

NAUČNO-NASTAVNOM VEĆU MATEMATIČKOG FAKULTETA UNIVERZITETA U BEOGRADU

Na sednici Naučno-nastavnog veća Matematičkog fakulteta održanoj 7. 5. 2010. godine određeni smo u Komisiju za pregled i ocenu doktorske disertacije

O formalizaciji p-adskih, kvalitativnih i uslovnih verovatnoća

magistra Angeline Ilić Stepić, asistenta Matematičkog fakulteta u Beogradu. Podnosimo Veću sledeći

Izveštaj

Biografija kandidata

Angelina Ilić Stepić je rođena 19. februara 1980. godine u Beogradu. Srednju školu – Matematičku gimnaziju završila je 1999. godine. Diplomirala je 2004. godine na Matematičkom fakultetu u Beogradu, na smeru „Teorijska matematika i primene“, sa prosečnom ocenom 9,57. Magistrirala je 2008. godine na smeru „Matematička logika i teorijsko računarstvo“, sa prosečnom ocenom 10. Saradnik je na je projektu osnovnih istraživanja „Reprezentacije logičkih struktura i formalnih jezika i njihove primene u računarstvu“, broj 174026.

Objavljeni radovi

1. Angelina Ilić Stepić, Zoran Ognjanović, Nebojša Ikodinović, Aleksandar Perović, *A p-adic probability logic*, Prihvaćen za štampu u časopisu Mathematical Logic Quarterly.
2. Angelina Ilić Stepić, *A logic for reasoning about qualitative probability*, Publications de l'institut mathématique Nouvelle série 87 (101) (2010) 97-108.
3. Angelina Ilić Stepić, Žarko Mijajlović, *Fundamental theorems of analysis in formally real fields*. Novi Sad J. Math. Vol.38, No.3, 27-32, 2008.
4. Angelina Ilić Stepić, Dragan Doder, *Calculus of constituents-A decidable fragment of second order PL*, Journal of automatic control-University of Belgrade Vol 16, 47-49, 2006.
5. Žarko Mijajlović, Dragan Doder, Angelina Ilić Stepić, *Borel sets and countable models*, Publications de l'institut mathématique Nouvelle série 90 (104) (2011) 1-12.

Učešće na konferencijama:

1. D.Doder, A. Ilić-Stepić, Ž. Mijajlović, *Primena Borelovih skupova na prebrojive modele*, Relevantne logike, Konferencija u spomen Aleksandru Kronu (1937-2000), Beograd, Filozofski fakultet Univ. u Beogradu, 12-14 maj 2005.

2. A. Ilić-Stepić, A. Perović, D. Doder, A logic For Weighted Probabilistic Formulas, ETRAN Conference (4. – 8. 6. 2007. Igalo)
3. D. Doder, Angelina Ilić Stepić, Žarko Mijajlović, Borel Sets in Baire Space and Types of Theories, Novi Sad Algebraic Conference (11. – 15. 7. 2005.)
- A. Ilić-Stepić, Ž. Mijajlović, Fundamental theorems of analysis in formally real fields, 12, Kongres matematičara Srbije, 28.08-02.09.2008, Novi Sad.
4. Angelina Ilić Stepić, Zoran Ognjanović, Nebojša Ikodinović, Aleksandar Perović, *A p-adic probability logic*, Probabilistic Logic and applications, septembar 29-30, 2011. Mathematical institute of Serbian Academia of Sciences and Arts, Belgrade, Serbia.

Prikaz disertacije

Tema disertacije koju je napisala magistar Angelina Ilić Stepić pripada oblasti matematičke logike, preciznije razvoju, analizi i primenama tehnika za infinitarnu formalizaciju logičkih sistema. Predložena disertacija se bavi:

- razvojem infinitarnih logičkih sistema za formalizaciju zaključivanja o p-adski vrednosnoj verovatnoći,
- primenama opisanih logika pri rezonovanju o sistemima koji su modelirani poljem p-adskih brojeva, posebno onim u kojima se pojavljuje p-adska verovatnoća i
- razvojem infinitarnih logičkih sistema koji kvalitativno formalizuju standardnu realno vrednosnu verovatnoću.

Istraživanja u oblasti p-adski vrednosnih verovatnoća inicirao je ruski matematičar A. Khrennikov (npr. A. Khrennikov, p-adic probability interpretation of Bell's inequality paradoxes, Physics Letters A, 200, 119–223, 1995.) koji je uveo odgovarajuću terminologiju koja je i preuzeta u disertaciji. Sa druge strane, logički pristup p-adski vrednosnim verovatnoćama koji opisuje ova disertacija – po našem saznanju – predstavlja prvo istraživanje takve vrste (u literaturi se pojavio samo jedan rad koji se donekle odnosi na oblast disertacije: M. Milošević, A Propositional p-adic Probability Logic, Publications de l'institut mathématique Nouvelle série 87 (101) (2010) 75-83).

Dobro je poznata razlika između klasične (realne) i p-adске analize koja se ogleda u metodološkom pristupu, formulacijama teorema i njihovom dokazivanju. Slična situacija se pojavljuje i u logičkom pristupu, jer verovatnoća nad p-adskim poljima nije Kolmogorovskog tipa. Kandidatkinja je u disertaciji uspeła da u tom specifičnom domenu formuliše i dokaže trvrđenja analogna onima iz oblasti realno-vrednosnih verovatnosnih logika.

Tekst disertacije se sastoji iz 9 glava i dodatka u kome je dat kratak prikaz polja p-adskih brojeva. U prvih devet glava nalaze se originalni rezultati. Rad ima 102 kucane stranice

teksta. Prvih devet glava možemo prema sadržini podeliti u tri dela. Dajemo pregled rada prema tim delovima.

Prvi deo, glave 1-7, odnosi se na verovatnosne logike za p-adski vrednosnu verovatnoću

U ovom delu predstavljeno je nekoliko verovatnosnih logika za p-adski vrednosnu verovatnoću. Prva među njima je p-adaska iskazna logika LQ_p u kojoj je koristeći operatore oblika: $K_{r,\rho}\alpha$ moguće iskazati da, na primer, "verovatnoća iskazne formule α pripada p-adskoj kugli sa centrom r i poluprečnikom ρ ". Specijalno, $K_{r,0}\alpha$ znači da je "verovatnoća iskazne formule α jednaka r ". Predstavljeno je proširenje logike LQ_p u kome su dozvoljene iteracije verovatnosnih operatora kao i mešanje klasičnih i verovatnosnih formula, a takođe je razmatrana i p-adaska logika prvog reda. Zatim su uvedeni operatori $D_{\rho}\alpha, \beta$ koji imaju značenje: "p-adsko rastojanje između verovatnoće formule α i verovatnoće formule β je manje do jednako ρ ". Na ovaj način, "p-adski" se upoređuju verovatnoće dveju formula bez znanja o njihovom vrednostima. Razmatrana je i p-adaska uslovna verovatnoća uvođenjem operatora $CK_{r,\rho}(\alpha, \beta)$ koji imaju značenje "uslovna verovatnoća formule α pri uslovu β pripada p-adskoj kugli sa centrom r i poluprečnikom ρ ". Za sve spomenute logike date su beskonačne aksiomatizacije, pri čemu su formule konačne, dok dokazi mogu biti i beskonačni. Za te sisteme je svugde pokazana korektnost i jaka potpunost, a za iskazne logike i odlučivost.

Napomenimo da glavna novina izloženog pristupa, u odnosu na poznate radove o verovatnosnim logikama, proizilazi iz činjenice da polje Q_p nije uređeno, pa se ne mogu koristiti standardni operatori $P_{\geq r}\alpha$, pomoću kojih se verovatnoća aproksimirala nizom intervala. Umesto toga, operatorima $K_{r,\rho}\alpha$ verovatnoća se aproksimira nizom kugli. Sa druge strane, polje Q_p sadrži i negativne brojeve, pa je u verovatnosnoj logici za p-adski vrednosnu verovatnoću moguće zapisati $K_{-1/3,0}\alpha$, dakle, verovatnoća od α je jednaka $-1/3$. U verovatnosnoj logici za realno vrednosnu verovatnoću ovako nesto nema smisla. Ove razlike su uslovile potrebu da se na novi način formulišu aksiomatski sistemi, kao i da se daju potpuno nove vrste odgovarajućih dokaza, u odnosu na postojeći pristup.

Rezultati (jaka potpunost, odlučivost) predstavljeni u disertaciji koji se odnose na osnovnu iskaznu logiku LQ_p su prihvaćeni za publikovani u: A. Ilić Stepić, Z. Ognjanović, N. Ikodinović, A. Perović, *A p-adic probability logic*, Mathematical Logic Quarterly.

Drugi deo, glava 8, sadrži primere mogućih primena opisanih logika

Prikazana su tri primera u kojima je ilustrovana primena navedenih logika. U prva dva primera opisani su eksperimenti u kojima standardna verovatnoća određenih događaja ne postoji u polju R , a postoji u Q_p , a opisane logike su se pokazale dovoljno izražajne da se pomoću njih mogu formalno opisati ovakvi eksperimenti, a rezultati eksperimenata dobiti kao posledica odgovarajućih teorija. Trećim primerom opisna je jedna upotreba LQ_p -logike koja je modifikovana tako da se umesto p-adski vrednosnih verovatnoća posmatraju bilo koje p-adski vrednosne funkcije definisane na algebrama skupova. U

ovom primeru opisan je matematički model koji odgovara procesu ljudskog razmišljanja a koji je razvijen u radovima ruskog matematičara Khrennikova (A. Khrennikov, p-adic discrete dynamical systems and collective behavior of information states in cognitive models, Discrete Dynamics in Nature and Society, Vol.5, pp. 59-69; S. Albeverio, A.Yu. Khrennikov, P.E. Kloeden. Memory retrieval as p-adic dynamical system, BioSystems 49, 105-115, (1999); Andrei Khrennikov, Human subconscious as p-adic dynamical system, J.Theor.Biol. 193, 179-196, 1998). Zatim je pokazano da se odbacivanjem zahteva za aditivnost u logici LQ_p može dobiti logika pogodna za opisivanje takvih kognitivnih procesa.

Treći deo, glava 9, sadrži prikaz logike koja kvalitativno formalizuje standardnu realno-vrednosnu verovatnoću

Predstavljena je jedna verovatnosna logika za realno vrednosnu verovatnoću u kojoj je moguće formalizovati kvalitativno zaključivanje o verovatnoćama. Slično prethodno opisanim operatorima $D_p(\alpha, \beta)$, uvedeni su binarni verovatnosni operatori koji imaju značenje "verovatnoća formule α je veća ili jednaka od verovatnoće formule β ". Jezik u ovoj logici dozvoljava iteracije verovatnosnih operatora kao i mešanje iskaznih i verovatnosnih formula. Dat je infinitarni aksiomatski sistem i korišćene su uobičajene verovatnosne Kripkove strukture za definisanje važenja formula. Dokaz jake potpunosti izveden je Henkinovim postupkom u kome se pokazuje da se svaki konzistentan skup može proširiti do maksimalno konzistentnog skupa formula, da bi se zatim, koristeći maksimalno konzistentne skupove formula, konstruisao kananoski model u kome je polazni konzistentni skup zadovoljiv. Takođe je, prevođenjem proizvoljne formule u konačan skup sistema linearnih jednačina i nejednačina, dokazana odlučivost. Rezultati prikazani u ovom poglavlju su publikovani u: A. Ilić Stepić, *A logic for reasoning about qualitative probability*, Publications de l'institut mathématique Nouvelle série 87 (101) (2010) 97-108.

Zaključak i predlog

U disertaciji magistra Angeline Ilić Stepić, asistenta Matematičkog fakulteta u Beogradu pod naslovom

O formalizaciji p-adskih, kvalitativnih i uslovnih verovatnoća

predstavljeno je više značajnih novih rezultata u vezi sa razvojem i primenama verovatnosnih logika. To pokazuje da je kandidatkinja u potpunosti ovladala tehnikama rada sa ovakvim sistemima, kao i da je sposobna da sam postavi i da odgovori na nova interesantna pitanja do kojih je došla proučavajući postojeću literaturu.

U prvom delu disertacije prikazani su originalni logički sistemi kojima se formalizuje zaključivanje o p-adski vrednosnim verovatnoćama. Imajući u vidu osobenosti p-adskih brojeva (polje Q_p nije uređeno), u ovom delu disertacije je bilo potrebno razviti novi logički aparat koji se značajno razlikuje od metodologije koja se standardno koristi za realno vrednosne verovatnoće. Predloženo je više novih formalnih sistema sa pogodnom semantikom i dokazane su odgovarajuće teoreme potpunosti i odlučivosti. Ovo predstavlja i glavni naučni doprinos koji sadrži disertacija.

U drugom delu disertacije pokazano je da predložene logike nalaze primenu u modelovanju zaključivanja u situacijama kada standardne realno-vrednosne verovatnoće nisu adekvatne, na primer kada u eksperimentima standardna verovatnoća određenih događaja ne postoji. Analizirani primeri dovode do uverenja da se logički sistemi izloženi u disertaciji mogu iskoristiti u oblastima poput veštačke inteligencije i time otvoriti jedan značajan pravac istraživanja.

Konačno, treći deo disertacije prikazuje aksiomatizaciju verovatnosne logike za kvalitativno zaključivanje o realno vrednosnim verovatnoćama, koja je pandan sličnoj logici za p-adski vrednosne verovatnoće iz prvog dela disertacije. Dokazana je potpunost i odlučivost predloženog sistema.

Imajući u vidu sve navedeno, Komisija za pregled i ocenu sa zadovoljstvom predlaže Naučno-nastavnom veću Matematičkog fakulteta da ovaj rukopis prihvati kao doktorsku disertaciju i odredi Komisiju za njenu javnu odbranu.

Beograd, 5. 3. 2012.

Komisija

Dr Zoran Ognjanović,
naučni savetnik, Matematički institut SANU,
vanr. prof. Matematičkog fakulteta u Beogradu

Dr Žarko Mijajlović,
red. prof. Matematičkog fakulteta u Beogradu

Dr Nebojša Ikodinović,
docent Matematičkog fakulteta u Beogradu

Dr. Miodrag Rašković,
naučni savetnik, Matematički institut SANU

Dr. Slododanka Janković,
vanr. prof. Matematičkog fakulteta u Beogradu

Dr. Aleksandar Perović,
docent Saobraćajnog fakulteta u Beogradu