

ИЗВЕШТАЈ О КВАЛИФИКОВАНОСТИ КАНДИДАТА И ПОДОБНОСТИ ПРЕДЛОЖЕНЕ ТЕМЕ ДОКТОРСKE ДИСЕРТАЦИЈЕ

Докторанд: **Филип Д. Јевтић**

Предложена тема: **Геометријска исономија: есеј о филозофији геометрије**
(**Geometric Isonomia: An Essay on Philosophy of Geometry**)

Ментор: **проф. др Милош Ацић**

Кандидат Филип Д. Јевтић поднео је Одељењу за филозофију предлог пријаве докторске дисертације под насловом **Геометријска исономија: есеј о филозофији геометрије (Geometric Isonomia: An Essay on Philosophy of Geometry)**. Комисија о предложеној пријави теме докторске дисертације подноси следећи извештај:

Основни подаци о кандидату:

Филип Д. Јевтић је студент друге године докторских академских студија филозофије на Филозофском факултету Универзитета у Београду. Рођен је 1988. године у Београду, где је завршио основну школу, гимназију, а потом основне и мастер студије теоријске математике на Математичком факултету. Након тога завршио је докторске студије теоријске математике на Универзитету у Тексасу у Даласу са дисертацијом о комбинаторним својствима коначних метричких простора. Бавећи се математичким истраживачким радом, интересује се и за проблеме филозофије математике, те у циљу разјашњавања истих 2024. године уписује докторске студије на Филозофском факултету положивши диференцијални испит. Током студија објавио је радове „Three Sides to every Tale—*Timaeus* 54A-54B“, и „Semi-mathematical Statements“ у часопису *Theoria*, а неке предходне резултате из филозофије математике објавио је у радовима „The Geometry of Thought: Circling Through Concepts“ у часопису *Philosophies*, и „Logic of the Ontological Argument“ у часопису *Филозофски годишњак*. Радови „Reflecting on Beauty: the Aesthetics of Mathematical Discovery“ и „The Geometry of Grace: Measure and Happiness in St. Augustine's *De beata vita*“ су тренутно на рецензији.

Предмет истраживања и садржај излагања

Предмет истраживања

Област истраживања докторске дисертација Филипа Д. Јевтића је филозофија математике. Истраживање у области филозофије математике традиционално је фокусирано на аритметику и теорију скупова које су, у погледу својих онтолошких, епистемолошких и методолошких претпоставки и последица, сматране парадигматичним за математику уопште. Овај фокус одсликава екстензионални приступ основама математике који води свођењу математичких објеката на скупове, а математичког знања на резултате који се могу добити унутар одговарајућег формалног система. Кандидат предложеном темом докторске дисертације одступа од овог доминантног усмерења тако што за предмет свог истраживања узима геометрију и испитује филозофске проблеме и увиде којима води геометријска пракса.

Кандидат ће настојати да покаже да, из филозофске перспективе, геометрију не треба посматрати само као област математике који се бави простором и обликом. Геометрија нас, по његовом мишљењу, суочава са специфичним онтолошким и епистемолошким проблемима и категоријама несводивим на друге области математике, а такође има и значајну естетичку и етичку димензију која неким другим областима математике недостаје. Централна мотивација за ово истраживање нађена је у раскораку између геометријске праксе засноване на структуралним инваријантама, интензионалним појмовима и просторној интуицији и основа математике заснованим на екстензионалним теоријама које наведене константе геометријске праксе у потпуности занемарују.

Задатак дисертације је да, кроз разматрање математичке праксе, пружи одговор на питање „Шта је то геометрија?“. У том циљу, кандидат ће у дисертацији понудити преглед историјске и теоријске еволуције појма *простора*, од Еуклидског до метричког простора, појма многострукости, топологије, итд., као и различитих настојања да се у тим разноврсним значењима идентификује заједничка структура или обједињујући принцип. Дисертација има за циљ да покаже да је геометрију најбоље разумети не као истраживање одређене класе објеката (тачака, линија, облика), него као истраживање структуралних својстава математичких појмова.

Садржај излагања

Предложена теза Филипа Д. Јевтића састојаће се од увода, четири дела и закључка. Структура рада је следећа:

У уводном делу дисертације биће разјашњен проблем одређења геометрије. Преко две хиљаде година, геометрија је сматрана синонимном са изучавањем дводимензионалног и тродимензионалног еуклидског простора. Деветнаестовековна револуција коју су покренули откриће нееуклидских геометрија Лобачевског и Бољаја, као и Риманово уопштавање појма простора, довела је до напуштања овог јединственог погледа на геометрију. У данашњој употреби, појам простора се примењује на велики број различитих структура, као што су метрички, тополошки, векторски и пројективни простор, диференцијабилне многострукости, итд. Феликс Клајн (Felix Klein) је Ерланген програмом понудио прву значајну синтезу тих различитих значења простора и геометрије, дефинишући геометрију као изучавање инваријанти. Ели Картан (Élie Cartan) је понудио даљу генерализацију. Иако су поменути програми омогућили класификацију одређених типова геометрије, на онтолошком нивоу криза је тиме само погоршана. Ако се појам геометрије и са њим блиско повезан појам простора може применити на толико различите ентитете, да ли тај појам и даље задржава супстантивно значење? Ово је примарно питање на које дисертација треба да одговори. Одговор на то питање омогућиће испитивање и других филозофских димензија геометрије – епистемолошке, естетске и етичке.

У првом делу тезе, кандидат предлаже анти-редукционистичку онтологију геометрије према којој се геометријски објекти не могу свести на скупове, већ представљају манифестације објективних појмова чија структурна својства геометрија настоји да открије и опише. Излагању овог становишта претходиће критика екстензионалистичког становишта у математици које свој најјаснији израз добија у ZFC теорији скупова. У складу са екстензионалистичким приступом, геометријски простор био би дефинисан као скуп тачака опремљен одређеном структуром, док би се геометријски објекти посматрали као његови подскупови. Међутим, иако овај приступ доноси математици прецизност, он не одговара когнитивној реалности математичке праксе. Када математичари испитују круг, они се не баве скупом тачака, него појмом круга – интензионалним ентитетом који садржи својства попут ротационе инваријантности, константне закривљености или тополошке фундаменталне групе.

Математичка пракса тако сугерише да у геометрији главну улогу имају појмови, као и да се различите дефиниције неког математичког термина (као што је „простор“) могу разумети као различити „пресеци“ тих појмова. Ради разјашњења ове идеје, кандидат уводи филозофски оквир унутар којег се *појам*, *структура* и *објекат* постављају у одговарајући хијерархијски однос. Математички појмови (попут појма групе или многострукости) разумеју се као непроменљиви и објективни апстрактни ентитети; математички објекти су њихове конкретне инстанце (попут одређене ротационе групе или S^2 сфере); док структура представља мост између појма и објекта - објекат инстанцира неки појам тако што поседује специфичну структуру (операције које задовољавају аксиоме групе или атласа карти). Структурална својства неког скупа објеката чувају се под одређеним морфизмима. Кандидат примећује да би структурални изоморфизми који при томе настају могли открити дубоке појмовне везе које екстензионални оквир теорије скупова прикрива. Усвајањем структуралне перспективе, геометрију бисмо могли дефинисати као дисциплину која проучава инваријанте тих структура, које бисмо, следећи Гедела (Kurt Gödel) могли назвати „везивним ткивима појмовне мреже“. Опсег математичких истина тако превазилази истине формално доказиве унутар датог аксиоматског система. Формално представљање математике је превише ригидно да би обухватило појмовну отвореност, структуралну разноликост и флексибилност математичке интуиције. Геометријски докази нису пукe синтактичке манипулације симболима, него семантичко бављење самим појмовима.

Други део дисертације разматра епистемолошке последице датог становишта и анализира разлике у сазнајној вредности и улози алгебарских калкулација и геометријских визуализација. Кандидат предлаже да геометризацију схватимо не само као помоћни начин репрезентације неког проблема или његовог решења, него као *рационалну апрехензију* која је од суштинске важности за превазилажење ограничења формалних система. Аритметизација геометрије од Декарта (René Descartes) па надаље, иако је донела велики технички напредак геометрији, довела је и до губитка везе између математичке праксе и математичке стварности. Кандидат приказује ову тензију кроз филозофски дијалог између филозофкиње Симон Вејл (Simone Weil) и њеног брата математичара Андре Вејла (André Weil). За Симон Вејл, алгебра оперише на симболима лишеним непосредних референата. Кроз „универзум знакова“ ум се креће без отпора. За разлику од тога, за геометрију је отпор пресудан – да би геометријски доказ био конструисан, строге нужности простора морају бити испоштоване и не могу

бити арбитарно редефинисане. За Симон Вејл, овај отпор извор је истине: геометрија функционише као веза између ума и објективног света који онемогућава „халуцинације неограничене моћи“ које настају приликом симболичких манипулација. Андре Вејл препознаје описану тензију али одбацује идеју да је алгебра арбитарна конвенција. Уместо тога, он тврди да постоји *пренос интуиције* између аритметике, алгебре и геометрије. Кандидат прихвата идеју о постојању преноса интуиције између различитих математичких области али наглашава да он није симетричан: интуитивно разумевање се може пренети са геометријске визуализације на алгебарску калкулацију, али не и обрнуто. Другим речима, када математичари „виде“ доказ, углавном се ради о геометријском начину сазнања, чак и када је његова формализација алгебарска. Као илустрацију специфично геометријског начина расуђивања, кандидат даје пример Платонове конструкције регуларних тела из Тимаја (53c-55c). Иако наизглед непотребно сложена, Платонова конструкција страна полиедара помоћу једнакокраких троуглова који се срећу у центру открива истанчану геометријску интуицију. Платонова конструкција представља минималну, симетричну триангулацију, која кодира структурално својство симетрије и лоцира центар стране полиедра – тачку кључну за касније разумевање полиедарске дуалности. Овај пример указује на разлику између чисте дедукције која само гарантује истинитост исказа, и геометријског доказа који откривањем позадинске структуре објашњава и зашто је тај исказ истинит. Према кандидатовом мишљењу, геометријска интуиција представља пример рационалног поимања математичког света, односно, начин његовог сазнања који превазилази механичке моћи формалног система.

У трећем делу дисертације, кандидат обрађује естетску димензију геометрије истичући притом њен сазнајни карактер. Кандидат аргументује да су естетски судови у математици објективни, оријентисани ка циљу и епистемички значајни. Према кандидатовом становишту, примарни носиоци естетске вредности су математички објекти и појмови. Ово становиште није у великој мери присутно у литератури која естетске вредности у науци приписује пре свега теоријама или резултатима. Усвајањем другачије перспективе, кандидат успева да обједини естетске категорије у математици које се примењују на различите врсте ентитета, тако што ће их засновати на естетским вредностима математичких објеката и појмова. Претпоставке од којих кандидат полази и које образлаже јесу да је математички ентитет (објекат, теорема или доказ) леп у мери у којој унапређује циљеве математичког истраживања. Из тога и његовог одређења

математичке лепоте следиће да математичке теореме и докази имају естетску вредност у мери у којој омогућавају верни опис лепог математичког објекта или појма. Централна теза овог дела дисертације биће да је лепа математика она у којој се рефлектује велики део математичког света. Другим речима, леп математички објекат кодира структуралне информације о другим, наизглед неповезаним објектима, откривајући тако скривено јединство математике. Лепота у математичким резултатима показује да је постигнут адекватан опис математичког света, односно, да тај опис садржи одговарајући ниво апстракције или генерализације који осветљава значајан део математичког света. Кандидат ће дати примере који илуструју когнитивну вредност геометријске лепоте у резултату. Естетска теорија изложена у овом делу рада имаће тако улогу у контексту одбране геометризације као привилегованог и пожељног начина расуђивања.

У четвртом делу дисертације, кандидат се враћа платоновској традицији која геометрији приписује етичку димензију, посматрајући је као средство уздизања душе. Кандидат ће изложити и бранити тезу да је заједничка одлика геометрије и етике то што обе омогућавају прелазак од неограниченог ка граници. У оправдању овог становишта, кандидат се позива на Светог Августина и његове идеје изложене у *De beata vita*, где је извор моралне изопачености лоциран у „потреби“ која се поистовећује са *Apeiron*-ом, док је срећа нађена у постављању граница, као и на идеје Симон Вејл, која сирове сензације без геометријске структуре види као форму патње – излагање душе хаотичним силама природе, док у геометрији види начин за претварање те страсти у опажање. Ова етичка функција геометрије нуди додатни аргумент против аритметизације и алгебризације. Финална тензија коју ова дисертација настоји да реши јесте она која постоји између „неморалности“ алгебарског расуђивања попут слепог машина и „луцидне перцепције“ геометрије која води моралности.

У закључном делу рада, кандидат ће размотрити резултате постигнуте у дисертацији. Биће размотрено у којој мери је дисертација успела да оствари шири циљ, а то је изградња једне обједињујуће перспективе коју кандидат назива „геометријска изономија“. Према овој перспективи, структурални закони који управљају светом појмова хомологни су законима који управљају појавним светом (светом перцепција) и моралним светом. Геометрија, као дисциплина која се бави структуралним својствима појмова, обједињује ова три подручја.

Основне хипотезе

Дисертација ће почивати на три основне хипотезе. Прва хипотеза мотивише само истраживање предузето у дисертацији. Према тој хипотези, геометрија је онтолошки несводива на друге области математике. Кључно, геометрија није сводива на теорију скупова јер њени објекти нису скупови него инстанце појмова које су са појмовима повезане посредством структуре. Уместо скуповима, геометрија се бави мрежом појмова чији су делови идентификовани путем међусобних релација (морфизама), и открива њене структуралне инваријанте. Ова хипотеза преиспитује адекватност екстензионалних основа математике и даје предност *теорији категорија* која дефинише објекте помоћу релација у којима стоје према другим објектима.

Друга хипотеза је да геометрија има важну сазнајно-моралну димензију. Та сазнајна димензија према овој хипотези превазилази математику и односи се на начин спознавања света уопште који затим усмерава вољу према моралним поступцима. Ова хипотеза ослања се на идеје Симон Вејл која геометрији приписује важну улогу у трагању за истинитом перцепцијом. Геометрија функционише као брана од неограниченог и неодређеног које се може наћи како у алгебарском формализму, тако и у емоционалној страсти. Постављајући границе и меру простору, геометрија учи ум да ограничава вољу.

Трећа хипотеза је да су естетски судови у математици објективни и имају сазнајну вредност. Према овој хипотези, естетски судови говоре о опажању рефлексije, односно, могућности да математички објекат служи као сочиво кроз које се може сагледати математичка стварност. Математички објекат је утолико лепши уколико повезује већи број математичких објеката и појмова. Следствено томе, математичке теореме и докази су лепи уколико откривају скривену повезаност различитих делова математичког света.

Циљ истраживања

Циљ истраживања јесте да, њиховом разрадом и спецификавањем, потврди три наведене хипотезе. Што се тиче прве хипотезе, тај циљ се своди на долажење до одговарајућег одређења геометрије, према којем она открива структуралне инваријанте које остају невидљиве у скуповно-теоријској перспективи. У вези са тим, треба показати и да теорија категорија више него теорија скупова одговара онтологији

геометрије. Што се тиче друге хипотезе, треба објаснити како геометрија функционише као мост између ума и стварности и на тај начин се одупире ентропији бесконачног. Што се треће хипотезе тиче, треба установити естетику дубине у математици. Студијама случаја треба показати да естетски судови заиста усмеравају математичаре према плодним теоријама, а затим пружити оправдање те математичке праксе позивајући се на понуђену дефиницију лепоте у математици према којој лепа математика расветљава подлежућу структуру појмовног света.

Методе истраживања

Примарна метода истраживања биће логичко-аналитичка, модификована феноменолошко-појмовним приступом представљеним у каснијој филозофији Курта Гедела. Овај приступ, заједно са анализом математичких примера, требало би да покаже да се математичка пракса не може свести на формална извођења, већ да укључује интеракцију између интуиције, апстракције и структуралног резоновања. Дисертација тако предузима интензионално разматрање математичке праксе, где су у главној улози математички појмови, дефиниције и структуре које би те математичке појмове требало да повежу са објектима. Дакле, геометрија неће бити посматрана као затворени дедуктивни систем, него као простор разумевања у којем су појмови уређени према структуралној сличности. Дисертација ће такође садржати студије случаја које би требало да открију како математичари долазе до резултата. У анализи математичких појмова, дисертација ће се ослањати на *математичку интуицију* као валидно средство сазнања које открива структуралне инваријанте у различитим дефиницијама неког појма (као што је појам простора). Коначно, у дисертацији ће бити коришћена историјско-критичка метода, посебно у анализи филозофских дела Платона, Лајбница и Симон Вејл. Њихови текстови биће анализирани не само из историјске перспективе него у циљу да се из њих издвоје корисне идеје у вези статуса геометрије, а посебно у погледу њене улоге у повезивању опажајног и интелигибилног света.

Очекивани резултат и научни допринос

Очекивани резултат истраживања јесте филозофска апологија геометријске праксе која би требало да је одбрани са једне стране од редукционизма (свођења геометрије на скупове) и са друге стране од формализма (свођења геометрије на синтаксу). Посебни резултати били би: нова дефиниција „геометризације“ која превазилази пуку визуализацију и уместо тога је изједначава са начином структуралне

синтезе; рехабилитација математичке интуиције повезивањем тог појма са појмом *пажње* Симон Вејл и строгим удаљавањем од психологизма; и коначно, поновно успостављање платоновске везе између математичке праксе и моралног формирања кроз идеју да је за долажење до валидног доказа и за вођење морално исправног живота потребна иста дисциплина ума.

Закључак

Имајући у виду квалитет анализираног образложења предлога теме докторске дисертације, као и познавање области, техничку поткованост и аналитичке способности и вештину аргументације које је кандидат приликом одбране образложења показао, комисија свесрдно предлаже да се докторанду Филипу Д. Јевтићу одобри израда докторске дисертације на тему **Геометријска исономија: есеј о филозофији геометрије (Geometric Isonomia: An Essay on Philosophy of Geometry)**.

Београд, 28. 2. 2026.

Комисија:

проф. др Александра Зорић, ванредни професор

**проф. др Игор Уљаревић, ванредни професор, Математички факултет
Универзитета у Београду**

доц. др Јована Костић, доцент