању проблема. Идентификовали су три врсте ситуација постављања проблема: слободне, полуструктуриране или структуриране.

У слободним ситуацијама ученици постављају проблеме без ограничења: од ученика се једноставно тражи да генеришу математичке проблеме из дате ситуације. Илертон (према Mihajlović, 2014:146) сматра да, дечије изражавање математичких идеја кроз креирање њихових сопствених проблема илуструје не само њихово разумевање и ниво развоја математичких појмова, већ и рефлектује њихову перцепцију природе

математике. Полуструктуриране ситуације (према Prabhu and Czarnocha, 2015) постављања проблема односе се на отворене ситуације у којима се ученици позивају да истраже структуру те ситуације и да је употпуне користећи знање, вјештине, концепте и односе из њихових претходних математичких искустава. На крају, структуриране ситуације у којима се постављају проблеми односе се на ситуације у којима ученици постављају проблеме, преобликовањем већ ријешених проблема или мијењањем услова или питања проблема.

Писањем, дизајнирањем проблемских задатака ученици преузимају одговорност за њихово решавање, а самим тим дају увид у развој способности креативних, иновативних приступа у постављању и решавању проблема. Осим тога, ученици математику сусрећу на другачији начин, проблемски задаци, можемо рећи, постају инструмент у испитивању ставова ученика према математици.

Кнот (према Prabhu and Czarnocha, 2015), проблематику постављања проблема објашњава на начин да стварање активне учионице, постављање и решавање когнитивно изазовних проблема, промовисање рефлексије, метакогниције и широких расправа, побољшава разумијевање ученика из математике на свим нивоима. Даље, упућује да, ово није могуће без наставникове стручности у области садржаја, али и онога шта каже, каква питања поставља, и какве одговоре и учешће ученика очекује. Дакле, приликом процјењивања проблема који постављају, наставници треба да посвете пажњу педагошком и математичком значају датог проблема.

Наставници ће често морати да процијене инструктивну вриједност задатака и модификовати их према специфичним циљевима учења или потребама ученика. Према томе, задаци који захтијевају од наставника да преформулишу проблеме и процијене њихове модификације (решивост, приступачност, методе решења, тачност, контекстуалне карактеристике, могуће грешке и циљева учења) доводе до веће свијести постављања проблема. Преформулација проблема може се појавити на различитим нивоима (нпр. исти математички израз може бити формулисан на различите начине), тако да наставници морају научити да размотре релативне предности и недостатке сваке (ре)формулације. На тај начин, како кажу Креспо и Синлер (према Osana and Pelczer, 2015), пружа им се могућност да модификују проблеме у складу са специфичним критеријумима или наставним циљевима.

Са друге стране, чак и када наставници имају приступ висококвалитетним уџбеницима и наставним плановима и програмима, они често, како наводе Хенингсен и Стејн (према Crespo, 2015), трансформишу потенцијално богате, вриједне проблеме на начин који смањује њихов когнитивни захтјев. Али, ако наставници желе да пруже богата и дубока искуства учења својим ученицима, важно је да они развију принципијелне начине одлучивања о релативној вриједности проблема – шта чини неке проблеме бољим од других. Што је још важније, они такође треба да имају искуства стварања таквих проблема, односно, у ширем смислу, неопходно је усредсредити се на одговарајуће стратегије постављања проблема.

1.3. Стратегије постављања проблема

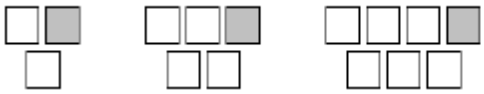
У овом дијелу приказаћемо различите методичке поступке за постављање проблема. Основна претпоставка је да дизајн постављеног задатка утиче на образложење и одговор ученика, што заузврат ствара прилику за нове могућности учења. Поступак постављање проблема заснива се на задатим циљевима математичког курикулума који својим критеријумима знања имплицира примјену не само једног типа задатака, већ скупа задатака и не(математичких) ситуација (Lithner et al., 2013).

Постављањем ефикасних задатака у почетној настави математике постижу се двије основне функције које се односе на улогу ученика или хипотетичке путање учења и на практичну функцију оцјењивања (Lin and Tsai, 2013). Стога, постављање проблема, као релативно нова област у математичком образовању, истраживачима и наставницима пружа широк спектар поступака у изналажењу најбољих проблема за постављене образовне задатке.

У својим истраживањима о дизајнирању алгебарских задатака, Паљарес, Виеира и Хименез (Palhares, Vieira and Gimenez, 2013) наводе четири принципа дизајнирања задатака који се заснивају на: (1) примјени аритметичких нумеричких способности у алгебарском резоновању; (2) примјени одговарујућих критеријума за анализу математичких активности; (3) примјени односа и различитих репрезентација, али без употребе слова за непознате; (4) праћењу одговора ученика за анализирање и подстицање математизације и памћења. У свим приступима дизајнирања задатка, главна стратегија, поред когнитивне и епистемолошке анализе задатка, обухвата

усклађивање захтјева задатка са постојећим знањима и способностима ученика, која би се на тај начин искористила за изграђивање и/или трансфер математичких знања (Ibid).

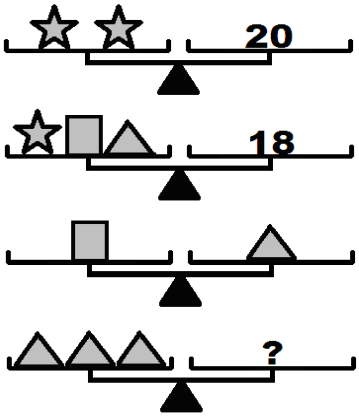
На основу датих принципа, активности постављања задатака интегришу различите математичке аспекте. Ријеч је о постављању секвенцијалних и структуралних задатака. Задаци секвенцијалног типа карактерише постојање услова за први члан низа, затим се тражи услов за следећи члан низа или истражује правило низа као врста генерализације. На примјер, секвенцијално сликовни задатак (Слика 2) приказује идеју да се помоћу слике може олакшати утврђивање и образложење правила низа (Ibid).



Сл.1 Сл. 2 Сл. 3 Сл. 4 Сл. 5

Слика 2. Секвенцијално сликовни задатак (према: Radford) (Ibid:245).

Задаци структуралног типа укључују различите процесе и својства: једнакост, проналажење правила кроз примјере, идентификовање еквиваленције, претпостављање релативних идентитета, активности претпостављања, партикуларизацију (Ibid). У структурално сликовном задатку (Слика 3) циљ је пронаћи аргументе који откривају алгоритамски поступак.



Слика 3. Структурално сликовни задатак (према: Femino) (Ibid:245).

Силвер (према Rosli et. al., 2015), постављање проблема објашњава као преформулацију проблема, дати математички проблем је формулисан или

трансформисан у нову верзију у процесу решавања проблема. За ову врсту постављања проблема, прво, главни циљ је решавање проблема, а затим, охрабрити ученике у размишљању о свим повезаним проблемима, како би се лакше ријешио задати проблем. Мосиз (Ibid), током процеса решавања и постављања проблема, сматра да ученици могу направити везе између математичких идеја и онда конструисати и дубоко реструктурирати своје знање засновано на претходном.

Милинковић (Milinković, 2015a) указује на идеју трансформације у постављању проблема. Она сматра да се проблеми могу трансформисати тако да одражавају промјене математичке структуре и предлаже следеће стратегије постављања проблема:

(1) трансформација проблема са мањим бројем једноставнијих параметара у проблеме са више (често и компликованијих) параметара;

(2) трансформација проблема у нове, додавањем нових параметара;

(3) трансформација проблема уклањањем неких услова;

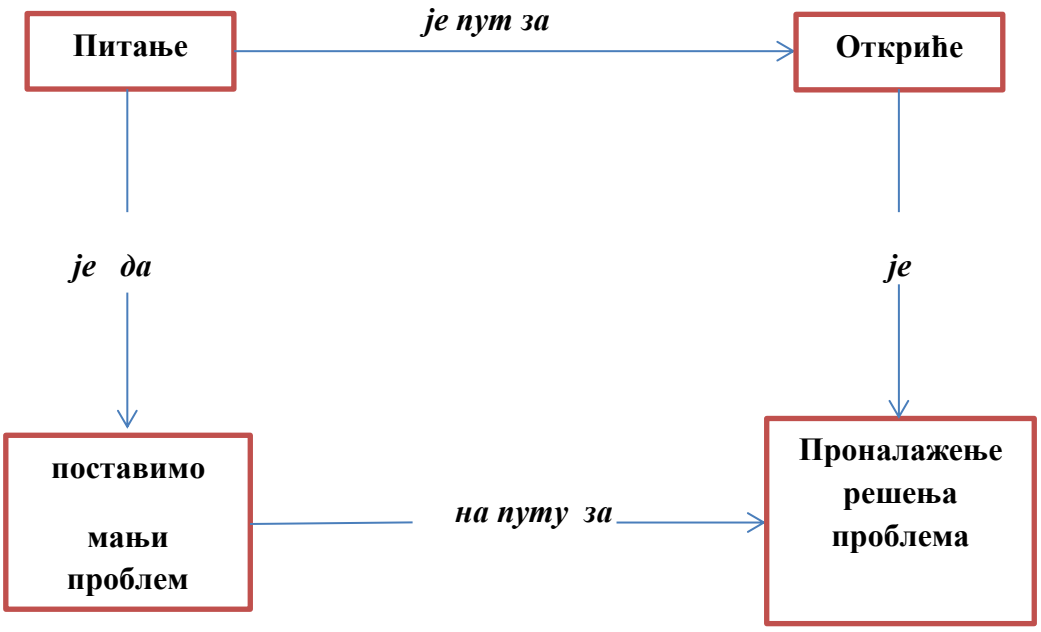
(4) трансформација проблема променом репрезентације (Ibid:566).

Нови проблем може се поставити промјеном: 1) онога што је дато (познато), 2) онога што се тражи (непознато), или 3) контекста. Трансформисани проблем може бити лакши или тежи од иницијалног. Процес трансформације се не може одвијати механички, непромишљено. Када се тако ради, као последицу добијамо нерешиве проблеме (Ibid).

Дакле, трансформација проблема, у нови проблем, значи да се неки (један или више) елементи промјењивог простора мијењају, док остали остају исти.

Добра полазна тачка наставника у постављању проблема може бити трансформација познатих игара (Milinković, 2015b). Други начин постављања проблема путем трансформација заснива се на репрезентативном приступу, односно на способност наставника да трансформише садржај знања у различите форме. Ефективно математичко размишљање подразумијева разумијевање релација приказа “истог” концепта као и структурне сличности (и разлике) међу репрезентативним системима (Ibid).

Постављање проблема разматра се и као пут ка открићу, којим се централни проблем разлаже на низ постављених питања (Prabhu and Czarnocha, 2015).



Слика 4. Упитна наставна метода и декомпозиција у постављању питања/проблема (Ibid:356).

Ово указује да је декомпозиција постављеног проблема основна карика за постизање открића, односно, њено одсуство онемогућава успјех и оспорава приступ том открићу. Трансформација процеса испитивања проблема састоји се од постављања низа мањих проблема које постављају учесници, тако да је сваком ученику омогућено да открије тражено решење.

Боното (Bonotto and Santo, 2015) вјерује да дидактички потенцијал коришћења одговарајућег артефекта, као извора задатака и активности, комбинован са посебним методама подучавања, подстиче стварање проблема и процесе креативности. Посебно је настојао да истражи:

- Улогу погодних артефеката као извора стимулације за постављање проблема у полуструктурираним ситуацијама; и
- Способност ученика основних школа да стварају и решавају математичке проблеме (укључујући отворене проблеме).

Дакле, његова студија описује могућности које пружају активности увођења артефеката, за препознавање креативног размишљања ученика у математици, и методе

за анализу исхода постављања проблема, које би наставник могао користити у учионици, за идентификацију и процјену активности постављања проблема.

Коришћењем артефеката, дјеца се могу охрабрити да препознају различите ситуације као математичке ситуације, тражећи од њих: (а) да изаберу друге артефекте из њиховог свакодневног живота; (б) да идентификују математичке чињенице повезане с њима; (в) пронађу сличности и разлике (нпр. различити прикази бројева); или (г) генерисање проблема (нпр. откривање односа између количина) (Ibid).

Дакле, његова студија показује да креирање проблема, са различитим нивоима тежине, употребом специфичног културног артефекта (нпр. брошура за посјету познатог забавног парка) даје посебан атрактиван контекст, који одражава комплексност стварности, и тако у погледу различитих понуђених могућности нуди богатство постављања питања и формулисања хипотеза. Ово указује да артефекат, као резултат приступачности свим ученицима, представља користан контекст за стварање проблема и математизацију стварности.

Никол и Брег (према Osana and Pelczer, 2015), класификују стратегије поствљања проблема на следећи начин: (а) уклањањем информација из затворених питања (тј. оних проблема са само једним тачним одговором); (б) коришћењем главних курикуларних области (нпр. геометрија, мјерење) као полазне тачке; (в) почевши од специфичнијих курикуларних тема (нпр. образаца) и биљежењем погодне мисли; (г) замишљајући да је дијете и представља проблем, на начин, шта би он или она могли питати; и (д) фокусирањем на формулацију и друге лингвистичке аспекте проблема.

Креспо (Crespo, 2015) наводи следеће приступе постављања проблема:

- *Постављање отворених проблема* (проблеми захтијевају да се објасни решење и да се размијене идеје; додатна питања су за анализу и рефлексију урађеног);
- *Постављање математички изазовних проблема* (увођење нових идеја, подстичу размишљање; додатна питања отварају прилику за ширење оригиналне верзије математичког рада);
- *Постављање математички занимљивих проблема* (математичка ситуација за генерисање „занимљивих“ проблема, употребом математички естетских критеријума–изненађење, новост, једноставност);

- *Постављање друштвено релевантних математичких проблема* (истраживање и математизирање стварних животних ситуација у којима се може укључити разумијевање и решавање друштвених проблема).

Свако од ових искустава представља припремање наставника да прошири и учврсти професионалне визије и праксу наставе математике и то учењем да: (а) пажљиво постављају проблеме ученицима, (б) стварају проблеме са ученицима, и (ц) представљају личне и/или друштвено релевантне проблеме. Такав је, на примјер, задатак који се односи на тему мјерења површине, проучавање проблема може бити пренатрпаност школе (бројност одјељења и величина учионице – која је одговарајућа квадратура по ученику?) и разматрање о утицају простора у учионици за учење ученика (Ibid).

Досадашњи преглед литературе показује да је постављање проблема комплексно, и проучавано из улоге наставника, ученика, услова, стратегија, ситуација основних извора стварања проблема. Једно од наших запажања је да аутори постављање проблема заснивају, прије свега, у складу са математичким знањима одређених наставних садржаја, а затим, и са педагошким захтјевима.

Дакле, постављање проблема је облик креативне активности, стварање математичких проблема у специфичном контексту, чија је формулација важан пратилац за његово решавање.

1.4.Решавање проблема

Као што је постављање проблема, тако је и његово решавање, контекст који се користи за проучавање креативности ученика. Креативност захтијева велико знање, флексибилност и стално реорганизовање идеја. Такође, мотивација, истрајност и друштвена подршка играју важне улоге у креативном процесу (Vulfolk i sar., 2014).

Многи истраживачи дефинишу креативност истицањем двије карактеристике оригиналност и прикладност. Бир и Кеуфмен (према Singer and Voica) идентификују предуслове за креативно изражавање понашања и то: интелигенцију, мотивацију и погодно окружење.

Литература садржи различите дефиниције и карактеристике креативности, у почетку, математичка креативност се повезује са стручним радовима Поанкареа и Хедемерда. Касније, разне студије су идентификовале одређена понашања која пружају доказе о математичкој креативности ученика. На примјер, Торанс (Ibid) је дефинисао основне карактеристике математичке креативности: течност, флексибилност и новост, које представљају, редом, број идентификованих, различитих, приступа проблему; број генерисаних решења и ниво њихове конвенционалности.

У погледу ове анализе, Балка (Ibid) је издвојио конвергентно мишљање−које карактерише одређивање образаца и дивергентно мишљење−које се види као, формулисање математичких хипотеза, вредновање необичних математичких идеја, увиђање шта проблему недостаје и рашчлањивање општег проблема на специфичне подпроблеме, као главне компоненте математичке креативности.

Илертон и Клерксон (према Bonotto and Santo, 2015) сматрају да, унапређење математике захтијева креативну машту која настаје као резултат постављања нових питања, нових могућности за сагледавање старих питања. Силвер (Ibid), истраживањима орјентисаним на наставу математике, тврди да постављање и решавање задатака, ученицима може помоћи да развију креативније приступе математици. Наставници, путем таквих задатака, могу повећати способност ученика у односу на основне димензије креативности, наиме, флексибилност и оригиналност.

Роберт Кеил и Линда Хол (према Vulfolk i sar., 2014), у свом истраживању дјеце између осам и дванаест година, откривају да су на решавање текстуалних аритметичких проблемима утицали специфични и општи фактори. Утицај су имали *знање из аритметике*, процијењено на основу потребног времена и начињених грешака приликом решавања једноставних проблема сабирања и одузимања и *опште вјештине обраде информација*, укључујући разумијевање прочитаног, вријеме обраде информација и, у мањој мјери, опсег меморије.

Опште стратегије решавања проблема, обично имају пет фаза, за чије именовање Џон Брансфорд и Бери Стејн (према Vulfolk i sar., 2014) користе акроним ИДЕАЛ:

И – *идентификујте* проблеме и прилике;

Д – *дефинишите* циљеве и представите проблем;

Е – *истражите* могуће стратегије;

А – *антиципирајте* исходе и крените у *акцију;*

Л – *осврните* се уназад и *научите.*

У овом одјељку нас највише интересује разумијевање цјелокупног проблема. То значи да, ученици треба да разумију шта се у проблему заиста тражи. Истраживања показују да, ученици умију пребрзо да закључују шта је питање проблема (Ibid). Када је проблем категорисан, активира се одређена шема. Шема усмјерава пажњу на важне информације и ствара очекивања, како би требало да изгледа тачан одговор. Гентнер и сарадници (Ibid), захтијевају да ученици пореде примјере или случајеве, тако да могу да развију општу шему решавања проблема, која региструје општу структуру, а не површне карактеристике случајева.

Стеник и Килпатрик (према Milinković, 2015b), идентификовали су три приступа решавања проблема: (а) решавање проблема као контекста; (б) решавање проблема као вјештине; и (в) решавање проблема као умјетност.

У решавању проблема посебно је важно познавање репрезентација. Фридлендер и Тебеч (Ibid) тврде да различите наставникове репрезентације проблемске ситуације могу да подстакну флексибилност избора ученика у процесу решавања. Поред тога, Арсеви (Ibid) идентификује три функције визуелних репрезентација: (а) као подршку и илустрацију симболичких репрезентација; (б) као средство за решавање конфликта између интуиције и симболичког решења; и (в) као средство реорганизације и обнављања концептуалног разумијевања. Он сугерише да "гледање ствари" изоштрава наше разумијевање и служи као одскочна даска за питања која иначе не бисмо постављали.

Исто, Милинковић (Ibid) тврди да, вишеструке репрезентације истог проблема могу помоћи развоју флексибилности расуђивања и продубити разумијевање математичких концепата и процедура.

На примјер, задатак који покреће ученике да усвајају и траже обрасце, а затим покушају да објасне разлоге који стоје иза тих образаца, користећи оно што већ знају о дијељењу цијелих бројева:

С обзиром на 2.726 :58 = 47,

Предвидите решења: 272.6 : 58 = _____

27.26 : 58 = _____

2.726 : 58 = _____

0.2726 : 58 = _____ (Crespo, 2015:496).

Такође, занимљив проблем, усмјерен на истраживање и примјену, о количини токсичног отпада, који производи аутомобилска компанија за 2012. годину, при чему су дати одговарајући почетни услови. Еколошка агенција тражи, да укупна количина токсичног отпада произведена, након 1. јануара 2010. године не прелази одређену количину ограничења, а проблем је да се утврди да ли компанија испуњава ове услове (Matsko and Thomas, 2015).

Овладавање језиком математике, кроз самоусмјеравање пажње на разумевање читања, је примјер како је потребно досљедно изградити репертоар постављања и решавања проблема.Такође, поновљена динамика постављања проблема/решавања проблема повећава репертоаре ученика за препознавање већ усвојених и нових тренутака разумијевања (Prabhu and Czarnocha, 2015).

Главни модели који су се користили за описивање креативности су, процеси који наглашавају важност осјетљивости на проблеме, постављање − проблема и њихово решавање. Запажамо да, стварање креативне околине за учење – проблематизација ситуација из свакодневног живота, подстиче дубље разумијевање проблема и омогућава његову даљу примјену. Навике ученика у учењу математике могле би се трансформисати у учење засновано на истраживању проблема, које би подстакло њихову радозналост, и тиме повећала креативност проналажења решења.

2. Вредновање у настави математике

Математика, како Де Корте истиче (према Balan, 2012), се све више посматра као скуп стваралачких смислених активности, које су продукт људске инвентивности решавања проблема, засноване на моделирању стварности. Акценат се ставља на стицању и развоју математичких способности решавањем проблема, и то на резоновању и комуникацијским вјештинама, као и на примјену математичког знања у стварним ситуацијама (Ibid). Ове промјене природно утичу на наставну праксу и на сам поступак вредновања математичких постигнућа ученика.

Уобичајена пракса вредновања математичких знања је усмјерена на оцјењивање, што није оптимално за учење ученика. Умјесто тога, постоје разлози за вјеровање да ће постављање проблема у поступку вредновања математичких знања утицати на учење и постигнућа ученика из математике.

У том погледу, Стајнова (Stoyanova, 1997) предлаже примјену система ситуација за разликовање различитих аспеката постављања проблема. Заправо, наставници могу користити различите математичке контексте за постављање идентичних, сличних и међусобно повезаних серија проблема. Проблем у различитим форматима помаже наставнику да одабере, смањи (или повећа) степен тежине приказивања одређеног математичког садржаја (Ibid).

С друге стране, Стривен и сарадници (према Balan, 2012:21) сматрају да перцепција ученика о сврси процјене утиче на њихова постигнућа. Непримјерено оцјењивање има тенденцију да подстиче површне приступе учења, док иновативне методе оцјењивања ученицима омогућавају дубински приступ учењу (Ibid).

Сам појам „оцјењивање“ односи се на све оне активности које предузимају наставници и њихови ученици за модификовање наставе и учења којим се баве. Таква процјена постаје формативна процјена када се докази оцјењивања користе да би се наставни рад прилагодио потребама и могућностима ученика за даљи развој (Pilet and Horoks, 2017).

Стога, за унапређење процеса учења, многи истраживачи наводе употребу формативне процјене, која помаже ученицима да се фокусирају на оно што је усвојено, тешкоће, као и на стратегије учења (Balan, 2012). Акценат није више на праведном и

ефикасном вредновању постугнића ученика, већ више о томе како нове методе и систем вредновања подстичу когнитивни и мотивациони напредак ученика. На примјер, наставници треба да превазиђу директно испитивање стандардних операција и више пажње усмјере на испитивање дубљег разумијевања ученика о операцијама, да би добијене информације о разумијевању операција прилагодио за побољшање наставе и учење ученика (Zhao, Heuvel-Panhuizen and Veldhuis, 2017).

Оцјењивање под одређеним условима има значајан потенцијал за побољшање учења. Показано је да разумијевање утицаја које оцјењивање има на учење захтијева: шири фокус од саме интервенције повратне спреге, посебно реакције ученика на повратне информације и миље за учење у којем дјелује повратна информација (Wiliam, 2011). Тако, на примјер, у литератури на француском језику, процјена се разматра као аспект регулисања процеса учења, док литература на енглеском језику процјену тумачи као аспект добре наставе (Ibid).

Тесаро (према Grapin and Sayac, 2017) професионалну процјену наставника посматра као акт разлучивања и као способност да се изгради разумљивост феномена који се оцјењује, узимајући у обзир епистемолошку, техничку, социјалну, етичку и парадигматичну димензију праксе оцјењивања у учионици. То, са једне стране, како истиче Чевалад (Ibid), даје ваљан закључак наставника о математичким знањима ученика појединачно и збирно, из података прикупљених током различитих епизода евалуације. Са друге стране ово омогућава да се међусобно артикулишу различити тренуци процеса учења на основу података током различитих епизода евалуације.

Дакле, професионална процјена је однос математичког и дидактичког знања и вјештине оцјењивања наставника. Она зависи од појединачних фактора, математичких знања и способности ученика за рјешавање проблема, увјерења ученика о учењу и оцјењивању, као и од професионалних и личних искустава наставника у оцјењивању.

2.1. Врсте вредновања

У протеклих неколико деценија резултати вредновања ученичких постигнућа добијају све већу пажњу за побољшање учења (умјесто пуког давања оцјене на основу резултата оцјењивања) и за дијагностификовање тешкоћа учења (утврђивање разлога због којих су неки ученици неуспјешни у учењу). Говори се о двије опште сврхе оцјењивања, „оцјењивање наученог“–коначних ефеката учења или сумативно оцјењивање и „оцјењивање за учење“ или формативно оцјењивање (Spasić, 2013).

Када се процјењивање знања обавља на професионалан начин и када се резултати употребљавају да повећају образовне могућности, оно постаје значајно и корисно за унапређивање укупног квалитета наставе и учења (Ibid). У процјењивању математичких знања, главни проблем је како направити „продуктивну“ процјену и како користити добијене резултате. То прије свега јер, у свакодневној наставној пракси постоји несклад између компетенција које ученици имају потребу да развију и шта се стварно процјењује, што може усмјерити учење ученика у погрешном смјеру.

Резултати студије коју је спровела Балан (Balan, 2012) указују да формативна процјена подстиче ученике да преузму већу одговорност за своје учење и да постају више мотивисани, самопоузданији и, такође, да постижу боље резултате.

Блек и Вилиам (Black and Wiliam, 1998), формативну процјену дефинишу као све оне активности наставника и/или њихових ученици, које пружају повратне информације за модификацију наставног материјала и активности подучавања и учења. Ова дефиниција описује идеју формативне стратегије оцјењивања о употреби доказа учења ученика за прилагођавање наставе потребама ученика. Термин формативна процјена користи се у различитим значењима или користи алтернативне изразе као што су повратне информације, саморегулисано учење или учење уз помоћ вршњака (Ibid).

Формативно оцјењивање може се посматрати и као основни вид подршке учитеља за ангажовање и развој ученика (Špijunović i Maričić, 2015). Од учитеља се очекује да оцјеном из математике не изрази само ниво знања, умијећа, навика и способности којима ученик располаже, већ и да ученику укаже на мјере које треба предузети и кораке које треба учинити да се стање у том погледу мијења на боље, односно, омогућити ученику да се развија и постигне успјех адекватан његовим способностима (Ibid).

Никвест (према Wiliam, 2011) развио је типологије формативних оцјена: (1) слабија формативна оцјена, ученици добијају само знање о својој оцјени или оцјену, често описану као "знање о резултату"; (2) умјерена формативна оцјена, ученицима се дају информације о тачним резултатима, неким објашњењима и неким специфичним предлозима за побољшање; (3) снажна формативна оцјена, ученицима се дају информације о тачним резултатима, неким објашњењима и специфичним активностима које треба предузети у циљу побољшања.

Концептуализацију формативног оцјењивања, Томсон, Блек и Вилиам (према Andersson, 2017) описују као једну велику идеју и пет кључних стратегија (Слика 5). Матрица приказује како три процеса (хоризонтално) и три категорије учесника (вертикално) конструишу 5 кључних стратегија (КС) формативне процјене.

	Шта ученик може да постигне	Гдје је ученик сада	Како да то оствари
Наставник	КС1 Разјаснити циљеве учења и критеријуме успјеха	КС2Увођење ефектних дискусија и других задатака у процесу учења у учионици који доказују разумијевање ученика	КС3 Обезбјеђивање повратне информације која води ученике напријед
Вршњак	Схвата и дијели циљеве учења и критеријум за успјех	КС4 Активирати ученике као инструктивне ресурсе једне за друге	
Ученик	Схвата циљеве учења и критеријум за успјех	КС5 Активирати ученике као носиоце свог учења	

Слика 5: Однос између кључних стратегија (КС), наставних процеса и учесника у учионици (Ibid:3421)

Блек и Вилиам (према Chanudet, 2017) говоре да је процјена формативна у оној мјери у којој доказе о постигнућима ученика наставници, ученици или њихови вршњаци тумаче и користе за доношење одлука у следећем кораку наставе.

С друге стране, неформалну процјену је теже идентификовати, али се може пратити у многим приликама током наставе, кроз интеракције између наставника и ученика, на примјер, биљежењем одговора ученика (Pilet and Horoks, 2017). Различитим аспектима размишљања ученика откривају се различите перспективе, не само за

наставника него и за учење ученика. Наставници, како Евен (према Balan, 2012) истиче, требало би да прихвате „неконвенционалне“ одговоре ученика, по мишљењу Блека (Ibid), да вреднују како ученици обрађују математичке проблеме, насупрот искључивог фокусирања на коначни одговор, или, за шта се Бутлер (Ibid) залаже, да преиспитају важност пружања информација о јачинама и начинима побољшања учења, умјесто давања само нумеричких резултата.

Важна компонента формативног оцјењивања, како Харлен (Ibid) наводи, је да ученици разумију циљ свог рада и да схвате шта се очекује, што значи да ученици морају разумјети критеријуме оцјењивања.

Централне компоненте формативне процјене су самопроцјена и вршњачка процјена. Самооцјењивање и самоевалуација су средства и технике које ученици могу да користе у настојању да временом побољшају квалитет свог рада и учења, што је кључно за развој критичког мишљења и виших нивоа знања (Spasić, 2013). Вршњачком процјеном ученици оцјењују постигнуће вршњака, давањем оцјена или квалитативно, писменом или усменом повратном информацијом (Balan, 2012). Такође, Викермен (према Balan, 2012), показује да вршњачка процјена помаже ученицима да структурирају свој рад, као и да постају активнији, ангажованији и независнији ученици.

Суштински значај процјене са формативном сврхом је да подржи учење ученика. У том погледу, требало би да понуди нијансиране информације о постигнућима ученика у односу на предодређене циљеве и критеријуме знања. Ово је неопходно да би се на основу идентификованих „снага“ и „слабости“ математичких знања планирао њихов даљи развој.

Формативно и сумативно оцјењивање коегзистирају заједно у процјени за учење. Иста активност оцјењивања може послужити у сумативне и формативне сврхе, подаци које је наставник прикупио могу се користити за оцјењивање ученика али и за побољшање учења.

2.2. Критеријуми вредновања

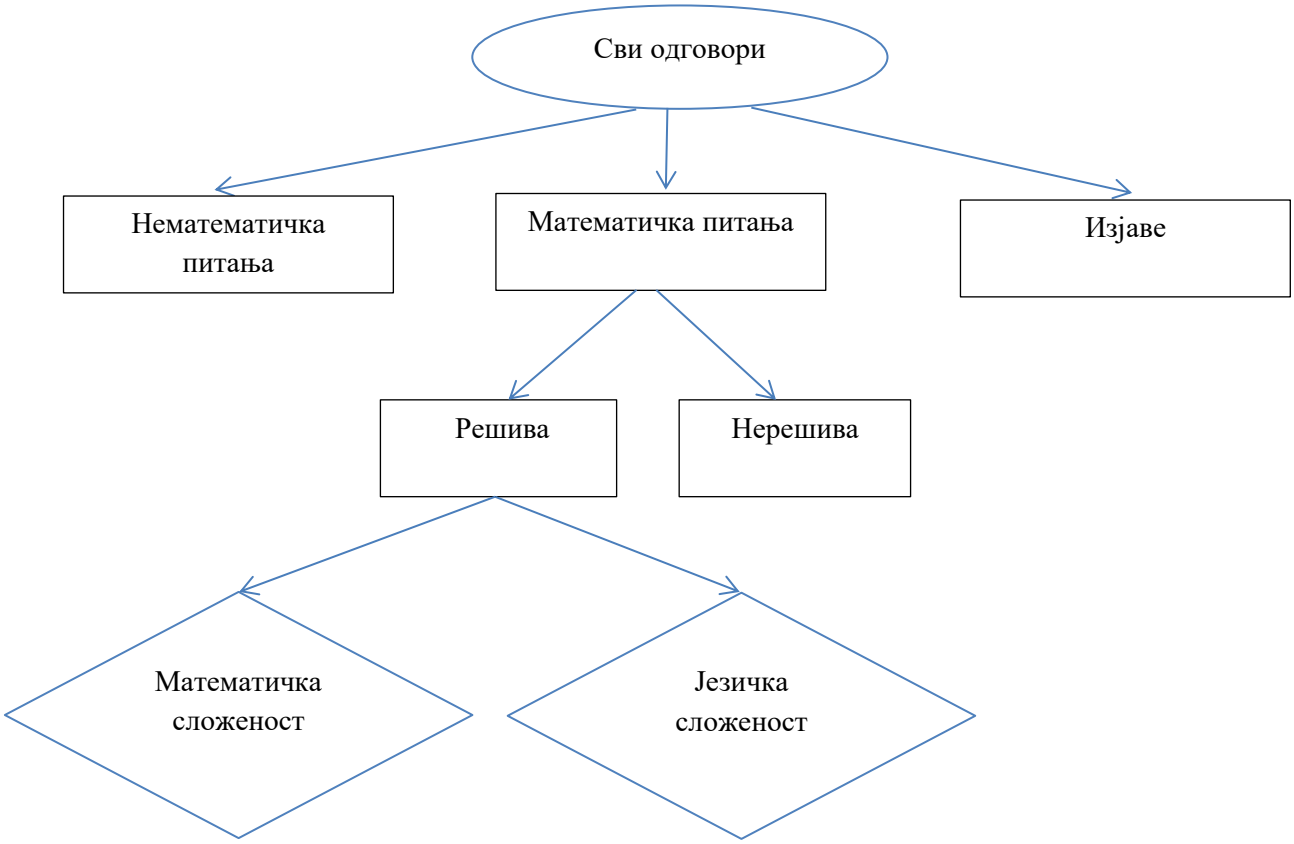
Постављање и решавање проблема зависи од наставне теме, постављених циљева лекције, претходних математичких искустава наставника и ученика (Stoyanova, 1997). С друге стране анализа остварених резултата пред нама поставља изазов дизајнирања одговарајућих инструмената за вредновање способности ученика у решавању и самосталном постављању проблема.

У снажном контрасту са конвенционалним сумативним вредновањима, гдје циљеви и критеријуми успјеха не морају увијек бити познати ученицима, транспарентни циљеви и критеријуми вредновања могу помоћи ученицима да се фокусирају на оно што се вреднује. Појашњавањем критеријума и циљева учења, ученици имају прилику да стекну перцепцију различитих квалитета у свом раду и раду других (Balan, 2012). На примјер, ученичка постигнућа у решавању проблема Балан (Ibid) одређује на основу три критеријума процјене и то: „метода и израда“, „математичко образложење“ и „презентација и математички језик“.

Стајнова (Stoyanova, 1997) у процјени квалитета проблема који постављају ученици узима у обзир кључне карактеристике постављеног проблема као што је језик, тачност, оригиналност и степен тежине. Ово би уједно могло да се користи као алтернативна процјена нивоа математичких постигнућа ученика.

Она сматра да укључивањем ученика у креирање различитих варијација проблема, као што су идентични или слични проблеми, помаже разумијевање и анализу односа између елемената структуре проблема. Истовремено, кроз такве активности постављања проблема, наставници ће можда моћи да подрже поједине ученике који покушавају да превазиђу потешкоће у решавању одређених типова проблема (Ibid).

Карактеристике задатака у односу на наставне циљеве у великој мјери одређују скуп критеријума које наставници користе за вредновање математичког постигнућа ученика (Kwek, 2015). У свом истраживању о вредновању постављања проблема ученика, Силвер и Цаи (Silver and Cai, 2005) предлажу три критеријума и то: квантитет (број урађених одговора), оригиналност (креативни, неуобичајени одговор) и комплексност (језичка и математичка комплексност). То објашњавају са три нивоа аналитичке шеме (Слика 6):



Слика 6: Шема за вредновање комплексности постављања проблема ученика (Ibid:133).

Вредновање постављеног проблема ученика наставник започиње класификацијом свих одговора, јер неки ученици постављају проблем који не испуњавају очекивања и који се не могу подвргнути класификацији у погледу комплексности. Изјаве ученика које не одговарају опису проблема и остала нематематичка питања наставник ставља по страни и пажњу усредсређује на математичке проблеме. Даље, у низу постављених проблема наставник идентификује оне који се не могу ријешити и на крају процјењује математички решиве проблеме у односу на њихову математичку и језичку комплексност (Ibid).

Од посебног значаја за овај рад је математичка комплексност. Она се може категоризовати као ниска, умјерена и висока. Ниски ниво сложености у представљању проблема може се ријешити препознавањем чињеница, односно решавањем у једном кораку. Проблеми са умјереном сложеношћу захтијевају више флексибилног мишљења и избора између алтернатива, укључујући размишљање, стратегије решавања проблема, примјену теорија или вишеструких решења. Проблеми високе сложености постављају

захтјеве за размишљање, анализирање, генерализовање, синтезу или повезивање вишеструких решења (Kwek, 2015).

Наставници који постављају проблеме имају прилику да на основу наведених критеријума анализирају исходе постављених проблема, идентификују и процијене квалитет својих активности, као и ниво математичких способности ученика у решавању проблема. С друге стране, када преформулишу и стварају нови проблем ученици креативно размишљају, преузимају већу одговорност за учење, постају више мотивисани, самопоузданији и независнији.

2.3. Врсте задатака у вредновању

Математички задатак се дефинише као активност чији је циљ усмјеравање пажње ученика на одређени математички концепт, идеју или вјештину (Henningsen and Stein, 1997). Концептуални оквир математичког задатка обухвата три фазе:

1. аспекти задатка које програмери курикулума идентификују као важна разматрања за развој математичког разумијевања, расуђивања и стварања смисла;

2. начини постављања задатка у учионици (степен когнитивних захтјева задатка);

3. рješавање задатка (процеси размишљања ученика у рješавању задатка).

Приликом постављања задатака потребно је, како Фукс (према Black and Wiliam,1998) наводи, ускладити избор задатака и повратне информације, помоћу којих се може објаснити веза између разумијевања ученика и њихове интеракције са задацима, и то, на начин да се процјена може дизајнирати и интерпретирати. То захтијева велики напор који укључује сарадњу психометричара, когнитивних стручњака и експерата предмета.

Исто, у погледу прикупљања/интерпретације/искоришћавања информација, формална процјена може играти више или мање формативну функцију, зависно од одабраних задатака. Ако су задаци превише сложени или превише једноставни, одговори ученика неће открити много корисних информација за наставника (Pilet and Horoks, 2017).

На примјер, Ејмс (према Black and Wiliam, 1998) бира три главне карактеристике које се одликују успешним „мајсторством“ учионице. То су: (1) природа постављених задатака, који би требало да буду нови и варирају у интересовању, нуде изазов, помажу ученицима да развију краткорочне циљеве; (2) усредсређивање на смислене аспекте учења и подржавање развоја и (3) коришћења ефикасних стратегија учења.

Такође, Андерсон (према Henningsen and Stein, 1997) истиче да наставници експлицитним моделирањем задатака могу подржати процесе размишљања ученика на високом нивоу. Важно је охрабрити ученике да се укључе у самоконтролу. Само присуство математичких задатака на високом нивоу неће аутоматски резултирати ангажовањем ученика. Без укључивања у такве активне процесе током наставе, не може се очекивати да ће ученици развити способност размишљања и решавања проблема на математички одговарајући и моћан начин.

За успјешну евалуацију математичких постигнућа ученика од посебног значаја је база добро изабраних задатака (уз покривеност садржаја) и њихова дистрибуција према нивоима знања, у односу на индивидуалне могућности ученика (Milinković i Pikula, 2015).

У складу са наведеним, Милинковић (Milinković, 2013) говори о значају постављања аутентичних задатака, који често имају потенцијал проширења почетног оквира задатка, откривањем могућности да се одговори и на нека нова питања која могу бити постављена од стране учитеља или ученика и тако ствара позитиван однос према стицању и коришћењу математичких знања. Осим тога, пракса коришћења аутентичних математичких задатака претпоставља процес евалуације интегрисан у наставу (Ibid:516).

Исто, у избору задатака Пешикан (Pešikan, 2015) као главни критеријум истиче њихову аутентичност, релевантност и смисленост. Решавањем аутентичног задатка ученици ће овладати знањима која ће им бити потребна и ван школе. Неко ове задатке сматра релевантним задацима јер припремају ученика да се снађе у неким будућим животним ситуацијама. Релевантност задатка се дефинише као степен у коме он одговара потребама и/или интересовањима ученика. Неки задатак може бити аутентичан (тражи компетенције за стварну животну ситуацију), али није релевантан са становишта учења одређеног предмета. Смислени задаци су они које ученици разумију,

који од ученика траже да интегришу нова знања у своје постојеће когнитивне структуре или схеме и омогућавају трансфер знања на нове ситуације (Ibid).

Силвер и његове колеге (према Milinković, 2015) спровели су истраживање о способности наставника да стварају проблеме у сложеном контексту. Они су идентификовали три групе повезаних генерисаних проблема: секвенцијално повезани типови задатака, „симетрични“–замјена циљева и услова проблема (тражени податак из једног проблема постао је познат услов у симетричном проблему и обратно) и отворени проблеми који су имали тенденцију мијењања ограничавајућих услова (Ibid).

Када је ријеч о оцјењивању математичких задатака, уобичајени поступак наставника математике је идентификовање прелазних корака у оствареном рješењу задатка (Reit, 2017). На основу те процјене поставља се шема која одређује услове које треба испунити за диференцирано бодовање тих прелазних корака. Стога постоји процедурална разлика између фаза идентификовања доступних аспеката решења и шеме оцјењивања. Прво је услов за друго. Ријеч је о употреби такозваних мисаоних структура за идентификовање потешкоћа прелазних корака у решењима моделираних задатака. У својим истраживањима Реит (Ibid) показује да, постоји мјерљив утицај структуралних карактеристика решења задатка на тежину задатка, односно, да су потешкоће решавања задатка чврсто повезане са његовим оцјењивањем и природно доводе до дискусије о тежини постављеног задатака (Reit, 2017).

У контексту оцјењивања задатка, Боекатс (према Black and Wiliam, 1998) запажа да, ученици користе три извора информација за формирање менталног приказа задатка: (1) тренутна перцепција задатка и физички, социјални и поучни контекст унутар којег је изграђен; (2) активирано знање специфично за домен и (мета) когнитивно стратегије повезане са задатком; и (3) мотивациона увјерења, укључујући могућности, интересовање и увјерења везана за домен.

Да би оцјена из математике била усмјерена на развој и напредовање ученика, сваки задатак и свака математичка активност на конкретном часу мора имати свој циљ. Тако су, на примјер, другачији задаци којима је циљ развијање упорности и радних навика од задатака којима је циљ развијање логичког, стваралачког или критичког мишљења. Код сваког од тих задатака оцјена из математике треба да буде одраз циља са којим је задатак постављен, а не само нивоа знања испољен у његовом решавању (Špijunović i Maričić, 2015).

Дакле, формативна процјена која вреднује циљеве учења може се генерисати само задацима који су по својој структури отворени за стварање и показивање релевантних доказа математичког постигнућа ученика.

Стога, Грапа и Сајак (Grapin and Sayac, 2017) предлажу да обука наставника за процјену омогућава побољшање наставе. Наставници треба да понуде широк спектар задатака, али, такође, и интерпретирају грешке у решењима са прилагођеним упутствима за њихово савладавање.

На који начин можемо процијенити напредак математичких постигнућа у току активности постављања и решавања различитих проблема, приказаћемо у наредном дијелу рада.

2.4. Аутентичне технике вредновања у настави математике

Укључивањем ученика у задатке, дискусије и/или активности, у којима примарни циљ није одговор, већ размишљање шта стоји иза одговора, откривају се различити аспекти размишљања ученика и откривају се различите перспективе које се односе не само на наставника него и на ученике (Balan, 2012). Други начин прикупљања информација о томе шта води ученика да реагује на одређени начин поучавања је анализа увјерења ученика о учењу.

Кузи, Морсели и Сабена (Cusi, Morselli, and Sabena, 2017) сматрају да дискусија писмених одговора ученика приказана уз помоћ информационих технологија може послужити анализи ученичких постигнућа. Наставник прво прави избор писмених одговора ученика и има за циљ да истакне: (а) типичне грешке; (б) ефикасне начине обраде задатака; (в) упоређивање различитих начина образложења одговора. Анализом и упоређивањем различитих писмених одговора ученика долази се до појашњења критеријума успјеха (Ibid). Они истичу да је могуће креирање анкете на лицу мјеста, како би се провјерило разумијевање ученика или њихова свијест о ономе што је развијено током активности или њихов став према активности.

За квалитативно процјењивање појединачних писмених тестова Балан (Balan, 2012) предлаже употребу „мини рубрике“. Умјесто бодовања задатка, наставник биљежи да ли је решење ученика приказано, образложењем које одговара за први ниво

Г−прошао или за други ниво В−добро обављено. На овај начин ученик добија диференцирану процјену о његовим способностима решавања проблема и о томе шта је потребно побољшати.

На примјер, вредновање задатка помоћу „мини рубрике“ (Слика 7):

Претпоставимо да је квадрат странице *a* cm пресјечен дуж дијагонала и од три дијела да је састављена пирамида. Нацртајте дијаграм и одредите висину.

Г1	В1 В5	М1	Решавање проблема
Г2	В2	М3	Разлог
Г3	В4	М1	Рачун
Г4	В3	М2 М4	Интерпретација

Слика 7. Примјер задатка који се оцјењује „мини рубриком“ (Ibid:73).

Праћење ученичког постигнућа на овај начин пружа информације о учинку појединачног ученика и обавјештава наставника о његовом успјеху, способностима решавања проблема, али, и, са којим дјеловима курикулума су имали потешкоћа и због чега им је потребна додатна пажња, за разлику од типичног начина оцјењивања, који показује једину информацију укупан број бодова и оцјену.

Исто, Балан (Balan, 2012), предлаже бодовну табелу, као инструмент за процјену квалитативног знања, у којој су јасно формулисани критеријуми садржаја који се проучавају и за сваки критеријум неколико стандарда знања. Она обавјештава наставника о успјеху ученика, на примјер, са којим су дјеловима садржаја имали проблема, односно нијансира информације о различитим компетенцијама које су ученици развили током решавања проблема. Ријеч је о информацијама које обухватају различите димензије процеса решавања проблема, и, као такве, могу се користити за анализу и извођење закључака о промјенама у математичким постигнућима ученика.

Дакле, бодовна табела ученицима пружа могућност да прошире активности решавања проблема, не само давањем одговора, већ и да усмјере пажњу на тумачење и резоновање различитих рješења. У комбинацији са вршњачком процјеном и

самопроцјеном бодовна табела помаже ученицима да схвате своје могућности, они постају нешто више самокритичнији и самосвјеснији. Овим приступом инсистира се на укључивање ученика у решавање задатака и дискусије, односно на активностима којима примарни циљ није одговор већ размишљање о начину добијања одговора.

Милинковић (Milinković, 2013) сматра да су технике праћења напретка ученика један од битних фактора успјешне реализације програма. Основни облици провјеравања су: (1) писмено, (2) усмено и (3) практично. Учитељи и наставници математике се у настави ослањају скоро искључиво на писмене провјере, понекад испитујући усмено, а не разматрајући могућност практичне провјере знања (Ibid).

У аутентичне технике оцјењивања спадају различите активности као што су: (а) посматрање (самосталног рада ученика као и интеракције у току тимског рада); (б) праћење интеракције (тражећи потврду разумијевања и умијећа објашњавања вршњацима и учитељу) и (в) оцјена „продуката“ (резултата учешћа у квизовима, играма, такмичењима и сл.) (Ibid).

II МЕТОДОЛОШКИ ОКВИР ИСТРАЖИВАЊА

1. Проблем и предмет истраживања

Главни циљ постављања и решавања проблема у школској математици огледа се у припремању ученика за интелигентне кориснике математичких знања и приступа у свакодневном животу (Stoyanova, 1997). Акценат се ставља на развоју способности ученика да постављају и решавају проблеме из стварног живота, при чему их наставници упућују на различите начине размишљања.

Укључивање проблема који ученици постављају, Силвер и сарадници (Ibid) наводе да, представља моћан приступ развијања математичког мишљења ученика. Осим тога, ученици у раду са сложеним и контекстуалним проблемима изјављују да су проблеми били изазовни и забавни. Такође, истичу да су проблеми, који приказују позната окружења, корисни у свакодневним ситуацијама (Balan, 2012).

Дакле, решавањем и постављањем нових проблема учинили су учење ученика „видљивијим“. Развијена класификација ситуација које постављају проблеме све више представљају „алат“ за вредновање математичких постигнућа ученика. Наставницима и њиховим ученицима отварају се видици сазнања како се и колико постиже решавањем проблема. У циљу развоја наставе усмјерене на учење, то имплицира неопходну потребу дизајнирања система вредновања о дубини и ширини математичких знања ученика.

Међутим, постоји мали број студија које испитују вредновање ученичких постигнућа као начина побољшања постојећих знања. Осим тога, јавља се несклад између компетенција које ученици имају потребу да развију у постављеним задацима и онога шта се у њима процјењује, као и да, ученицима често није објашњена сврха онога шта се процјењује.

Према наведеном, могли бисмо рећи да је *проблем нашег истраживања*:

Као прво, недовољно и неадекватно постављање проблема као алата за вредновање математичких знања ученика петог разреда црногорског образовног система. Друго, недостатак стручних знања наставника о могућим поступцима праћења

и вредновања математичких постигнућа ученика, усмјерених на њихов даљи развој и учење.

Из садржаја и суштине овако дефинисаног проблема *предмет нашег истраживања* је:

Експериментално утврђивање евалуативне функције различитих стратегија постављања проблема за дубљу анализу и праћење напретка математичких знања ученика петог разреда црногорског образовног система.

2. Досадашња емпиријска истраживања

У првом дијелу рада приказали смо избор истраживања о постављању проблема и закључили да је постављање проблема развојни алат критичког размишљања ученика, али, на овом мјесту, значајно је приказати до сада истражене праксе процјене у настави математике.

Недавна истраживања показала су да се оцјењивање у основним школама углавном спроводи у сумативне сврхе, а не у сврху развоја знања ученика. Да би се даље проучио овај однос наставника према начину оцјењивања, у будућности се настоји испитати пракса оцјењивања наставника из математике, али да се и побољша у контексту колаборативног окружења. У таквом пројекту, као истраживачи и предавачи, Грапа и Сајак (Grapin and Sayac, 2017) спровели су истраживање процјене за учење и помоћ ученицима да боље уче математику. Заправо модификације наставних планова и програма и институција подстичу наставнике математике на процјену компетенција, а не само знања. Такав развој процјене за учење захтијева наставника који оцјењивање „виде“ као дио дидактичког процеса у којем се добијене информације процјене користе за прилагођавање њихових наставних стратегија.

Исто, Сајак (према Grapin and Sayac, 2017) упућује да су оцјене из математике углавном збирне и да их наставници користе као резултат за извјештај на крају одређеног периода. Чини се да само извршавање налога за оцјењивање не пружа довољно информација за бољу регулацију наставе. То значи да је кључна одговорност на наставнику, односно да поред алата за оцјењивање, наставници морају да имају знање о математичким појмовима које подучавају.

Студије показују, да и поред тога што вредновање чини велики дио наставне праксе, учитељи су и даље неадекватно припремљени за оцјењивање способности, вјештина и разумијевања ученика. Алеово (према Teledahl, 2017) истраживање такође показује да је наставникова пракса процјене критикована, због тога што не испуњава стандарде поузданости, објективности и ваљаности. Процјена школске математике, како Морган наводи (према Teledahl, 2017) се у великој мјери ослања на писмене одговоре ученика. Писмени одговори математичких задатака, као што је решавање проблема, захтијевају да ученици објасне како своје мишљење тако и предложено решење. Такав писани материјал мора бити јасан и свеобухватан како би представљао ваљан доказ из којег се процјењује процес решавања проблема ученика и математичке способности.

Тан (према Black and Wiliam, 1998) описује ситуације током курса за студенте прве године студија, у којима је прикупио доказе да су чести сумативни тестови имали дубок негативан утицај на њихово учење. Тестови су захтијевали само вјештине ниског нивоа и на тај начин кочили концептуални развој високог нивоа и ученици нијесу учили да примјењују теорију у пракси.

У студији Фаинберга (према Wiliam, 2011), оцјењивање наставника примјеном референтних норми показује да ученици више уче када их подучавају наставници који процјењују успјешност ученика у односу на претходне резултате (појединачна референтна норма) него наставници који упоређују резултате ученика са другим ученицима у разреду (социјална референтна норма).

Стручњаци могу препознати примјере концептуалног разумијевања, али тешко створити свеобухватне, поуздане начине оцјењивања. Одабир инструмената за мјерење концептуалног разумијевања зависи од избора садржаја, јер одсуство таквих инструмената за већину математичких тема представља препреку за овај вид процјене. На примјер, Бисон (према Davies, 2017) истиче да је компаративна процјена валидна мјера појмовног разумијевања.

Заговорници компаративне процјене тврде да се овај вид процјене може користити за процјену концептуалног разумијевања–аспект математике за који се зна да је тешко процијенити користећи традиционалне процјене. Стога се чини да компаративна процјена открива различите способности ученика од оних које добијамо традиционалном процјеном. Узимање овог закључка резултира претпоставком да би

неки ученици требало боље да се остварују компаративном него традиционалном процјеном.

Компаративна процјена ослања се на анализу која врши упоређивање између два одговора на дато питање. Без икаквих посебних критеријума наставник једноставно тражи да одабере бољи одговор. Компаративна процјена одређује рангирање од „најбољег“ до „најслабијег“ одговора након што је сваки одговор неколико пута упоређен са осталим одговорима (Davies, 2017).

Гурхи (Gurhy, 2017) је испитивала праксу формативног вредновања за учење у поучавању и учењу математике четвртог разреда основне школе у Ирској. Конкретно, истражила је како принципи, стратегије формативне процјене за учење утичу на постигнућа ученика на стандардизованим тестовима из математике и на њихове диспозиције према математици. Резултати њеног истраживања показују да укључивањем стратегија и техника формативне процјене за учење, током једне године, ученици су постали самосталнији, прихватајући одговорност саморегулисаног учења. Поред тога, побољшало се њихово ангажовање и однос према математици, ученици су побољшали своје учење, и научене стратегије и технике формативне процјене за учење користе за учење других области. Дјеца изјављују да воле да користе рубрике, јер се у њима скицира поступак оцјењивања.

Резултати студије Реит (Reit, 2017) указују да постоји мјерљив утицај структуралних карактристика решења задатка на његову тежину. Даље наводи да, секвенцијални модел задатка, заснован на секвенцијалном распореду мисаоних операција, сличан је пракси интуитивног оцјењивања наставника. Фокус њеног истраживања је на томе да ли се интуитивне праксе оцјењивања наставника могу емпиријски потврдити и пренијети на задатке моделовања. Интуитивна пракса процјене односи се на заједнички поступак наставника математике за бодовање прелазних корака у решењима ученика, без разматрања структурно−когнитивних посебности. Овај поступак оцјењивања се уобичајено користи, при оцјењивању задатака из математике (збирна процјена).

Задаци моделирања са својим вишеструким решењем захтијевају више приступа оцјењивања. Овај проблем доводи и до чињенице да се ови задаци ријетко користе у настави математике. Она закључује да интуитивна пракса оцјењивања у школи идентификује посредне кораке у решењу, која може представљати важну процедуру за

идентификовање мисаоних структура, као основе за процјену моделираних задатака (Ibid).

Теледал (Teledahl, 2017) испитује оцјењивање наставника математике у рјешавању проблема ученика узраста од 10 година. Циљ ове студије је да истражи аспекте математичког рјешавања проблема у односу на пет математичких способности шведског наставног програма математике: (1) рјешавање проблема, (2) математички концепти, (3) математичке методе, (4) математичко резоновање и (5) комуникација. Резултати истраживања показују да недостатак комуникације између наставника и ученика отежава наставницима процјену математичких способности. Студија потврђује да способност ученика да комуницира, описује и објашњава њихов процес рјешавања проблема од пресудног је значаја и за наставнике и за ученике. Да би наставници процијенили способности ученика они морају да разумију шта су ученици урадили и зашто. Осим тога, и учитељи и ученици требају да знају више о различитим начинима јасног и свеобухватно рјешавања проблема.

Праксу наставника о формалном оцјењивању испитивали су Крукс и Блек (према Black and Wiliam, 1998) и указују неколико заједничких карактеристика. Кључне слабости биле су:

(1) Пракса евалуације у учионици углавном подстиче површно и уско учење, концентришући се на усвајање изолираних детаља, обично предмета знања које ученици убрзо забораве.

(2) Наставници углавном не образлажу питања оцјењивања која користе и критички не расправљају о њима са вршњацима, тако да је мало размишљања о томе шта се процјењује.

(3) Функција оцјењивања је претјерано наглашена, а функција учења недовољно наглашена.

(4) Постоји тенденција коришћења нормативног, а не критеријумског приступа, који наглашава такмичење између ученика, а не лични развој сваког.

И у вредновању писменог рада, оцјењивање наставника усмјерено је на ниже когнитивне циљеве, углавном на подсјећање. Пракса оваквог оцјењивања показује да се

ученици фокусирају на пролазак кроз задатке и опиру се покушајима укључивања у ризичне когнитивне активности (Ibid).

У истраживањима о најефикаснијем начину коришћења софтверских пакета у решавању проблема Деклос и Харингтон (према Black and Wiliam, 1998) испитали су двије групе ученика петог и шестог разреда. Ученици су обучавани у употреби програма, али је једна група учествовала у вјежбама праћења, које су аутори описали као мета−когнитивни тренинг. Такође је постојала подударна контролна група која је користила тај програм без обуке. Вјежбе надгледања обезбиједила је књижица са питањима којом су ученици пратили своје резултате током вјежбе решавања проблема изабране од софтвера. Обје обучене групе су постигле већи успјех са програмом од контролне групе, али група која је имала тренинг за праћење имала је значајно бољи успјех од оних који нијесу имали. Они су били значајно успјешнији у сложенијим проблемима, успјели су брже и свеукупно да користе ефикасније стратегије. Ово Томас (Ibid) гледа као самоусмјерено учење, неопходно праћење поступака за развој практичног рада, вјештина учења и одговорност за учење међу вршњацима.

Бангет-Дровнс са сарадницима (према Black and Wiliam, 1998) метаанализом 40 релевантних студија показују да се способности ученика побољшавају честим тестирањем, као и да су неколико кратких тестова ефикаснији од дужих.

Дејвис (према Black and Wiliam, 1998) описује праксу једне наставнице математике у средњој школи, о начину на који је реаговала на ученичке одговоре у односу на постављена питања. У почетку су реакције биле усредсређене на усклађеност одговора ученика у складу с очекивањима наставника. Након неколико мјесеци рада са истраживачима, реакција наставника све већи акценат ставља на „тражењу информација“ за разлику од „тражења одговора“. Током двогодишњег периода, дошло је до помака у пракси наставника, од представљање јасних структура лекција и унапријед одређених исхода учења ка истраживању потенцијално богатих математичких ситуација у којима је наставник коучесник. Најзначајније је да наставник у овој фази има сопствени поглед на предмет, материју која се учи, као и да се развија и мијења заједно са ученицима (Ibid).

Као што видимо, унутар математичких истраживања аутори потврђују позитиван утицај постављањ проблема (моделирање) на учење ученика. Промовише се математичко моделирање и за њега постоји пуно разлога за ширу примјену у настави

математике. Међутим, наставници наилазе на потешкоће у примјени проблемских задатака, јер пружају више од једног решења и сматрају се тешким за процјену. Дакле, ако постављање проблема желимо да буде дио наставе, он мора да буде оцијењен, јер како Нис (према Reit, 2017) истиче, оно што оцијенимо је оно што смо добили, што такође говори у прилог одредби за моделирање активности оцјењивања. моделирања поступака оцјењивања

Важност процјене постигнућа ученика за развој њихових сазнања, откривају Блек и Вилијам и велику пажњу поклањају професионалном унапређењу праксе оцјењивања (Black and Wiliam, 1998). Пружање стручних знања наставницима у оцјењивању ученика помаже им да добију више информација о разумијевању и вјештинама њихових ученика. На основу ових сазнања наставници могу прилагодити њихово подучавање потребама ученика, што би заузврат требало да доведе до побољшања постигнућа ученика.

3. Циљ и задаци истраживања

Евалуација ученичких постигнућа у настави математике базира се на наставном програму, а односи се на мјерење остварености постављених циљева, задатака, исхода учења и математичких компетенција (Milinković i Pikula, 2015). Пошто су наставни садржаји почетне наставе математике у највећој мјери конципирани у виду математичких задатака, стога је, када говоримо о вредновању математичког знања ученика, за потребе нашег истраживања неопходно, приликом дизајнирања задатака, прво прецизно дефинисати индикаторе евалуације − образовне исходе и нивое когнитивних процеса. Описани индикатори математичких знања заједно са начинима приказивања ученичких рješења служе нам за састављање шеме праћења и вредновања постигнућа ученика.

Овим истраживањем желимо сагледати стање и тешкоће постављања проблема у петом разреду основне школе у односу на дубље и шире вредновање математичких знања усмјерено на даљи развој ученика, као и за унапређење квалитета организације и реализације оваквог начина рада.

Такође, овај рад може бити полазна тачка за промјену праксе у погледу усклађивања инструкција наставника у постављању проблема са поступцима

вредновања ученичких постигнућа. Залажемо се за широк спектар комплементарних приступа постављања проблема и поступака оцјењивања остварених резултата ученика који ће заједно формирати свеобухватно истраживање.

Аналитички оквир наведених приступа постављања и вредновања проблема уводимо на примјерима утврђивања аритметичких и једним дијелом алгебарских садржаја, како бисмо окарактерисали праксу наставника математике у петом разреду основне школе. Дакле, на темељима проблемских задатака проучавамо процјену математичких знања ученика, кроз једну од њених посебних функција усмјерену на учење.

Основни циљ експерименталног истраживања је: Утврђивање ефикасности различитих начина постављања проблема (аритметичких и једним дијелом алгебарских садржаја) наставника за дизајнирање поступака, афективног и когнитивног, вредновања математичких знања ученика у петом разреду црногорског образовног система.

Да би се овако постављени циљ истраживања реализовао утврдили смо следеће истраживачке задатке:

1. Испитати да ли постоје статистички значајне разлике у нивоу математичких знања ученика, из аритметичких и једним дијелом алгебарских садржаја, за које је наставник постављао задатке, а затим вредновао њихова постигнућа, на уобичајени начин и ученика који су у исте садржаје увјежбавали примјеном постављања проблема истраживача, које је оцијенио аутентичним поступцима оцјењивања;

2. Утврдити да ли постоје статистички значајне разлике у развоју способности ученика за решавање проблемских задатака из аритметичких и једним дијелом алгебарских садржаја, за које је наставник постављао задатке, а затим оцијенио постигнућа ученика, на уобичајени начин и ученика који су у исте садржаје увјежбавали примјеном постављања проблема истраживача, које је оцијенио аутентичним поступцима оцјењивања;

3. Испитати да ли постоје статистички значајне разлике у самосталном постављању проблема ученика, из аритметичких и једним дијелом алгебарских садржаја, за које је наставник постављао задатке, а затим вредновао постигнућа ученика, на уобичајени начин и ученика који су у исте садржаје увјежбавали примјеном

постављања проблема истраживача, које је оцијенио аутентичним поступцима оцјењивања;

4. Установити да ли ниво мишљења, ставови и увјерења ученика о комплементарној настави математике постављања и начина вредновања проблема, из аритметичких и једним дијелом алгебарских садржаја, позитивно утиче на математичка постигнућа ученика.

4. Хипотезе

Поставили смо следећу општу хипотезу: Различите стратегије постављања проблема, из аритметичких и једним дијелом алгебарских садржаја, усклађене са аутентичним поступцима његовог вредновања дају потпунији преглед математичких постигнућа ученика и подстичу даљи развој математичких знања у петом разреду основне школе.

У оквиру ове опште хипотезе, а на основу задатака, поставили смо следеће посебне хипотезе:

1. Очекује се да постоје статистички значајне разлике у погледу нивоа математичких знања ученика, из аритметичких и једним дијелом алгебарских садржаја, контролне и експерименталне групе;

2. Очекује се да постоје статистички значајне разлике у погледу развоја способности ученика за решавање проблема, из аритметичких и једним дијелом алгебарских садржаја, за које је наставник постављао задатке, а затим оцијенио постигнућа ученика, на уобичајени начин и ученика који су у исте садржаје увјежбавали примјеном постављања проблема истраживача, које је оцијенио аутентичним поступцима оцјењивања;

3. Претпостављамо да постоје статистички значајне разлике у самосталном постављању проблема ученика, из аритметичких и једним дијелом алгебарских садржаја, за које је наставник постављао задатке, а затим оцијенио постигнућа ученика, на уобичајени начин и ученика који су у исте садржаје увјежбавали примјеном постављања проблема истраживача, које је оцијенио аутентичним поступцима оцјењивања;

4. Очекујемо да ниво мишљења, ставови и увјерења ученика о комплементарној настави математике, постављања и начина вредновања проблема, из аритметичких и једним дијелом алгебарских садржаја, позитивно утиче на математичка постигнућа ученика.

5. Узорак истраживања

У току истраживања имаћемо узорак ученика који ће непосредно учествовати у експерименталном дијелу истраживања, узорак учитеља и узорак проблемских задатака из математике, који ће у одјељењима ученика експерименталне групе реализовати учитељ−истраживач у складу са аутентичним поступцима праћења и вредновања математичких постигнућа.

Када су у питању ученици који ће бити обухваћени истраживањем ријеч је о циљаном репрезентативном узорку, односно ученицима из три одјељења петог разреда основне школа „Милија Никчевић“ у Никшићу. Ученици једног одјељења представљаће контролну, а друга два експерименталну групу.

Опредијелили смо се за ученике петог разреда јер су ученици петог разреда самосталнији у раду од ученика претходна четири разреда. Способни су да сарађују унутар група, да мање или више самостално расподеле задужења и да прихвате одговорности. Развијеније су им и комуникативне вјештине, способности увиђања, упоређивања, извођења закључака и извјештавања о постигнутим резултатима.

С друге стране, разлог због кога смо се опредијелили да истраживање спроведемо у петом разреду јесу наставни садржаји. Да би се ефекти оцјењивања проблема усмјерили на учење и да би развој математичких знања био „видљив“, неопходно је да са ученицима дужи временски период (бар два мјесеца) интензивно примјењујемо такав начин рада. Када су у питању математички садржаји који су реализовани у експерименталној групи примјеном постављања проблема, ријеч је о намјерном узорку – наставној теми *Својства скупа природних бројева N и N_0 у решавању различитих аритметичких задатака и задатака из свакодневног живота*, која обухвата следеће наставне јединице:

1. Сабирање и одузимање у скупу N и N_0;

2. Зависност збира од промјене сабирака;
3. Зависност разлике од промјене умањеника и умањиоца;
4. Множење и дијељење у скупу N и N_0;
5. Зависност производа од промјене чинилаца;
6. Зависност количника од промјене дјељеника и дјелиоца.

Из многих истраживања постоје докази да вјеровања ученика у њихове властите могућности утиче на њихова постигнућа. На основу ових сазнања, наставници имају бољу слику о даљем прилагођавању наставе, укључујући и процјену. Стога, ученици петог разреда наведене школе чиниће намјерни узорак на коме ћемо испитати њихова мишљења, ставове и увјерења о утицају комплементарне наставе математике постављања и начина вредновања проблема, из аритметичких и једним дијелом алгебарских садржаја, на математичка постигнућа.

6. Варијабле у истраживању

Варијабла (промјенљива) је карактеристика (својство, обиљежје неке појаве) која се мијења (варира), па отуда назив промјенљива или варијабла. Појава која не варира јесте инваријантна или непромјенљива (Banđur i Potkonjak, 1999). У експерименталним истраживањима говоримо о независној и зависној варијабли.

Независну варијаблу, која се намјерно уводе и чији се ефекти утврђују, у нашем истраживању представљаће различите стратегије наставника у постављању проблема, као и његови аутентични поступци вредновања проблемских задатака, из аритметичких и једним дијелом алгебарских садржаја. То је експериментални програм који обухвата различите начине постављања проблема и вредновања математичких постигнућа ученика решавањем проблема на часовима утврђивања наставних садржаја о скупу природних бројева N и N_0 у 5. разреду основне школе.

Зависну варијаблу представљаће нивои математичких постигнућа ученика, изражени у резултатима на финалном тесту знања, према квалитету знања ученика по Блумовој таксономији (препознавање, репродукција, примјена), који настају под утицајем експерименталног фактора (различите стратегије постављања проблема и усклађени аутентични поступци вредновања).

Контролне варијабле: оцјена из математике на крају 4. разреда.

7. Метода, техника и инструмент истраживања

Наше истраживање биће засновано на методи теоријске анализе, методи моделовања и експерименталној методи. *Методу теоријске анализе* примијенићемо при тумачењу и анализи научне и стручне литературе, наставног програма математике у петом разреду, уџбеника и приручника за учитеље, оперативних планова рада учитеља, затим приликом прикупљања података о оцјенама ученика из математике у претходном разреду, као и у прикупљању, обради и интерпретацији добијених резултата истраживања.

Методу моделовања примијенићемо приликом израде припрема по којима ће се одвијати наставни процес у експерименталним одјељењима. За потребе истраживања методом моделовања сачинићемо припреме (моделе) организације и реализације часова утврђивања градива у оквиру наставне теме *Својства скупа природних бројева N и N_0 у решавању различитих аритметичких задатака и задатака из свакодневног живота.*

Експерименталну методу (експеримент са паралелним групама) примијенићемо приликом уношења експерименталног фактора у редовни наставни процес, различите стратегије постављања проблема усклађене са аутентичним поступцима вредновања, како бисмо утврдили њихову ефикасност на ниво математичких знања у поређењу са уобичајеним начинима постављања задатака и њиховог оцјењивања. Постојаће двије групе ученика – контролна, у којој наставник поставља и вреднује задатке на уобичајени начин и експериментална, у којој се проблеми и процјена математичких постигнућа врши на основу модела сачињеног за потребе истраживања.

Од *техника* истраживања користићемо анкетирање, тестирање и интервјуисање. Тестирање ћемо обавити:

1. прије почетка експерименталног дијела истраживања (иницијално тестирање) како бисмо стекли увид у предзнања ученика о решавању различитих аритметичких и једним дијелом алгебарских задатака и задатака из свакодневног живота и извршили уједначавање група;

2. након обраде садржаја о решавању различитих аритметичких и једним дијелом алгебарских задатака из свакодневног живота. (финално тестирање).

Технику анктерирања применићемо ради прикупљања података о мишљењу ученика о математичким задацима и оцјењивању. Да би добили јаснији увид у когнитивне и афективне аспекте ученичких одговора примијенићемо технику интервјуисања (додавањем питања, како би сазнали колико ученици разумију понуђени концепт на једноставан и поуздан начин). Анализу засновамо на видео снимцима дискусија у учионици уз помоћ написаних биљешки посматрача.

За потребе истраживања сачинићемо и *инструменте*:

1. иницијални тест за тестирање предзнања о решавању различитих аритметичких и једним дијелом алгебарских задатака из свакодневног живота;
2. финални тест за испитивање квалитета усвојених знања у оквиру наставне теме *Својства скупа природних бројева N и N_0 у решавању различитих аритметичких задатака и задатака из свакодневног живота*;
3. анкетни упитник за ученике ради испитивања њихов мишљења, ставова и увјерења о утицају комплементарне наставе математике постављања и начина вредновања проблема на математичка постигнућа ученика.
4. слободни интервју (оквир, скица за разговор) за образложење ученичких когнитивних и афективних одговора.

Истраживање ће се реализовати у оквиру два периода, први период од 11.11.2019. до 22.12. 2019. и од 27.1.2020. до 23.3.2020. и то кроз следеће фазе:

1. Припремна фаза (11.11.2019. до 30.11.2019.) која обухвата: (1) одабир узорка истраживања, (2) анализа наставног плана и програма математике петог разреда основне школе за постављање различитих начина проблемских задатака, који су намијењени за утврђивање аритметичких и једним дијелом алгебарских садржаја и (3) осмишљавање различитих начина праћења и вредновања математичких постигнућа ученика.

2. Експериментална фаза:

1.дио (2.12. до 23.12.2019.) истраживања односи се на постављање различитих начина проблемских задатака (2 до 3 пута недељно) са аутентичним техникама праћења и оцјењивања математичких постигнућа ученика.

2.дио (27.1.2020 до 23.3.2020.) истраживања надовезује се на 1.дио, због поузданијег праћења и утврђивања ефикасности моделираног приступа постављања проблема за вредновање математичких постигнућа ученика 5.разреда основне школе.

Дакле, експериментална фаза спроводи се током 11 седмица.

3. Завршна фаза (24.3.2020. до 14.4.2020.) истраживања обухвата статистичку обраду, анализу и интерпретацију добијених резултата, на основу којих доносимо закључке о постигнућима ученика експерименталне и контролне групе. На основу датих података истраживања и проучених стручне и научне литературе наведеног домена истраживња дајемо коначни приказ наше студије (у периоду од 20.4. 2020. до 20.5.2020.)

ЛИТЕРАТУРА

1. Andersson, C. (2017). Formative assessment - and the component of adjusted teacher instruction. In: Dooley, T. and Gueudet, G. (Eds.): *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education; CERME10* (3419-3426), February 1-5, 2017, Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.
2. Balan, A. (2012). *Assessment for learning, A case study in mathematics education* (doctoral dissertation in education). Malmö: Malmö University.
3. Banđur, V. i Potkonjak, N. (1999). *Metodologija pedagogije.* Beograd: Savez pedagoških društava Jugoslavije.
4. Black, P. and Wiliam, D. (1998). Assessment and Classroom Learning. *Assessment in Education: Principles, Policy and Practise,* 5 (1),7-74.
5. Bonotto, C. and Santo D.L. (2015). On the Relationship Between Problem Posing, Problem Solving, and Creativity in the Primary School. In: Singer, M. F., Ellerton, F. N. and Cai, J. (Eds.), *Mathematical Problem Posing (From Research to Effective Practice)* (103-125). New York: Springer Reference. DOI 10.1007/978-1-4614-6258-3.
6. Chanudet, M. (2017). Teachers' formative assessment practices: The case of an IBME-centered course. In: Dooley, T. and Gueudet, G. (Eds.): *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education; CERME10* (3436-3444), February 1-5, 2017, Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.
7. Crespo, S. (2015). A Collection of Problem-Posing Experiences for Prospective Mathematics Teachers that Make a Difference. In: Singer, M. F., Ellerton, F. N. and Cai, J. (Eds.), *Mathematical Problem Posing (From Research to Effective Practice)* (493-512). New York: Springer Reference. DOI 10.1007/978-1-4614-6258-3.
8. Cusi, A., Morselli, F. and Sabena, C. (2017). Designing and analysing the role of digital resources in supporting formative assessment processes in the classroom: The helping worksheets. In: Dooley, T. and Gueudet, G. (Eds.): *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education; CERME10* (3452-3460), February 1-5, 2017, Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.

9. Davies, B. (2017). A case for a new approach to establishing the validity of comparative judgement as an assessment tool for mathematics. In: Dooley, T. and Gueudet, G. (Eds.): *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education; CERME10* (3476-3484), February 1-5, 2017, Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.
10. Đorđević, J. (1986). *Inovacije u nastavi*. Beograd: PROSVETA.
11. Ellerton, F. N., Singer, F. M.and Cai, J. (2015). Problem Posing in Mathematics: Reflecting on the Past, Energizing the Present, and Foreshadowing the Future. In: Singer, M. F., Ellerton, F. N. and Cai, J. (Eds.), *Mathematical Problem Posing (From Research to Effective Practice)* (548-556). New York: Springer Reference. DOI 10.1007/978-1-4614-6258-3.
12. Grapin, N. and Sayac, N. (2017). Using external assessments for improving assessment practice of primary school teachers: A first study and some methodological questions. In: Dooley, T. and Gueudet, G. (Eds.): *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education; CERME10* (3508-3516), February 1-5, 2017, Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.
13. Gurhy, A.M. (2017). Using assessment for learning to enhance mathematics education in the primary school: Irish students' perspectives. In: Dooley, T. and Gueudet, G. (Eds.): *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education; CERME10* (3516-3524), February 1-5, 2017, Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.
14. Hansen, R. and Hana, M.G.(2015). Problem Posing from a Modelling Perspective. In: Singer, M. F., Ellerton, F. N. and Cai, J. (Eds.), *Mathematical Problem Posing (From Research to Effective Practice)* (35-47). New York: Springer Reference.DOI 10.1007/978-1-4614-6258-3.
15. Henningsen, M. and Stein, M.K. (1997). Mathematical Tasks and Student Cognition: Classroom-Based Factors That Support and Inhibit High-Level Mathematical Thinking and Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*. 28 (5), 524-549.
16. Kwek, M. L. (2015). Using Problem Posing as a Formative Assessment Tool. In: Singer, M. F., Ellerton, F. N. and Cai, J. (Eds.), *Mathematical Problem Posing (From Research to Effective Practice)* (273-293). New York: Springer Reference.DOI 10.1007/978-1-4614-6258-3.

17. Lin, P.J. and Tsai, W.H. (2013). A Task Design for Conjecturing in Primary Classroom Contexts. In: Margolinas, C. (Ed.), *Proceedings of ICMI Study 22 Task Design in Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 251-261). Oxford, UK.
18. Lithner, J. et al. (2013). Designing tasks that enhance mathematics learning through creative reasoning. In: Margolinas, C. (Ed.), *Proceedings of ICMI Study 22 Task Design in Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 223-233). Oxford, UK.
19. Matsko, J.V. and Thomas, J. (2015). Beyond Routine: Fostering Creativity in Mathematics Classrooms. In: Singer, M. F., Ellerton, F. N. and Cai, J. (Eds.), *Mathematical Problem Posing (From Research to Effective Practice)* (125-141). New -ork: Springer Reference. DOI 10.1007/978-1-4614-6258-3.
20. Mihajlović, A. (2014). *Postavljanje problema u početnoj nastavi matematike.* Preuzeto 14.9.2019. sa Web-sajta: https://www.researchgate.net/publication/331210455.
21. Milinković, J. (2013). Autentične tehnike praćenja napretka učenika u procesu nastave matematike. U: Nikolić, R. (ur.). *Nastava i učenje−kvalitet vaspitno obrazovnog procesa* (513-522). Međunarodni naučni skup *Nastava i učenje,* 13.11.2013. Užice: Učiteljski fakultet.
22. Milinković, J. (2015a). Postavljanje problema – nova oblast u metodici nastave matematike. U: Milinković, J. i Trebješanin, B. (ur.). *Implementacija inovacija u obrazovanju i vaspitanju – izazovi i dileme* (561-571). Beograd: Učiteljski fakultet.
23. Milinković, J. (2015b). Conceptualizing Problem Posing via Transformation. In: Singer, M. F., Ellerton, F. N. and Cai, J. (Eds.), *Mathematical Problem Posing (From Research to Effective Practice)* (47-71). New York: Springer Reference. DOI 10.1007/978-1-4614-6258-3.
24. Milinković, D. i Pikula, M. (2015). Matematički zadaci u kontekstu evaluacije učeničkih postignuća u razrednoj nastavi. U: Marinković, S. i Stamatović, J. (ur.). *Nastava i učenje – evaluacija vaspitno-obrazovnog rada* (373-386). Užice: Učiteljski fakultet.
25. Osana,P. H. and Pelczer, I.(2015). A Review on Problem Posing in Teacher Education. In: Singer, M. F., Ellerton, F. N. and Cai, J. (Eds.), *Mathematical Problem Posing (From esearch to Effective Practice)* (469-493). New York: Springer Reference. DOI 10.1007/978-1-4614-6258-3.
26. Palhares, P., Vieira, L. and Gimenez, J. (2013). Order of tasks in sequences of early algebra. In: Margolinas, C. (Ed.), *Proceedings of ICMI Study 22 Task Design in Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 243-251). Oxford, UK.

27. Pešikan, A. (2015). Školski zadaci za efikasno učenje. U: Marinković, S. i Stamatović, J. (ur.). *Nastava i učenje – evaluacija vaspitno-obrazovnog rada* (13-28). Užice: Učiteljski fakultet.
28. Pilet, J. and Horoks, J. (2017). Assessment in mathematics as a lever to promote students' learning and teachers' professional development. In: Dooley, T. and Gueudet, G. (Eds.): *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education; CERME10* (3572-3579), February 1-5, 2017, Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.
29. Prabhu, V. and Czarnocha, B. (2015). Problem-Posing/Problem-Solving Dynamics in the Context of a Teaching-Research and Discovery Method. In: Singer, M. F., Ellerton, F. N. and Cai, J. (Eds.), *Mathematical Problem Posing (From Research to Effective Practice)* (355-373). New York: Springer Reference. DOI 10.1007/978-1-4614-6258-3.
30. Reit, X.-R. (2017). Towards an empirical validation of mathematics teachers' intuitive assessment practice exemplified by modelling tasks. In: Dooley, T. and Gueudet, G. (Eds.): *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education; CERME10* (3588-3596), February 1-5, 2017, Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.
31. Rosli, R., Capraro, M. M. and Capraro, M. R. (2014). The Effects of Problem Posing on Student Mathematical Learning: A Meta-Analysis. *International Education Studies*; Vol. 7, No. 13, 227-241.
32. Rosli, R. et al. (2015). Middle Grade Preservice Teachers' Mathematical Problem Solving and Problem Posing. In: Singer, M. F., Ellerton, F. N. and Cai, J. (Eds.), *Mathematical Problem Posing (From Research to Effective Practice)* (333-355). New York: Springer Reference. DOI 10.1007/978-1-4614-6258-3.
33. Silver, E. A., and Cai, J. (2005). Assessing students' mathematical problem posing. *Teaching Children Mathematics.* 12 (3), 129–135.
34. Singer, M. F. and Voica, C. (2015). Is Problem Posing a Tool for Identifying and Developing Mathematical Creativity? In: Singer, M. F., Ellerton, F. N. and Cai, J. (Eds.), *Mathematical Problem Posing (From Research to Effective Practice)* (140-175). New York: Springer Reference. DOI 10.1007/978-1-4614-6258-3.
35. Spasić, R. (2013). Ocenjivanje, u: Lorin W. Anderson (Ed.), *Nastava orijentisana na učenje,* (161-189), Beograd: Centar za demokratiju i pomirenje u jugoistočnoj Evropi.

36. Stoyanova, E. N. (1997). Extending and exploring students' problem solving via problem posing (doctoral dissertation). Retrieved May 27, 2019. from https://ro.ecu.edu.au/theses/885
37. Špijunović, K. i Maričić, S. (2015). Ocenjivanje u početnoj nastavi matematike usmereno na razvoj i napredovanje učenika. U: Marinković, S. i Stamatović, J. (ur.). *Nastava i učenje – evaluacija vaspitno-obrazovnog rada* (347-356). Užice: Učiteljski fakultet.
38. Teledahl, A. (2017). Mathematics teachers' assessment of accounts of problem solving. In: Dooley, T., and Gueudet, G. (Eds.): *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education; CERME10* (3596-3604), February 1-5, 2017, Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.
39. Trebješanin, B. (2012).*Teorijsko-metodološke orijentacije u proučavanju motivacije za učenje i njihove praktične implikacije* (Theoretical and metothodological tendencies in the study of learning motivation and their practical implications). Theoretical and practical dimensions of contemporary education. selected issues. Nowy Sacz: State higher vocational school &Belgrade: Faculty of teacher education.
40. Trebješanin, B. (2015). *Didaktičko-metodička podrška učenju i razvoju u udžbenicima za mlađi osnovnoškolski uzrast.* Uvodno izlaganje na skupu međunarodnog značaja održanog na Učiteljskom fakultetu u Beogradu.
41. Vulfolk, A., Hjuz, M. i Volkap, V.(2014). *Psihologija u obrazovanju II*. Prevela sa engleskog Marina Vicanović. Beograd: Clio.
42. Zhao, X., Heuvel-Panhuizen, M. and Veldhuis, M. (2017). Using classroom assessment techniques in Chinese primary schools: Effects on student achievement. In: Dooley, T., and Gueudet, G. (Eds.): *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education; CERME10* (3604-3612), February 1-5, 2017, Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.
43. Wiliam, D. (2011). What is assessment for learning? *Studies in Educational Evaluation.* 37 (1) , 3-14. DOI:10.1016/j.stueduc.2011.03.001.