

НАСТАВНО – НАУЧНОМ ВЕЋУ МАТЕМАТИЧКОГ ФАКУЛТЕТА УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

На седници Наставно-научног већа Математичког факултета Универзитета у Београду одржаној 29.01.2010. године одређени смо у комисију за преглед и оцену рукописа докторске дисертације кандидата **мр Миланке Гардашевић-Филиповић**, под насловом

"Нумеричке методе за решавање конвексних недиференцијабилних оптимизационих проблема".

Након прегледа рукописа подносимо следећи

ИЗВЕШТАЈ

1. Биографија кандидата

Мр Миланка ФИЛИПОВИЋ, дипл.мат.

Рођена 1965.године, држављанин РС, удата, двоје деце (8 и 12 година)

Основну и средњу школу

завршила у Херцег Новом са одличним успехом, за који је награђена дипломом „Луча“ (то је диплома која се у Црној Гори додељује као еквивалент дипломи „Вук Караџић“ у Србији)

Основне студије

- Математички факултет Универзитета у Београду
- Смер: Нумеричка математика и оптимизација
- Дипломирала 1991. године
- Просечна оцена на основним студијама: 8,06

Последипломске студије

- Математички факултет Универзитета у Београду
- Област: Математика и рачунарство
- Профил: Магистар математичких наука за нумеричку математику и оптимизацију
- Магистарску тезу под насловом "Примена субдиференцијала на минимизацију једног типа недиференцијабилне функције помоћу уопштене *Trust Region* методе" одбранила 28.06.1999.године пред Комисијом у саставу:
 - Др Нада Миличић, Технолошко Металуршки факултет Универзитета у Београду
 - Др Владимир Јанковић, Математички факултет Универзитета у Београду
 - Др Ђорђе Дугошија, Математички факултет Универзитета у Београду
- Просечна оцена на последипломским студијама: 10,00

Докторска теза

- У децембру 2009. пријавила докторску тезу „ Нумеричке методе за решавање конвексних недиференцијабилних оптимизационих проблема“ на Математичком факултету Универзитета у Београду. Теза је одобрена у марту 2010. године.

Запослење

- Предавач за предмете Математика и Математика 2 на Високој технолошкој школи струковних студија у Аранђеловцу, од 25.03.2011. год.
- Асистент на Архитектонском факултету Универзитета у Београду од 2000. до 30.06.2009. год.
- Асистент на Грађевинском факултету у Београду (2008/2009) (хонорарно)
- Асистент приправник на Архитектонском факултету Универзитета у Београду, 1992 - 2000. год.
- Професор на предметима: Математика, Пословна информатика, Рачунарство и информатика у Првој економској школи у Београду, 1991 - 1992. год.

2. Проблем и садржај тезе

Докторска дисертација *"Нумеричке методе за решавање конвексних недиференцијабилних оптимизационих проблема"* кандидата Миланке Гардашевић-Филиповић, припада математичкој области – *недиференцијабилна оптимизација* из које је објављен велики број научних радова и монографија. Многи важни проблеми своде се на задатак недиференцијабилне оптимизације, као на пример:

- решавање система нелинеарних једначина $c_i(x) = 0, i = 1, 2, \dots, m$,
- минимакс проблеми $\min_{x \in X} \max_{1 \leq i \leq m} f_i(x)$;
- проблеми са ограничењима у облику једнакости $\min_{x \in X} f_i(x), c(x) = 0$, где је $c(x) = (c_1(x), c_2(x), \dots, c_m(x))$, којима се придружују казнене функције облика $\min_x \Phi(x) = \mu f(x) + \|c(x)\|$;
- проблеми са ограничењима у облику неједнакости $\min_{x \in X} f_i(x), c(x) \leq 0$, где је $c(x) = (c_1(x), c_2(x), \dots, c_m(x))$, којима се придружују казнене функције облика $\min_x \Phi(x) = \mu f(x) + \|c^+(x)\|$, где је $c_i^+(x) = \max\{c_i(x), 0\}$ итд.

Рукопис има 152 стране и разврстан је у следеће делове:

Предговор (странице 2 до 2i), *Нотација* (страница viii), *Садржај* (странице ix и x),

Први део: *Недиференцијабилна оптимизација* (странице 1 до 21),

Други део: *Нумеричке методе за оптимизацију конвексних недиференцијабилних функција* (странице 22 до 85),

Трећи део: *Прилог теорији нумеричких метода за оптимизацију конвексних недиференцијабилних функција* (странице 86 до 135)

Библиографија (странице 136 до 142) који садржи 112 библиографских јединица.

У предговору је изложен кратак опис, историјат проблема и мотивација за рад.

У првом делу, изложени су основни појмови недиференцијабилне оптимизације, својства *Lipschitz*-ових функција, разна уопштења диференцијабилности, конвексност и полунепрекидност. Потом су наведени неки примери неглатких проблема: минимакс проблем, проблеми великог броја променљивих и технике декомпозиције. Приказано је и пар примера немогућности једноставног преношења класичних оптимизационих метода са диференцијабилног на недиференцијабилни случај.

У другом делу приказане су основне нумеричке методе за решавање проблема недиференцијабилне оптимизације: субградијентне методе, *cutting plane* методе, *bundle* методе и *proximal point* метода која користи регуларизацију *Moreau-Yosida*. Разматране су и особине ове регуларизације. Ова глава је јединствен методички текст на српском језику у којем се разматрају методе недиференцијабилне оптимизације.

Трећи део представља оригинални научни допринос теорији нумеричких метода за оптимизацију конвексних недиференцијабилних функција. Разматран је проблем:

$$\min_{x \in R^n} f(x), \quad (1)$$

где је $f: R^n \rightarrow R \cup \{+\infty\}$ конвексна, не обавезно и диференцијабилна функција, која има непразан скуп минимума и изложено је 6 нових алгоритама за решавање овог задатка. Они су објављени редом у [40], [41], [39], [22], [23] и [24].

Пре свега, у одељку 5.1 наведени су још неки теоријски резултати, неопходни за излагање поменутих алгоритама.

Потом, у одељку 5.2, изложен је алгоритам који се заснива на комбинацији *trust region* стратегије и *bundle* филозофије, који представља нов приступ решавању проблема (1).

У одељку 5.3 изложен је алгоритам који се заснива на комбинацији *trust region* стратегије и методе конјугованих субградијената.

Класичне *Newton*-ове методе које суперлинеарно конвергирају захтевају непрекидну диференцијабилност другог реда. Научна истраживања у последњих неколико година усмерена су ка покушају да се обезбеди да суперлинеарна конвергенција *Newton*-ове методе за минимизацију диференцијабилних функција важи и за функције које имају само семигладак извод. Чињеница да извод у правцу локално *Lipschitz*-ове функције не мора да постоји, али *Dini upper* извод увек постоји, послужила је као основна идеја за избегавање наведених потешкоћа. Та идеја је реализована конструкцијом алгоритма *Newton*-овог типа и доказом његове конвергенције, изложених у одељку 5.4.

Dini upper извод *Moreau-Yosida* регуларизације функције f је коришћен и у алгоритмима изложеним редом у параграфима 5.5, 5.6 и 5.7 који су дефинисани за LC^1 функције и примењени на *Moreau-Yosida* регуларизацију конвексне недиференцијабилне функције f .

3. Полазне претпоставке

Идеја прављења нумеричких метода комбиновањем и уопштавањем познатих нумеричких метода резултат је тежње да се обједине њихове позитивне особине и тако добију још ефикасније методе.

4. Научни методи који су коришћени у раду на тези

У раду су коришћене углавном методе нелинеарне и конвексне анализе.

5. Остварени научни допринос истраживања

Најважнији резултати кандидата у докторској дисертацији су следећи:

- У параграфу 5.1. примењен је *Dini upper* извод у правцу на *Moreau-Yosida* регуларизацију функције циља проблема (1) и добијени су резултати
 - Лема 5.1.5 и Лема 5.1.6 - о потребним и довољним условима за минимум функције циља проблема (1), (објављене у [22]);
- У параграфу 5.2. дат је алгоритам који повезује *trust region* методу са *bundle* филозофијом (објављен у [40]), који је највећи допринос ове тезе и представља теоријски допринос у области конвексне недиференцијабилне оптимизације. Добијени су следећи резултати:
 - Теорема 5.2.1. и Последица 5.2.1. о решењу помоћног потпроблема, као помоћни резултати да би се обезбедила добра дефинисаност алгоритма и доказала његова конвергенција;
 - Алгоритам 5.2.1 - алгоритам који повезује *trust region* методу са *bundle* филозофијом;
 - Лема 5.2.4 и Лема 5.2.5, као помоћни резултати за доказ теореме о конвергенцији Алгоритма 5.2.1.;
 - Теорема 5.2.2 о конвергенцији Алгоритма 5.2.1.
- У параграфу 5.3 дат је алгоритам који повезује *trust region* методу са методом конјугованих субградијената (послат у [41], добијена једна позитивна рецензија, чека се друга), који такође представља теоријски допринос у области конвексне недиференцијабилне оптимизације. Добијени су следећи резултати:
 - Теорема 5.3.1 и Последица 5.3.1 о решењу помоћног потпроблема, као помоћни резултати да би се обезбедила добра дефинисаност алгоритма и доказала његова конвергенција;
 - Алгоритам 5.3.1 - алгоритам који повезује *trust region* методу са методом конјугованих субградијената;
 - Лема 5.3.2 и Лема 5.3.3, као помоћни резултати за доказ теореме о конвергенцији Алгоритма 5.3.1;
 - Теорема 5.3.2 о конвергенцији Алгоритма 5.3.1.
- У параграфу 5.4 дат је један алгоритам *Newton*-овог типа, који се заснива на чињеници да *Dini upper* извод у правцу локално *Lipschitz*-ове функције увек

постоји, чиме је избегнут захтев непрекидне диференцијабилности другог реда, који се појављује код метода *Newton*-овог типа. Рад је објављен у [39]. Добијени су следећи резултати:

- Лема 5.4.1 – о конвексности генералисаног хесијана регуларизације *Moreau-Yosida*;
 - Лема 5.4.2 – о конвексности помоћне функције;
 - Лема 5.4.3 – о повезаности решења полазног и помоћног проблема;
 - Лема 5.4.4 – о условима под којима решење помоћног проблема генерише нерастући правац;
 - Алгоритам 5.4.1 - алгоритам *Newton*-овог типа;
 - Теорема 5.4.1 - теорема о конвергенцији Алгоритма 5.4.1.
- У параграфима 5.5, 5.6 и 5.7 изложени су алгоритми засновани на *Dini upper* изводу *Moreau-Yosida* регуларизације конвексне недиференцијабилне функције f , који представљају примену алгоритама, дефинисаних за LC^1 функције у радовима Н. Ђурановић-Миличић, на *Moreau-Yosida* регуларизацију конвексне недиференцијабилне функције f . Радови су објављени у [22], [23] и [24] ([24] је на рецензији, има једну позитивну рецензију, чека се друга)
 - У одељку 5.8. наведена су закључна разматрања и могући смерови даљих истраживања: могућност преношења резултата на неконвексно недиференцијабилну оптимизацију, могућност повезивања монотоних вишезначних пресликавања са конвексификаторима и субдиференцијалима нпр. *Michel-Penot* типа или са конусном метриком.

6. Главне референце које су генерисане у току рада на тези

У току рада на тези објављени су следећи радови.

Радови у међународним часописима (8):

1. **Гардашевић Филиповић М.**, Ђурановић Миличић Н. „*An Algorithm Using Moreau-Yosida Regularization for Minimization of a Nondifferentiable Convex Function*“, *Filomat* - прихваћен за публикавање 26.08.2011. године (M23);
2. **Гардашевић Филиповић М.**, Ђурановић Миличић Н. "*An Algorithm Using Trust Region Strategy For Minimization Of A Nondifferentiable Function*", *Numerical Functional Analysis and Optimization*, Vol. 32, No. 12, pp. 1239-1251, 2011. године (M22);
3. **Гардашевић Филиповић М.**, Ђурановић Миличић Н. : "*Minimization Of A Nondifferentiable Function: An Algorithm Using Trust Region Technique And Conjugate Subgradient Method*", послат у часопис *Optimization Letters* (M21) 14.07.2011. године (добити једна позитивна рецензија, чека се друга). (M22);
4. **Миланка Филиповић**, Љиљана Пауновић, Стојан Раденовић, Милоје Рајковић: „*Remarks on Cone Metric Spaces and Fixed Point Theorems of T-Kannan and T-Chatterjea Contractive Mappings*“, Elsevier Editorial System(tm) for Mathematical and

Computer Modelling Manuscript Draft (2011), Vol. 54, Issues 5-6, pp 1467-1472, 2011. године (M21);

5. **Гардашевић Филиповић М.:** „ *A Trust Region Method Using Subgradient for Minimizing a Nondifferentiable Function*“, *YUJOR*, Vol. 19, No. 2, стр. 249-262, 2009. године (M51);
6. Ђурановић Миличић Н., **Гардашевић Филиповић М.:** „*A Multi-step Curve Search Algorithm in Nonlinear Optimization - Nondifferentiable Convex Case*“, *FACTA UNIVERSITATIS Series Mathematics and Informatics*, – прихваћен за публикавање 18.05.2011. године (M51);
7. Ђурановић Миличић Н., **Гардашевић Филиповић М.:** „*An Algorithm For Minimization Of A Nondifferentiable Convex Function*“, *Lecture Notes in Engineering and Computer Science*, VOL. II, pp 1241-1246, 2009. године (M51);
8. Ђурановић Миличић Н., **Гардашевић Филиповић М.** "On An Algorithm In Nondifferential Convex Optimization" послат у *YUJOR* 12.04.2011. године (добијена једна позитивна рецензија, чека се друга) (M51).

Радови на међународним конференцијама (1):

1. Ђурановић Миличић Н., **Гардашевић Филиповић М.:** „*An Algorithm For Minimization Of A Nondifferentiable Convex Function*“, међународна конференција примењене и инжењерске математике у оквиру Светског конгреса инжењерства – ICEAM 09 – WCE 2009, Лондон од 1. - 3. 07. 2009. године (рад је предложен за *Best Paper Awards competition*), стр.1241-1246, ISBN-978-988-18210-1-0 ,

Радови на националним конференцијама (3):

1. **Филиповић М.:** "Теорема егзистенције за задатак линеарног програмирања са ограничењима типа максимума коначног броја линеарних функција" Симпозијум о операционим истраживањима (*SYMOPIS*), Зборник радова ИБСН 86-403-0685-8, стр. 324-327 Врњачка бања 2005. године;
2. **Филиповић М.:** "Недиференцијабилна оптимизација: Потребан услов првог реда изведен применом субдиференцијала", Симпозијум о операционим истраживањима (*SYMOPIS*), Зборник радова ИБСН 86-7352-123-8 стр 247-250 Иришки Венац, Фрушка Гора 2004.године;
3. **Филиповић М.:** "Недиференцијабилна оптимизација: Потребан услов другог реда изведен применом субдиференцијала", Симпозијум о операционим истраживањима (*SYMOPIS*), Зборник радова ИБСН 86-7352-123-8 стр 251-254, Иришки Венац, Фрушка Гора 2004.године.

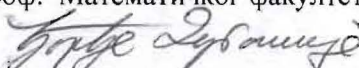
7. ЗАКЉУЧАК И ПРЕДЛОГ

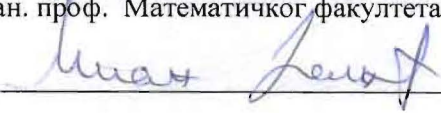
На основу напред изнетог може се закључити да је кандидат Миланка Гардашевић-Филиповић, у својој докторској дисертацији успешно комбиновала и развила методе познате за диференцијабилну оптимизацију у недиференцијабилном случају. Њена истраживања базирана на добром познавању метода за оптимизацију и конвексне и недиференцијабилне анализе након вишегодишњег рада довела су до резултата који представљају леп прилог теорији недиференцијабилне оптимизације. Део резултата ове дисертације објављен је у десетак научних радова у угледним међународним часописима и три рада у зборницима са конференција.

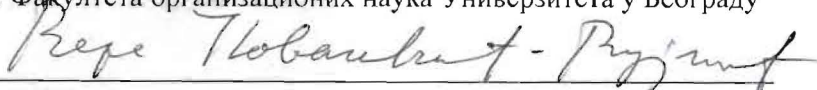
Због тога Комисија предлаже Наставно – научном већу Математичког факултета у Београду да рад под насловом *"Нумеричке методе за решавање конвексних недиференцијабилних оптимизационих проблема"* кандидата Миланке Гардашевић Филиповић, прихвати као докторску дисертацију и одреди комисију за јавну одбрану.

Београд, 23.12.2011.

Комисија:

1. др Ђорђе Дугошија,
ред. проф. Математичког факултета Универзитета у Београду


2. др Милан Дражић,
ван. проф. Математичког факултета Универзитета у Београду


3. др Вера Ковачевић-Вујчић,
ред. проф. Факултета организационих наука Универзитета у Београду


4. др Нада Ђурановић-Миличић,
ред. проф. Технолошко Металуршког факултета Универзитета у Београду
