Наставно-научном већу
Учитељског факултета Универзитета у Београду

Предмет: ***Извештај комисије о оцени научне заснованости теме докторске дисертације и испуњености услова кандидата и предложеног ментора за израду докторске дисертације***

На предлог Наставно-научног већа Учитељског факултета у Београду 09. 02. 2022. године именовани смо за чланове Комисије за подношење извештаја за оцену научне заснованости теме докторске дисертације и испуњености услова кандидата Иване Веселиновић и предложеног ментора др Маријане Зељић за израду докторске дисертације под насловом *Стратегије множења у функцији развоја мултипликативног мишљења*. На основу увида у поднету документацију Комисија у следећем саставу подноси

И З В Е Ш Т А Ј

I Подаци о комисији
1. Проф. др Оливера Ђокић, ванредни професор, ужа научна област *Методика наставе математике*, Учитељски факултет, Универзитет у Београду, *председник*; 2. Проф. др Јасмина Милинковић, ванредни професор, ужа научна област *Методика наставе математике*, Учитељски факултет, Универзитет у Београду, члан; 3. Проф. др Александра Михајловић, ванредни професор, ужа научна област *Методика наставе математике*, Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу, Јагодина, члан; 4. Др Милана Дабић Боричић, доцент, ужа научна област *Методика наставе математике*, Учитељски факултет, Универзитет у Београду, члан.
II Биографија кандидата
Ивана Веселиновић је рођена 25. 09. 1994. године у Београду. Основну и Средњу економску школу „Нада Димић“ завршила је у Београду. Основне студије на Учитељском факултету у Београду, смер за образовање учитеља, уписала је академске 2013/2014. године и завршила их 2017. године са просечном оценом 9,60 (девет и 60/100). Након тога,

академске 2017/2018. године, уписала је мастер студије на истом факултету, које је завршила 2018. године са просечном оценом 9,67 (девет и 67/100) одбранивши мастер рад на тему *Начини разумевања разломака од стране ученика четвртог разреда* под менторством проф. др Маријане Зељић. Докторске студије на Учитељском факултету у Београду уписује академске 2018/2019. године. У редовном року положила је све испите предвиђене планом докторских студија са средњом оценом 9,63 (девет и 63/100).

Тренутно је запослена у Основној школи „Бранко Радичевић“ у Новом Београду.

III Библиографија кандидата

Ивана Веселиновић је објавила три самостална рада и један коауторски рад:

1. Веселиновић, И. (2018). Начини разумевања разломака у почетној настави математике. *Методичка теорија и пракса, 18*(1), 31–44.
2. **Веселиновић, И.**, Бркић, М. (2019). Математичке активности у функцији развоја почетних геометријских појмова. *Методичка теорија и пракса, 19*(1), 21–30.
3. Веселиновић, И. (2019). Утицај различитих наставних стратегија и контекста учења на развој математичке даровитости деце нижег школског узраста. У Г. Гојков и А. Стојановић (ур.), *Достигнућа и перспективе у образовању даровитих* (352–369). Вршац: Висока школа струковних студија за васпитаче „Михаило Палов“.
4. Веселиновић, И. (2020). Разумевање разломака ученика четвртог разреда основне школе. *Норма, 25*(2), 217–239.

У радовима под бројевима 1 и 4 кандидаткиња разматра различите наставне присупе о разломцима ослањајући се на релевантну литературу. Теоријски ставови већег броја аутора су успешно протумачени и синтетизовани, тако да кандидаткиња с успехом излаже поступке и процесе у настави који воде изграђивању конхерентног система знања ученика о рационалним бројевима и које посматра као основу у даљем поступку учења и стицања знања. Радови су експерименталног карактера и нису усмерени само на елаборацију грешака од стране ученика, већ су знања ученика пажљиво анализирана, а потом су сугерисане бројне импликације које воде унапређивању наставе.

Рад под бројем 2 посвећен је разматрању нивоа и начина разумевања геометријских појмова од стране деце предшколског и школског узраста, као и врсте активности које су

усмерене на развој почетних геометријских појмова.

Предмет рада под бројем 3 јесте проучавање различитих наставних стратегија и контекста учења који подижу ниво самосталности у раду и утичу на развој математичке даровитости код деце млађег школског узраста.

Кандидаткиња је била учесник на два међународна научна скупа:

- *Савремени приступи у професионалном развоју и раду васпитача и учитеља* (2018, Учитељски факултет у Београду);
- *Достигнућа и перспективе у образовању даровитих* (2018, Висока школа струковних студија за васпитаче „Михаило Палов“).

IV Оцена о подобности кандидата за рад на дисертацији

На основу увида у биографију и библиографију кандидата Комисија сматра да Ивана Веселиновић испуњава све услове да приступи изради докторске дисертације.

V Оцена о подобности предложеног ментора

За ментора је предложена др Маријана Зељић, редовни професор на предмету *Методика наставе математике* на Учитељском факултету Универзитета у Београду.

Наводимо библиографију ментора са најмање 5 јединица релевантних за област из које се ради докторска дисертација:

1. **Zeljić, M.**, Dabić Boričić, M., & Maričić, S. (2021). Problem Solving in Realistic, Arithmetic/algebraic and Geometric Context. *Education and science*, *46*(208), 413–430. http://dx.doi.org/10.15390/EB.2021.8887
2. **Zeljić, M.**, Dabić Boričić, M., & Đokić, O. (2019). Multiplication strategies: progressive development and (or) systematic teaching. In J. Novotná, H. Moraová (Eds.), *Opportunities in Learning and Teaching Elementary Mathematics* (418–427). International Symposium Elementary Mathematics Teaching. Prague: Charles University, Faculty of Education.
3. **Зељић, М.,** Дабић Боричић, М. (2020). Уџбеник у функцији развоја мултипликативног мишљења. У Опачић, З. и Зељић, Г. (ур.). *Програмске (ре)форме у образовању и васпитању – изазови и перспективе* (393–405). Београд: Учитељски факултет.
4. **Зељић, М.**, Илић, С., и Јелић, М. (2017). Ментална аритметика – стратегије одузимања. *Иновације у настави*, *30*(4), 49–61. https://doi.org/10.5937/inovacije1704049Z

5. **Zeljić, M.** (2015). Modelling the Relationships Between Quantities: Meaning in Literal Expressions. *Eurasia journal of mathematics science and technology education*, *11*(2), 431–442. https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1362a

6. **Зељић, М**., Дабић, М. (2014). Однос процедуралног и концептуалног знања ученика у процесу овладавања поступцима рачунања у почетној настави математике. *Настава и васпитање*, *63*(4), 653–668.

Комисија сматра да др Маријана Зељић испуњава све услове за ментора предложене докторске дисертације из области *Методике наставе математике*.

VI Оцена о подобности теме

1. *Формулација наслова теме*

Комисија закључује да назив теме **Стратегије множења у функцији развоја мултипликативног мишљења** на јасан и адекватан начин представља предмет и суштину истраживања.

2. *Предмет истраживања*

Предмет дисертације Иване Веслиновић јесте разматрање различитих приступа множењу једноцифреним бројем и њихов утицај на разумевање значења множења, односно развој мултипликативног мишљења и развој менталних стратегија множења (научене и интуитивне стратегије). Обухватају се различити аспекти мултипликативног мишљења, али и аспекти математичког моделовања и различитих репрезентација на којима се може развити мултипликативно мишљење.

Предмет истраживања докторске дисертације обухвата следеће теме: алгоритамски и креативни приступ настави математике; концептуално разумевање појма броја; ментална аритметика; карактеристике мултипликативног мишљења; значење операције множења; семантичка структура текстуалних задатака множења; менталне стратегије множења; флексибилност и адаптивност стратегија множења; значај, улога и врста репрезентација у обради множења једноцифреним бројем; значај и улога аритметичких правила за разумевање стратегија множења једноцифреним бројем.

Кандидаткиња Ивана Веселиновић је пројектом истраживања приказала проблематику

досадашњих истраживања у овом подручју. Проучила је и анализирала веома обимну литературу насталу током последњих деценија, а затим размотрила изложене теоријске ставове и истраживачке налазе са становишта своје теме.

У последњих неколико деценија пажња истраживачке заједнице усмерена је на уочавање проблема који се односе на разумевање значења операција и стратегија рачунања, као и проналажење начина решавања уочених проблема (Pesek, Kirshner, 2000; Hiebert, 2003; Anghileri, 2000). Све значајније место у настави математике заузима ментално рачунање, које подстиче развој вештина решавања проблема, развија способност процене и доприноси концептуалном разумевању броја. Главне карактеристике менталног рачунања су: рачунање са бројевима а не цифрама, постојање више могућих поступака рачунања и мање ослањање на писане записе (Linsen et al., 2015). У литератури се издвајају следеће теме, а које се односе на стратегије рачунања: стандардни алгоритам, подстицање развоја менталних интуитивних стратегија и менталне стратегије које су резултат подучавања (Kamii, 1994; Mulligan, Mitchelmore, 1997; Sherin, Fuson 2005; Downton, Sullivan, 2017). Употреба различитих стратегија у извођењу аритметичких операција темељи се на карактеристикама задатака и бројева у задатку и интуитивној примени аритемтичких правила. Флексибилност и адаптивност се често посматрају као синоними, те их већина аутора на тај начин и дефинише. Флексибилност и адаптивност се могу дефинисати као познавање и разумевање различитих стратегија, при чему се бирају оне најприкладније за дати проблем (Rittle-Johnson et al., 2012; Star, Newton, 2009; Verschaffel et al. 2009; Rathgeb-Schnierer, Green, 2013; Verschaffel et al., 2009). Када је реч о извођењу рачунских операција, флексибилност се односи на анализирање стратегија, адекватан избор и разумевање коришћених стратегија рачунања уз акценат на оне које омогућавају брзо, тачно и ефикасно рачунање. Уопштено гледано, флексибилно и адаптивно коришћење стратегија подразумева свестан или несвестан избор и употребу најприкладнијих стратегија рачунања у зависности од типа и контекста задатка, као и појединца (Vetschaffel et al., 2009).

У бројним истраживањима документоване су тешкоће при учењу множења (Baroody, 2006; Downton, 2008 и др.). Прелазак са адитивног на мултипликативно мишљење важно је питање којим су се бавили многи истраживачи (Vergnaud, 1983; Clark, Kamii, 1996;

Bakkeretal, 2014 и др.). Адитивно мишљење подразумева разумевање бројева у контексту „део−део−целина“ и најчешће се везује за разумевање и извођење операција сабирања и одузимања без примене алгоритма (Fennema, Carpenter, 1992; Milola, Stephens, 2020), док мултипликативно мишљење обухвата флексибилно и ефикасно рачунање производа или количника бројева применом различитих стратегија множења и дељења, препознавање и представљање различитих мултипликативних ситуација (Siemon et al., 2005). Мултипликативно мишљење представља важан аспект у развоју математичких појмова и алгебарског мишљења (Brown, Quinn, 2006). Мултипликативно мишљење се дефинише као способност флексибилног рада са различитим појмовима, стратегијама и репрезентацијама које се односе на множење и дељење (Siemon et al., 2005), а односи се на могућности различитих менталних приступа математичким проблемима множења и дељења уз коришћење различитих метода и стратегија (Singh, 2012) и од кључног је значаја за разумевање месне вредности цифре, пропорционалног резоновања, односа мерљивих величина, мерења, разломака, функција, вероватних догађаја и уопште за развој алгебарског мишљења ученика (Mulligan, Watson, 1998; Siemon et al., 2006).

Множење једноцифрених бројева обухвата четири важне теме, а то су: репрезентације множења, семантичка структура задатка, менталне интуитивне стратегије, стандардни алгоритми и флексибилна и адаптивна примена стратегија које омогућавају ефикасно и тачно одређивање производа (Sherin, Fuson, 2005). Различити аутори на различите начине посматрају појам множења. Једна група аутора се залаже за разумевање множења као поновљеног сабирања, односно истичу да је инутитивни модел на који се ослања множење поновљено сабирање (Fishbein et al., 1985), што потврђује и Стефе (Steffe, 1994), истичући значај разумевања композитне јединице, односно пребројавања или поновљеног сабирања. Друга група аутора (Mulligan, Mitchelmore, 1997; Anghileri, 1989; Siemon et al., 2008) сматра да први приступ не промовише разумевање значења појма множења, те да је потребно вишеслојно разумевање множења које обухвата разумевање различитих значења операције множења, као што је правоугаона схема, мултипликативно поређење, Декартов производ и друго. Разумевање операције множења укључује способност мултипликативног резоновања, рачунања, избора одговарајуће стратегије, успостављања везе са осталим аритметичким операцијама, примену аритметичких правила и процењивање ситуације у

којој је потребно множити (Carpenter et al., 2003; Clark, Kamii, 1996; Greer, 1992; Kilpatrick et al., 2001; Nunes et al., 2009; Park, Nunes, 2001; Siemon et al., 2012; Van Dooren et al., 2010; Verschaffel et al., 2007; Young-Loveridge, Mills, 2009).

Истраживања су показала да структура текстуалних задатака утиче на избор стратегија и репрезентација које ће ученици користити (Muliligan, Mitchelmore, 1997; Larsson, 2017), као и да ученици успешно решавају задатке множења различите семантичке структуре пре формалне обраде множења (Muliligan, Mitchelmore, 1997; Marojoke, Beker, 2014) и при томе развијају различите интуитивне стратегије множења.

Менталне стратегије множења можемо поделити у две групе: менталне инутитивне стратегије и менталне стратегије које су резултат подучавања. Менталне интуитивне стратегије се дефинишу као интерне менталне структуре које одговарају класи стратегија рачунања, те постоји директна веза између стратегија рачунања и структуре задатка (Mulligan, Mitchelmore, 1997). Уколико се стратегије заснивају на примени аритметичких правила или значењу репрезентације, реч је о менталним стратегијама које су резултат подучавања (Bruner, 1960; Carpenter et al., 2003). Истраживања показују да је поучавање деце стратегијама менталног рачунања ефикасније од прекомерног понављања алгоритма (Baroody, 1985; Smith, Smith, 2006; Woodward, 2006), као и да ученици ефикасно рачунају користећи менталне интуитивне стратегије за множење вишецифрених бројева пре увођења формалних инструкција (Carpenter et al., 1993; Baek, 1998; Ambose et al., 2003). На основу различитих истраживања издвајене су следеће стратегије множења: стратегије пребројавања, поновљено сабирање, дуплирање, мултипликативне стратегије које се заснивају на примени познатих производа и неке од претходних стратегија, стратегије засноване на процени и примени аритметичких правила (Kouba, 1989; Mulligan, Mitchelmore, 1997; Sherin, Fuson, 2005; Downton, Sullivan, 2017). Развој стратегија се одвија постепено, а њихов избор је условљен семантичком структуром задатка, заступљеним стратегијама у настави, бројевима у задатку и репрезентацијама које се користе у задатку (Sherin, Fuson, 2005, Downton, Sullivan, 2017). Неке стратегије множења се развијају на основу научених правила аритметике, док неки аутори наводе да се аритметичка правила инуитивно развијају кроз развој стратегија множења (Larsson, 2015; Ambrose et al., 2003).

Без обзира на то који је приступ заступљен у настави, треба тежити постизању концептуалног разумевања аритметичких правила која се користе и значајна су за многобројне математичке садржаје, нарочито за аритметичке операције и развој ефикасних стратегија рачунања.

3. *Циљ и задаци истраживања*

Циљ истраживања је утврђивање и анализирање ефеката различитих Модела обраде множења једноцифрених бројева на развој менталних стратегија и развој мултипликативног мишљења. Једно од основних питања на које ће кандидаткиња одговорити јесте улога правила аритметике у развијању стратегија множења. Један поглед истраживача је да ученици треба да буду упознати са аритметичким правилима чија примена омогућава изградњу таблице множења и примену правила као стратегије множења једноцифрених бројева (Fuson, 2003; Van de Walle et al., 2013). Друго виђење истраживача (Kouba, 1989; Mulligan, Mitchelmore, 1997 и др.) јесте да увођење аритметичких правила пре развоја стратегија множења није нужно, већ да и млађа деца могу развијати стратегије (интуитивно) на задацима различите семантичке структуре. Друго питање односи се на систематско поучавање стратегијама. Истраживања (нпр. Sherin, Fuson, 2005) показују да у периоду учења множења једноцифрених бројева промене у коришћењу стратегија првенствено треба да буду резултат систематског поучавања. Хердсфилд и др. (Heirdsfield et al., 1999) сматрају да деца у првим фазама обраде множења инутитивно користе стратегије пребројавања за множење. Треће питање се односи на коришћење репрезентација и текстуалних задатака различите семантичке структуре. Како би разумели сва значења операције множења и развили менталне стратегије рачунања, ученицима су потребна искуства са различитим семантичким стурктурама и репрезентацијама (Anghileri, 1989; Carpenter et al., 1993; Kouba, 1989; Downton, Sullivan, 2017). Контекст задатка близак искуству ученика подстиче развој и примену менталних интутивних стратегија (Koedinger, Nathan, 2004; Van de Heuvel-Panhuizen, 2005). Употреба ‘добрих’ репрезентација које истичу структуру множења позитивно утиче на развој менталних стратегија множења (Mulligan, Mitchelmore, 1997; Marojoke, Beker, 2014; Lorriane, Mulligan, 2014), те аутори истичу значај употребе правоугаоне схеме као

репрезентације (Warren, Cooper, 2006; Fuson, Bekmann; Hurrest 2015; Schiflter, 2009) и репрезентација са декадном основом (Марјановић, 2014) за разумевање множења и развој менталних стратегија, као и значења операције множења, односно развој мултипликативног мишљења.

Из постављеног циља произашли су следећи *задаци истраживања*:

1. Испитати у ком степену ученици другог разреда основне школе интуитивно разумеју значење појма множења пре систематске обраде кроз иконичко представљање мултипликативних ситуација и идентификовати њихове интуитивне стратегије множења.
2. Испитати утицај инструкција заснованих на значењу појма множења и употреби репрезентација на развој менталних стратегија множења једноцифреним бројем.
3. Испитати утицај инструкција заснованих на правилима аритметике на развој менталних стратегија множења једноцифреним бројем.
4. Испитати различите нивое разумевање значења множења у зависности од семантичких структура задатка и њихов утицај на избор менталних интуитивних стратегија.
5. Испитати трансфер знања утицај примењених Модела на развој менталних стратегија множења двоцифрених и једноцифрених бројева и множење двоцифрених бројева.
6. Испитати утицај примењених Модела на разумевање значења дељења и развој менталних интуитивних стратегија дељења двоцифрених бројева једноцифреним бројевима у скупу природних бројева до 100.
7. Испитати утицај примењених Модела на способност решавања проблема.

Теоријски допринос истраживања јесте темељни увид у постојећа сазнања и преглед досадашњих релевантних истраживања у вези са овом темом. Поред тога, биће развијена два приступа обради множења и развијени индикатори за вредновање мултипликативног мишљења.

Практични допринос истраживања био би дат кроз импликације о развијању

мултипликативног мишљења и стратегија рачунања. Експериментална провера различитих структура садржаја и коришћења различитих репрезентација може понудити одговоре који су директно примењиви у образовној пракси.

Имајући у виду изложене аспекте истраживања, Комисија сматра да је предложена тема по свом значају, актуелности и сложености подобна за истраживање у оквирима докторске дисертације.

4. *Хипотеза истраживања*

Кандидаткиња је дефинисала *општу радну хипотезу* којом тврди да су Модели подучавања који укључују различите приступе и различите врсте репрезентација ефикасни у процесу развијања мултипликативног мишљења и флексибилних стратегија множења. Такође поставила је и *потхипотезе*:

1. Пре систематске обраде множења ученици препознају мултипликативне ситуације и најчешће користе поновљено сабирање као инутитивну стратегију.

2. Ученици су применом оба Модела развили ефикасније и флексибилније стратегије множења у односу на контролну групу, али разноврсније менталне инутитивне стратегије примењују ученици који су множење усвајали кроз употребу репрезентација и текстуалних задатака који су основа значења стратегије.

3. Ученици након инструкција заснованих на примени правила аритметике показују веће разумевање основе стратегија које користе у односу на ученике који су правилима поучавани након усвајања множења свим једноцифреним бројевима и током усвајања множења једноцифреним бројевима, како је предвиђено у уџбенику који се у школи користи.

4. Након увођења Модела, ученици показују добро разумевање задатака различитих семантичких структура и примењују већи број менталних интуитивних стратегија од ученика који чине контролну групу.

5. Након примене Модела, ученици бирају менталне стратегије у зависности од

репрезентација и структуре бројева.

6. Ученици експерименталних група примењују већ познате менталне интуитивне стратегије, али развијају и нове менталне интуитивне стратегије множења двоцифрених и једноцифрених, као и множење двоцифрених бројева.

7. Примењени Модели показују трансфер знања и утичу на способност решавања проблема.

Истраживање које намерава да спроведе кандидаткиња обухвата следеће *методе*: методу теоријске анализе, експерименталну (експеримент са две експерименталне и једном контролном групом) и дескриптивну научно-истраживачку методу. Метода теоријске анализе користиће се приликом проучавања прикупљених теоријских и практичних сазнања и постојеће литературе о потребним појмовима, алгебарским садржајима, употреби математичког моделовања и различитих репрезентација. Експериментална метода у овом истраживању омогућиће упоређивање ефеката понуђених модела, док ће дескриптивна метода бити примењена код анализе, обраде и интерпретације резултата тестова.

Кандидаткиња је детаљно изложила план рада са временским оквиром. У планирању емпиријског квантитативно-квалитативног истраживања изложене су технике и поступци прикупљања података као и мерни инструменти.

5. *Прелиминарна библиографија*

Списак *литературе* наведене у пројекту истраживања чини 69 библиографских јединица:

1. Anghileri, J., Beishuizen, M. & Van Putten, K. (2002). From informal strategies to structured procedures: mind the gap!. *Educational Studies in Mathematics,* 49, 149–170.
2. Ambrose, R., Baek, J.M. & Carpenter, T. P. (2003). *Children's invention of multidigit multiplication and division algorithms.* In A. J. Baroody & A. Dowker (Eds.). *The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise* (305–336). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
3. Butterworth, B., Marchesini, N. & Girelli, L. (2003). Basic Multiplication Combinations: Passive Storage or Dynamic Reorganization? In Baroody, A. & Dowker, A. (Eds.). *The Development of Arithmetic Concepts and Skills: Constructing Adaptive Expertise* (189–

202). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

4. Barmby, P. and Harries, T. and Higgins, S. and Suggate, J. (2009). The array representation and primary children's understanding and reasoning in multiplication. *Educational studies in mathematics*, 70 (3), 217–241.

5. Barmby, P. & Harries, T. (2006). Representating Multiplication. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 26 (3), 25–30.

6. Baroody, J. (2006). Why Children Have Difficulties Mastering the Basic Number Combinations and How to Help Them. *Teaching Children Mathematics*, 22–31.

7. Blote, A., Klein, A., Beishuizen, M. (2000). Mental computation and conceptual understanding. *Lerning and Instruction*, 10, 221–247.

8. Breed, M. (2011). *Constructing Path to Multiplicative Thinking: Breaking Down the Barriers.* RMIT University.

9. Clark, F. & Kamii, C. (1996). Identification of Multiplicative Thinking in Children in Grades 1–5. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27 (1), 41–51.

10. Day, L. & Hurrel, D. (2015). An explanation for the use of arrays to promote the understanding of mental strategies for multiplication. *Applied Mathematics and Computation*, 20 (1), 20–23.

11. Downton, A. (2008). Links Between Children's Understanding of Multiplication and Solution Strategies for Division. In M. Goos, R. Brown & K. Makar (Eds.). *Proceedings of the 31st Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (171–178).

12. Downton, A. & Sullivan, P. (2017). Posing complex problems requiring multiplicative thinking prompts students to use sophisticated strategies and build mathematical connections. *Educational Studies in Mathematics*, 95, 303–328.

13. Đokić, O. (2017). *Realno okruženje u početnoj nastavi geometrije*. Beograd: Učiteljski fakultet.

14. Greer, B. (1992). Multiplication and Division as Models of Situations. *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 276–295.

15. Götze, D. (2019). Language-Sensitive Support of Multiplication Concepts Among at-Risk Children: A Qualitative Didactical Design Research Case Study. *A Contemporary Journal*, 17 (2), 165–182.

16. Götze, D. & Baiker, A (2020). Language-responsive support for multiplicative thinking as unitizing: results of an intervention study in the second grade. *ZDM: the international journal on mathematics education*, 53 (4).

17. Götze, D. (2020). The importance of a meaning-related language for understanding multiplication. *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Utrecht University*.

18. Fisher, J., Villete, B., Joffredo-Lebrun, S., Moellato, M., Normand, C., Scheilbling-Seve, C. & Richard, J. (2019). Should we continue to teach standard written algorithms for the arithmetical operations? The example of subtraction. *Educational Studies in Mathematics*, 101, 105–121.

19. Fishbein, E., Deri, M., Sainati Nello, M. & Sciolis Marino, M. (1985). The Role of Implicit Models in Solving Verbal Problems in Multiplication and Divison. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16 (1), 3–17.

20. Fuson, K. & Beckmann, S. (2012–2013). Standard Algorithms in the Common Core State Standards. *NCSM Journal*, 14–30.

21. Илић, С. и Зељић, М. (2017). Правила сталности збира и разлике као основа стратегије рачунања. *Иновације у настави,* 30 (1), 55–66.

22. Harries, A. & Barmby, P. (2007). Representing and understanding multiplication. *Research in Mathematics Education*, 9 (1), 33–46.

23. Heirdsfield, A., Cooper, T., Mulligan, J. & Irons, C. (1999). Children's mental multiplication and division strategies. In Zaslavsky, Orit, Eds. *Proceedings of the 23rd Psychology of Mathematics Education Conference*, 89–96.

24. Heirdsfield, A., Cooper, T. & Irons, C. (1999). Traditional Pen-and-paper VS Mental Approaches to Computation: The Lessoon of Adrien. *Presented at the AARE Annual Conference in Melbourne* (460–467).

25. Hurst, C. (2015). The multiplicative situation. *Applied Mathematics and Computation*, 20 (3), 10–16.

26. Hurst, C. & Hurrel, D. (2016). Investigating Children`s Multiplicative Thinking: Implications for Teaching. *European Journal of STEM Education*, 1–3, 56, 1–11.

27. Hurst, C. & Hurrel, D. (2018). Algorithms are useful: Understanding them is even better! *Applied Mathematics and Computation*, 23 (3), 17–21.

28. Hurst, C. & Linsell, C. (2020). Manipulatives and Multiplicative Thinking. *European Journal of STEM Education*, 5(1), 04, 1–14.

29. Jacob, L. & Willis, S. (2003). The Development of Multiplicative Thinking in Young Children. *Proceedings of the 26th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australia.*

30. Jacob, L. & Willis, S. (2003). Recognizing the Difference Between Additive and Multiplicative Thinking in Young Children. *Proceedings of the 24th Annual MERGA Conference* (306–312).

31. Jonsson, B., Norqvist, M., Liljekvist, Y. & Lithner, J. (2014). Learning mathematics through algorithmic and creative reasoning. *The Journal of Mathematical Behavior*, 36, 20–32.

32. Kosko, K. (2020). The multiplicative meaning conveyed by visual representations.

Journal of Mathematical Behavior, 60, 1–18.

33. Larsson, K. (2016). *Students` understanding of multiplication*. Stockholm University: Department of Mathematics and Science Education.

34. Larsson, K. (2015). Connections for Learning Multiplication. *Conference: International Symposium for Elementary Mathematics Teaching* (202–211).

35. LeFevre, J. A., Smith-Chant, B., Hiscock, K., Daley, k. & Morris, J. (2003). Young Adults' Strategic Choices in Simple Arithmetic: Implications for the Development of Mathematical Representations. In Baroody, A. & Dowker, A. (Eds.). *The Development of ArithmeticConcepts and Skills: Constructing Adaptive Expertise* (203–228). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

36. Lu, L., & Richardson, K. (2018). Understanding children's reasoning in multiplication problem solving. *Investigations in Mathematics Learning,* 10 (4), 240–250.

37. Malola, M. & Stephens, M. (2019). From additive to multiplicative thinking: Key ideas for teaching. *The Mathematical Association of Victoria,* 82–87.

38. Malola, M., Symons, D. & Stephens, M. (2020). Supporting students` transition from additive to multiplicative thinking: A complex pedagogical challenge. *Applied Mathematics and Computation,* 25 (2), 31–36.

39. Марјановић. М. (1997). Схематско учење таблице сабирања и множења – штапићи као дидактички материјал. *Настава математике,* XLII (3–4), 1–20.

40. Марјановић. М. (2014). Један приступ извођењу наставе аритметике, IV. *Настава математике,* LIX (4), 1–16.

41. Марјановић, М. (2016). *Структурисање садржаја школске аритметике*. Београд: Српска академија наука и уметности.

42. Mulligan, J. & Watson, J. (1998). A Developmental Multimodal Model for Multiplication and Division. *Mathematics Education Research Journal,* 10 (2), 61–86.

43. Mulligan, J. (1992). Children's Solutions to Multiplication and Division Word Problems: A Longitudinal Study. *Mathematics Education Research Journal,* 4 (1), 24–41.

44. Mulligan, J. T. & Mitchelmore, M. C. (1997). Young children 's intuitive models of multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education,* 28, 309–331.

45. Mulligan, J., Kemp, C. & Highfield, K. (2008). Encouraging Mathematical Thinking through Pattern & Structure: An Intervention in the First Years of Schooling. *Australian Primary Mathematics Classroom,* 13 (3), 10–15.

46. Mulligan, J. & Jacob, L. (2014). Using Arrays to Build Towards Multiplicative Thinking in the Early Years. *Australian Primary Mathematics Classroom,* 19 (1), 35–40.

47. Nadjafikhah, M., Yaftian, N. & Bakhshalizadeh, S. (2012. Mathematical creativity: some definitions and characteristics. *Procedia – Social and Behavioral Sciences,* 31, 285–291.

48. Newton, K., Lange, K. & Booth, J. (2019). Mathematical Flexibility: Aspects of a Continuum and the Role of Prior Knowledge. *The Journal of Experimental Education,* 88 (2), 1–13.

49. Park, J.H. & Nunes, T. (2001). The development of the concept of multiplication. *Cognitive Development,* 16, 763–773.

50. Pravilnik o programu nastave i učenja za drugi razred osnovnog obrazovanja i vaspitanja (2018). *Službeni glasnik,* 16.

51. Rittle-Johnson, B. & Lynch, K. (2009). The role of prior knowledge in the development of strategy flexibility: The case of computational estimation. *The International Journal on Mathematics Education,* 41 (5), 569–579.

52. Siemon, D., Breed, M. & Virgona, J. (2005). From additive to multiplicative thinking – The big challenge of the middle years. In J. Mousley, L Bragg, & C. Campbell, (Eds.) *Mathematics – Celebrating Achievement, Proceedings of the 42nd Conference of the Mathematical Association of Victoria*, Melbourne: MAV.

53. Siemon, D., Izard, J., Breed, M. & Virgona, J. (2006). The Derivation of a Learning Assesment Framework for Multiplicative Thinking. In J. Novotna, H. Moraova, M. Kratka & N. Stehlikova (Eds.). *Proceedings of the 30th PME Conference – Mathematics in the centre* (113-120).

54. Sherin, B. & Fuson, K. (2005). Multiplication Strategies and the Appropriation of Computational Resources. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36 (4), 347–395.

55. Torbeyns, J., Verschaffel. L. & Ghesquiere, P. (2006). The development of children's adaptive expertise in the number domain 20 to 100. *Cognition and Instruction*, 24 (4), 439–465.

56. Torbeyns, J., De Smedt, B., Ghesquiere, P. & Verschaffel, L. (2009). Acquisition and use of shortcut strategies by traditionally schooled children. *Educational Studies in Mathematics*, 71, 1–17.

57. Threlfall, J. (2002). Flexible Mental Calculation. *Educational Studies in Mathematics,* 50, 29–47.

58. Threlfall, J. (1998). Are Mental Calculation Strategies Really Strategies? Bills, L. (EDs.). *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics,* 18 (3), 71–76.

59. Verschaffel, L., Luwel, K., Torbeyns, J. & Van Dooren, W. (2009). Conceptualizing, investigating and enhancing adaptive expertise in elementary mathematics education. *European Journal of Psychology of Education,* XXIV (3), 335–359.

60. Young-Loveridge, J. & Mills, J. (2008). Supporting Multiplicative Thinking: Multi-digit Multiplication Using Array-based Materials. *Findings from the New Zealand Numeracy Development Projects* (48–64).

61. Young-Loveridge, J. (2005). Fostering Multiplicative Thinking: Using Array-based Materials. *Australian Mathematics Teacher,* 61 (3), 34–40.

62. Young-Loveridge, J. (2005). A Developmental Perspective on Mathematics Teaching and Learning: The Case of Multiplicative Thinking. *Teachers and Curriculum*, 8, 49–58.

63. Young-Loveridge, J. (1999). The Acquisition of Numeracy. *Research Information forTeachers,* 1 (12), 1–7.

64. Young-Loveridge, J. & Bicknell, B. (2015). Using Multiplication and Division Contexts to Build Place-value Understanding. Sun, X., Kaur, B., Novtona, J. (Eds). *Proceeding of ICMI STUDY 23: primary mathematics study on whole* number (379–386).

65. Зељић,М. и Дабић, М. (2014). Однос процедуралног и концептуалног знања ученика у процесу овладавања поступцима рачунања у почетној настави математике, *Настава и васпитање,* LXIII (4), 653 – 668.

66. Зељић, М., Илић, С. и Јелић, М. (2017). Ментална аритметика – стратегије одузимања. *Иновације у настави,* XXX (4), 49–61.

67. Зељић, М. и Дабић Боричић, М. (2020). Уџбеник у функцији развоја мултипликативног мишљења. У: З. Опачић и Г. Зељић (ур.). *Програмске (ре)форме у образовању и васпитању – изазови и перспективе,* Београд: Учитељски факултет (393–405).

68. Зељић, М. (2021). *Учење и поучавање математике – једнакост са више (не)познатих.*Београд: Учитељски факултет.

69. Warner, L., Alcock, L., Coppolo, J. & Davis, G. (2003). How does flexible mathematical thinking contribute to the growth of understanding? In N.A. Pateman, B.J. Dougherty & J. Zillox (Eds.), *Proceedings of the 27th PME Conference jointly with the 25th Conference of the PME-NA, Honolulu, Hawaii* (Vol. 4, 371–378).

VII Закључак о оцени научне заснованости теме докторске дисертације и испуњености услова кандидата и предложеног ментора за израду докторске дисертације

Комисија на основу изложеног констатује да је кандидаткиња Ивана Веселиновић испунила законом прописане услове за пријављивање теме докторске дисертације под насловом *Стратегије множења у функцији развоја мултипликативног мишљења*. Овако формулисана тема до сада је недовољно научно обрађена и примерена је за самостално истраживање на нивоу докторске тезе. Садржај поглавља дисертације указује на свеобухватан приступ и сагледавање проблема из различитих аспеката.

На основу наведених података о предложеном ментору, Комисија констатује да је др

Маријана Зељић подобна за ментора предложене дисертације.

На основу изнетог, Комисија **предлаже** Наставно-научном већу Учитељског факултета да донесе позитивну оцену о подобности кандидаткиње **Иване Веселиновић** и предложене теме докторске дисертације и да Већу Универзитета у Београду препоручи Ивани Веселиновић одобравање рада на докторској дисертацији под називом **Стратегије множења у функцији развоја мултипликативног мишљења**, а да за ментора именује **др Маријану Зељић**, редовног професора на Учитељском факултету Универзитета у Београду.

У Београду,
21. 03. 2022. године

Комисија:

Др Оливера Ђокић, ванредни професор, *председник*
Методика наставе математике
Учитељски факултет, Универзитет у Београду

Др Јасмина Милинковић, ванредни професор, члан
Методика наставе математике
Учитељски факултет, Универзитет у Београду

Др Александра Михајловић, ванредни професор, члан
Методика наставе математике
Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу, Јагодина

Др Милана Дабић Боричић, доцент, члан
Методика наставе математике
Учитељски факултет, Универзитет у Београду