УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ
Бр. 1431/3
11.03. 2022. год.
Београд, Студентски трг 16
тел. 20 27 801, факс: 26 30 151

**Универзитет у Београду**
**Математички факултет**

**Катедри за реалну и комплексну анализу**

**ПРЕДМЕТ: ПРИЈАВА ТЕМЕ ЗА ИЗРАДУ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ**

Молим Вас да ми одобрите израду докторске дисертације под насловом:

**„Оцене раста градијента за функције добијене репрезентацијама Пуасоновог типа".**

Тему предлажем у договору са ментором студија проф. др Миодрагом Матељевићем, редовним чланом САНУ.

У Београду, 10.3.2022.

Подносилац пријаве

Никола Мутавџић

Никола Мутавџић
(број индекса 2018/2021)

Одобрава Катедра за реалну и комплексну анализу

Комисија за оцену научне заснованости теме докторске дисертације

_____
др Миљан Кнежевић,
доцент, Математички факултет Универзитета у Београду

_____
проф. др Милош Арсеновић,
редовни професор, Математички факултет Универзитета у Београду

V. Božin
_____
др Владимир Божин,
доцент, Математички факултет Универзитет у Београду

_____
**др Божидар Јовановић,**
**научни саветник, Математички институт САНУ**

Marek Svetlik
_____
др Марек Светлик
доцент, Математички факултет у Београду

Катедра предлаже за потенцијалног ментора проф. др Миодрага Матељевића, редовног члана САНУ.

У Београду, 10.3.2021.

Шеф Катедре за реалну и комплексну анализу

доц. др Миљан Кнежевић

Универзитет у Београду – Математички факултет

Наставно – научном већу

Предлог теме за израду декторске дисертације кандидата Николе Мутавџића

1. Кратка биографија кандидата

Име и презиме: Никола Мутавџић

Датум и место рођења: 22.8.1988. Чачак

Образовање: Дипломирао је на Математичком фаултету (смер Теоријска математика и примене) 2. јула 2011. године. са просечном оценом 9,72. Мастер академске студије уписао је школске 2011/2012 године на студијском програму Математика на Математичком факултету у Београду. Мастер рад под насловом "Каратеодоријева теорема за конформна и квазиконформна пресликавања" одбранио је 21. Јануара 2013. са оценом код метора проф. др Миодрага Матељевића. Докторске студије на математичком факултету (смер Комплексна анализа) уписао је октобра 2013. године. На докторским студијама положио је следеће испите: Анализа 4, Хардијеви и Бергманови простори, Спекрална теорија, Нелинеарна функционална анализа, Комплексна анализа, Динамика система тела, Квазиконформна и хармонијска пресликавања и Специјални курс - Геометријска теорија функција 2 (све са оценом 10). Године 2021. поново је уписао докторске студије на Математичком факултету Универзитета у Београду, студијски програм Математика.

Радно искуство: Запослен на математичком факултету од октобра 2011. године до марта 2020. године, најпре као сарадник у настави, затим као асистент. До сада је држао вежбе из следећих предмета: Анализа 1А, Анализа 1Б, Анализа 2А, Анализа 2Б, Конплексне функције, Увод у финансијску математику, Комплексна анализа А, Комплексна анализа Б, Начела наставе математике. Од марта 2020. године запослен на Математичком институту САНУ, као истраживач приправник.

Учешће на научно-истраживачким пројектима: Пројекат Министарства за науку Републике Србије – ОН 174032 Анализа и алгебра са применама (2011 -2020).

2. Списак научних радова кандидата

Радови на рецензији

[MM1] M. Mateljević, N. Mutavdžić, Note on some classes of holomorphic functions related to Jack's and Schwarz's lemma, With referee at Applicable Analysis and Discrete Mathematics

[MM2] M. Mateljević, N. Mutavdžić, The Boundary Schwarz lemma for harmonic and pluriharmonic mappings and some generalisations, arXiv:2111.02384v4 [math.CV]

Саопштења на конференцијама

[MM2] M. Mateljević, N. Mutavdžić, The Boundary Schwarz lemma for harmonic and pluriharmonic mappings and some generalisations, XI Simpozijum - Matematika i primene u Beogradu 3. i 4. Decembar 2021. Godine

[NM] N. Mutavdžić, Isoperimteric inequality and related problems, XIX Geometrical Seminar, August 28 - September 4, 2016, Zlatibor, Serbia

3. Назив теме докторске дисертације

Предложени назив теме докторске дисертације јесте: „Оцене раста градијента за функције добијене репрезентацијама Пуасоновог типа".

4. Предмет и садржај докторске дисертације

Класична Шварцова лема је резултат комплексне анализе о холоморфним функцијама отвореног јединичног диска на себе. Иако је то један од најједноставнијих резултата који се односи на ригидност холоморфнх функција, Шварцова лема је генерализована у различитим правцима и постала је кључна тема у многим гранама истраживања математике већ стотину година уназад, па све до данас.

Предмет дисетације јесте проучавање уопштења Шварцове леме и Шварцове леме на граници у случају хармонијских пресликавања лопте из $\mathbb{R}^n$ у $\mathbb{R}^m$ као и плурихармониских пресликавања између лопти у Банаховим и Хилбертовим просторима. У дисертацији биће разматране одговарајуће оцене таквих пресликавања $f$ за дато $f(0)$ (при чему, за разлику од класичног случаја, не мора бити $f(0) = 0$). Такође, у дисертацији ће се разматрати различите оцене хармонијских функција у случају хиперболичке метрике, такозваним хипрболичким хармонијским функцијама, као и одређеним уопштењима хиперболичке метрике. Овакве функције ће имати репезентацију, која наликује Пуасоновој репрезенацији хармонијских функција у $\mathbb{R}^n$.

Предвиђено је да садржај дисертације буде систематски приказ релевантних резултата из области на коју се односи предмет дисертације. Посебно, биће истакнути резултати до којих је аутор дошао самостално или у сарадњи са коауторима.

Прецизније, у првом делу дисертације биће приказани најважнији класични и бројни савремени резултати у вези плурихармонијких пресликавања у n-димензионом комплексном простору, као и комплексних Хилбертових и Банахових простора. Посебна пажња биће посвећена систематском излагању резултата који се односе на оцене Шварц-Пиковог типа, као и верзије Шварцове леме на граници у овим случајевима.

Други део дисертације односиће се на Шварцову лему на граници за хармонијска пресликавања еуклидске лопте у случају унапред задате вредности у координатном почетку, која не мора бити једнака нули. Такође, разматраће се могућност формулације аналогног резултата, у случају хиперболичких хармонијских пресликавања. У овом делу дисертације биће приказани резултати до којих је аутор дошао самостално или у сарадњи са ментором.

Трећи део дисертације односиће се на оцене неких класа холоморфних пресликавања области у комплексној равни, повезаних са Шварцовом и Џековом лемом. Овај део дисертације се такође односи на резултате до којих је аутор дошао самостално или у сарадњи са коауторима.

На крају, део дисертације односиће се на оцене градијента функција, хармонијских у хиперболичкој лопти и полупростору као и других уопштења еуклидских хармонијских функција. У овом делу биће дат приказ резултата везаних за регуларност на граници поменутих функција, као и неки резултати Келоговог типа.

## 5. Научни циљ докторске дисертације

Научни циљ дисертације.јесте формулисање и доказивање Шварцове леме на граници за хармонијска и плурихармонијска пресликавања. Такође, циљ је да се прикажу методи испитивања раста градијента и регуларности неких уопштења еуклидских хармонијских функција, као и нови резултати до којих је аутор дошао самостално или у сарадњи са ментром.

## 6. Резултати од којих се полази

Свака плурихармонијска функција у комплексном Банаховом простору, дефинисана на просто повезаној области је реални део неке холоморфне функције. Такође, када се рестрикција плурихармонијске функције, на произвољну комплексну линијом компонује са реалним скаларним производом, на комплексном Хилбертовом простору, добија се реална хармонијска функција. На овај начин се проблем редукује на познати случај.

Студију Шварцове леме за реално вредносне хармонијске функције, дефинисане на јединичној кугли у $\mathbb{R}^n$ са кодоменом (-1,1) иницирали су Хавинсон, Бургет, Акслер и др. Генерализације Шварцове леме за функције неколико променљивих развијене су у раду Бургета, који су се заснивали на интеграцији Пуасонових језгара преко тзв. капе, користећи сферне координате (овај метод називамо Бургетовом методом сферне капе). У дисетрацији су корисшћене неке формуле из овог рада.

Део литературе везане за истраживања

[1] S. Axler, P. Bourdon, and W. Ramey, Harmonic Function Theory, Springer Verlag, New York, 1992.

[2] V. Božin and M. Mateljević, Bounds for Jacobian of Harmonic Injective Mappings in n-Dimensional Space, Filomat 29, No. 9 (2015), pp. 2119-2124

[3] B. Burgeth, A Schwarz lemma for harmonic and hyperbolic-harmonic functions in higher dimensions, Manuscripta Math. 77 (1992), 289–291.

[4] S. Chen and H. Hamada, Some sharp Schwarz-Pick type estimates and their applications of harmonic and pluriharmonic functions, J. Funct. Anal. (to appear).

[5] D. Gilbarg and N. S. Trudinger, Elliptic Partial Differential Equations of Second Order, 2nd edn., Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York Tokyo, 1993.

[6] D. Kalaj, Heinz-Schwarz inequalities for harmonic mappings in the unit ball, Ann. Acad. Sci. Fenn. Math. 41 (2016), 457–464.

[7] D. Kalaj and M. Vourinen, On harmonic functions and the Schwarz lemma, Proc. Amer. Math. Soc. 140 (2012), no. 1, 161–165.

[8] A. Khalfallah, M. Mateljević, and M. Mhamdi, Some properties of mappings admitting general Poisson representations, accepted in Med. J. Math (Mediterranean Journal of Mathematics) (published on October 2021.)

[9] M. Knežević, M. Mateljević, On the quasi-isometries of harmonic quasiconformal mappings, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Volume 334, Issue 1, 2007, Pages 404-413, ISSN 0022-247X,

[10] H. Li and M. Mateljević, Boundary Schwarz lemma for harmonic and pluriharmonic mappings in the unit ball, accepted in Journal of Mathematical Inequalities (November 1, 2021).

[11] H. Leutwiler, Best constant in the harnack inequality for the Weinstein equation, Aequationes Mathematicae 34 (1987), 304–315.

[12] M. Mateljević, The Ahlfors-Schwarz lemma, curvature, distance and distortion, Bul-

letin T.CLIII de l'Acad´ emie serbe des sciences et des arts -2020 Classe des Sciences

math´ ematiques et naturelles Sciences math´ ematiques, No 45, 67-119,2021

[13] M. Mateljević, Rigidity of holomorphic mappings, Schwarz and Jack lemma, DOI:

10.13140/RG.2.2.34140.90249

## 7. Методе које се користе у истраживању

У истраживању ће се пре свега користити све расположиве методе комплексне анализе, геометријске теорије функција и парцијалних једначина. Прецизније, биће коришћене карактеризације и репрезентације хармонијских и уопштења хармонијских функција као и принципи максимума и субординације. Посебно, биће коришћена својства хиперболичке метрике дефинисане на лопти и полупростору у $\mathbb{R}^n$.

8. Закључак и предлог

Предложена тема се налази у области истраживања значајних за комплексну анализу, геометријску теорију функција и парцијалне једначине. Веома је савремена и очекује се да ће добијени резултати дати допринос у тим областима. Катедра за реалну и комплексну анализу даје позитивно мишљење о подобности предложене теме и кандидата и предлаже Наставно-научном већу Математичког факултета Универзитета у Београду да Николи Мутавџићу одобри израду докторске дисертације под називом **„Оцене раста градијента за функције добијене репрезентацијама Пуасоновог типа"**. Катедра предлаже да чланови КОмисије за оцену научне заснованости теме докторске дисертације буду:

_____

др Миљан Кнежевић,

доцент, Математички факултет Универзитета у Београду

_____

проф. др Милош Арсеновић,

редовни професор, Математички факултет Универзитета у Београду

_____

др Божидар Јовановић,

научни саветник, Математички институт САНУ

_____

др Владимир Божин

доцент, Математички факултет Универзитет у Београду

_____

др Марек Светлик

доцент, Математички факултет у Београду

У Београду, 10.3.2021.

Шеф Катедре за реалну
и комплексну анализу

доц. др Миљан Кнежевић

Образац 2.

# ПРИЈАВА
# ТЕМЕ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

1. **Име (име родитеља) и презиме** Никола (Милован) Мутавџић

2. **Студијски програм** Математика

3. **Школска година уписа на студијски програм** 2021/22

4. **Број индекса** 2018/2021

5. **Претходно образовање кандидата (основне и мастер студије):** дипломирани математичар, смер теоријска математика и примене, Математички факултет, Универзитет у Београду

6. **Радни наслов теме докторске дисертације** Оцене раста градијента за функције добијене репрезентацијама Пуасоновог типа

7. **Научне области које обухвата тема докторске дисертације** Математика

8. **Контакти (телефон, мобилни телефон, e-mail):** 0648650110 nikolam@matf.bg.ac.rs

Прилози:

- Образложење теме (научна област из које је тема, предмет научног истраживања, основне хипотезе, циљ истраживања и очекиване резултате, методе истраживања и списак стручне литературе која ће се користити)
- Биографија кандидата
- Библиографија кандидата
- Изјава да предложену тему кандидат није пријављивао на другој високошколској установи у земљи или иностранству
- Мишљење одговарајућих етичких комитета о етичким аспектима истраживања, уколико је предвиђено посебним прописима.

**Подносилац пријаве**

Н. Мутавџић

ИЗЈАВА

Изјављујем под материјалном и кривичном одговорношћу да тему докторске дисертације **„Оцене раста градијента за функције добијене репрезентацијама Пуасоновог типа"** нисам пријавио ни на једном факултету, као ни на било ком другом универзитету у Републици Србији и иностранству.

У Београду, 7.3.2022.

Никола Мутавџић