

I Z B O R N O M V E Ć U
M A T E M A T I Ć K O G F A K U L T E T A
U N I V E R Z I T E T A U B E O G R A D U

Odlukom Izbornog veća Matematičkog fakulteta od 12. aprila 2013. određeni smo u komisiju za pisanje referata o kandidatima koji učestvuju u konkursu za izbor jednog nastavnika u zvanju *REDOVNOG PROFESORA*, za užu naučnu oblast *MATEMATIČKA ANALIZA*.

Na konkurs objavljen u listu "Poslovi" od 24. aprila 2013. prijavio se samo jedan kandidat. O prijavljenom kandidatu

dr Milošu Arsenoviću, vanrednom profesoru
Matematičkog fakulteta u Beogradu,

podnosimo sledeći

I Z V E Š T A J

I. BIOGRAFSKI PODACI

Miloš Arsenović je rođen 15. novembra 1962. u Beogradu. Matematičku gimnaziju u Beogradu završio je 1980., kao jedan od najboljih učenika ove škole (osvojio je, na primer, treće mesto na Međunarodnoj olimpijadi u Luksemburgu). Godine 1981. upisao se na Odsek za matematiku PMF u Beogradu, i završio studije (na smeru za opštu matematiku) za dve godine, 1983., sa prosečnom ocenom 9,87.

1985. odlazi direktno na doktorske studije na University of California, Berkeley, USA. Tamo je 1988. odbranio svoju doktorsku disertaciju "A C^* -algebra of Singular Operators on the Poincare Plane", koju je radio pod rukovodstvom profesora H.O. Cordes-a.

Dr Miloš Arsenović govori engleski i služi se ruskim jezikom.

II. ZAPOSLENJE

Za **asistenta-pripravnika** na Matematičkom fakultetu u Beogradu Miloš Arsenović je izabran 1983. godine. Posle doktoriranja, od 1988. do 1990. radio je na Yale Universitu, USA, a zatim se vratio u Beograd. U zvanje **docenta** na Matematičkom fakultetu unapredjen je 1991. godine, a reizabran 1996. U zvanje **vanrednog profesora** (na istom fakultetu) dr Miloš Arsenović je izabran 1999. godine; ponovo je izabran u to zvanje 2006. i 2011. godine.

III. NASTAVNA DELATNOST

Od početka nastavničke aktivnosti pa do sada, dr Miloš Arsenović je na dodiplomskim studijama predavao sledeće predmete: **Teorija realnih i kompleksnih funkcija, Analiza III, Matematika I, Matematika II, Analiza I, Analiza II i Parcijalne jednačine**. Osim toga, za studente I godine poslediplomskih studija (usmerenje za Analizu) držao je predavanja iz predmeta **Analiza IV**.

U okviru svojih postdoktorskih studija u USA, u periodu 1988-1990., on je držao predavanja i na Yale University.

Dr Miloš Arsenović je aktivno učestvovao i učestvuje u procesu obrazovanja naučno-istraživačkog podmlatka. Osim nastave na poslediplomskim studijama, tokom dužeg perioda na zasedanjima seminara Katedre sa kompleksnu analizu i Katedre za realnu i funkcionalnu analizu, osim naučnih saopštenja, držao je i kraće cikluse predavanja za studente poslediplomskih studija, iz različitih istraživački aktivnih oblasti. Dr Miloš Arsenović je bio rukovodilac izrade **jedne** doktorske disertacije, mentor pri izradi **jednog** magistarskog i **jednog** master rada, kao i komentor pri izradi još **jednog** magistarskog rada.

Koautor je **dva udžbenika**. Posebno se svojim značajem i kvalitetom izdvaja (u našoj univerzitetskoj literaturi) njegov udžbenik za predmet Analiza III, koji se predaje na III godini dodiplomskih studija na Matematičkom fakultetu u Beogradu.

Dr Miloš Arsenović je poznat kao izuzetno dobar predavač i vrstan pedagog. Karakterišu ga odgovornost prema radnim obavezama, visok kvalitet nastave i veoma korektan odnos prema kolegama i studentima. Redovno je držao nastavu, obavljao konsultacije i ispunjavao svoje ispitne obaveze, koje obuhvataju sve redovne ispitne rokove i odgovarajuće ispite na master studijama.

IV. NAUČNI I STRUČNI RAD

Naučne oblasti kojim se bavi dr Miloš Arsenović jesu **funkcionalna analiza i teorija operatora**. Do sada je objavio (samostalno ili kao koautor) u domaćim i inostranim časopisima, **28 naučnih radova** i **1 stručni rad**; napominjemo da 15 naučnih radova objavljeno u poslednje dve godine! Učestvovao je, sa naučnim saopštenjem, na **1 naučnoj konferenciji**.

U svim projektnim periodima od 1991. pa do sada, uključujući i tekući, koje je "organizovalo" Ministarstvo nauke Republike Srbije, dr Miloš Arsenović je uspešno učestvovao u radu odgovarajućih projekata čiji je nosilac bio Matematički fakultet.

A. Magistarski rad i doktorska disertacija

Dve godine posle diplomiranja, 1985. godine, kandidat je otišao direktno na doktorske studije na University of California, Berkeley, USA. Tamo je 1988. odbranio **doktorsku disertaciju**

"A C^ -algebra of Singular Integral Operators on the Poincare Plane"*

pod rukovodstvom svetski poznatog matematičara H.O. Cordes-a.

Sledi prikaz pomenute doktorske disertacije.

Gohberg je ukazao (1960) na mogućnost da se Geljandova teorija Banahovih algebri primeni na dokaz fredholmovosti višedimenzionalnih singularnih integralnih operatora. Taj metod je dalje razvijen u radovima H.O. Cordes-a i njegovih učenika. Ideja je jednostavna i može se primeniti na diferencijalne i pseudodiferencijalne operatore. Naime, diferencijalni operator se može tretirati kao ograničeni operator na odgovarajućem prostoru Soboljeva sa vrednostima u L^2 . Kompozicijom sa podesnim unitarnim operatorom (comparison operator) ovaj operator postaje ograničeni operator na L^2 , pa je onda Fredholmov ako i samo ako je invertibilan modulo kompaktni operator. Umesto jednog tako definisanog operatora, novom metodom bira se pogodna C^* -podalgebra algebre \mathcal{C} ograničenih operatora na L^2 koja sadrži pomenuti operator A . Algebra \mathcal{C} ima kompaktne komutatore i sadrži ideal \mathcal{K} kompaktnih operatora. Tada je kvocijent \mathcal{C}/\mathcal{K} komutativna algebra, pa Geljandov izomorfizam $\mathcal{C}/\mathcal{K} \rightarrow C(M)$ indukuje homomorfizam $\sigma : \mathcal{C} \rightarrow C(M)$ koji definiše odgovarajući simbol operatora. Operator A je tada Fredholmov ako i samo ako se njegov simbol $\sigma_A \in C(M)$ ne anulira na prostoru maksimalnih ideala M algebre \mathcal{C}/\mathcal{K} . Prema tome, osnovni zadatak sastojao bi se u opisanju prostora maksimalnih ideala i u konkretnom zadavanju simbola operatora iz $C(M)$, tj. odgovarajućih funkcija na M . Ovaj metod je dalje bio primenjivan na različite algebre pseudodiferencijalnih operatora na Rimanovim mnogostrukostima, a posebno na kompaktnim mnogostrukostima. Izvesno vreme izgledalo je da kompaktnost komutatora jeste bitna pretpostavka u primeni ovog metoda. Međutim, Cordes i njegovi učenici pokazali su da se metod može primeniti i kada to nije tako, i to na sledeći način. Neka je $\mathcal{S} \supset \mathcal{K}$ ideal generisan komutatorima algebre \mathcal{C} i neka je $\mathcal{K} \neq \mathcal{S}$. Tada imamo "dvostruki" lanac idealâ $\mathcal{K} \subset \mathcal{S} \subset \mathcal{C}$. Geljandov homomorfizam $\sigma : \mathcal{C} \rightarrow C(M)$, gde je M prostor maksimalnih ideala komutativne algebre \mathcal{C}/\mathcal{S} , definisan je kao gore, a u drugom slučaju, zbog nekomutativnosti algebre \mathcal{S}/\mathcal{K} , imamo homomorfizam $\gamma : \mathcal{S} \rightarrow C(E, \mathcal{L})$, gde je $C(E, \mathcal{L})$ prostor funkcijâ na lokalno kompaktnom prostoru E sa vrednostima u nekoj operatorskoj algebri \mathcal{L} . Ovaj homomorfizam se produžuje do homomorfizma $\tilde{\gamma} : \mathcal{C} \rightarrow C(E, \mathcal{L})$. U pomenutim radovima dobijeno je $\ker \sigma \cap \ker \tilde{\gamma} = \mathcal{K}$, pa fredholmovost operatora A važi ako i samo ako su oba ova simbola invertibilna.

U doktorskoj disertaciji M. Arsenovića proučava se C^* -algebra \mathcal{C} singularnih operatora na Poenkareovoj ravni, i to je prvi netrivialni slučaj u kome se razmatraju prostori negativne krivine. Prethodno opisani metod u ovom slučaju ne može se neposredno primeniti. Zato se algebra \mathcal{C} zamenjuje algebrom $\tilde{\mathcal{C}}$ čiji su elementi unitarni konjugati pogodno odabrane unitarne transformacije tako da je $\tilde{\mathcal{C}}$ jednaka tenzorskom proizvodu dve C^* -algebre \mathcal{C}_ξ i \mathcal{C}_y . Prva glava disertacije posvećena je proučavanju algebre \mathcal{C}_y . Ova algebra je poredbena algebra u smislu Cordes-a; njeni elementi su elementi prostora $H_y = L^2((0, \infty), y^{-2} dy)$. Konjugovanjem algebre \mathcal{C}_y unitarnim operatorima $H_y \rightarrow H_t$ ($H_t = L^2(\mathbb{R}, dt)$) dobija se algebra \mathcal{C}_t sa kompaktnim komutatorima. U trećem paragrafu prve glave opisuje se prostor maksimalnih ideala algebre $\mathcal{C}_t = \mathcal{C}_y/\mathcal{K}_y$, kao i homo-

morfizam $\sigma^y : \mathcal{C}_y \rightarrow C(M_y)$, gde je $\ker \sigma^y = \mathcal{K}_y$. U prvom paragrafu druge glave proučena je algebra \mathcal{C}_ξ i odgovarajući homomorfizam $\sigma^\xi : \mathcal{C}_\xi \rightarrow C(M_\xi)$, na odgovarajući način. Primitimo da su ovde uključeni i operatori sa prekidnim koeficijentima. U trećem paragrafu druge glave definišu se konačno homomorfizmi $\sigma_\xi : \mathcal{C} \cong \tilde{\mathcal{C}} \rightarrow C(M_\xi, \mathcal{C}_y)$ i $\sigma_y : \mathcal{C} \cong \tilde{\mathcal{C}} \rightarrow C(M_y, \mathcal{C}_\xi)$. Pokazano je zatim da i ovde važi jednakost $\ker \sigma_\xi \cap \ker \sigma_y = \mathcal{K}$. Dakle, operator A je Fredholmov ako i samo ako su oba operatorsko-vrednosna simbola $\sigma_A^1 : M_\xi \rightarrow \mathcal{C}_y$ i $\sigma_A^2 : M_y \rightarrow \mathcal{C}_\xi$ invertibilna. Za razliku od ranijih rezultata, oba simbola su operatorsko-vrednosni, a forma kriterijuma je očuvana.

B. Spisak naučnih i stručnih radova

3. Naučni radovi objavljeni u časopisima i serijskim publikacijama međunarodnog značaja

S obzirom da doktorska disertacija zadrži značajne i priznate naučne rezultate koji nisu objavljeni u obliku posebnog naučnog rada, ona je uvršćena u sledeći spisak radova pomenute kategorije:

3.1. Arsenović M., *A C^* -algebra of Singular Integral Operators on the Poincare Plane*, University of California, Berkeley, 1988, 25 pp (doktorska disertacija). MR2637278

3.2. Arsenović M., *The symbols of a Frechet algebra of pseudo-differential operators on a polycylinder*, Integral Equations and Operator Theory, 11 (1988), no. 1, 1–9. MR0920731

3.3. Arsenović M., Cordes H. O., *Liouville-type results and the C_0^∞ -core property for products of elliptics operators*, Arch. Math. (Basel), 52 (1989), n. 5, 492–499. MR0998622

3.4. Arsenović M., Jevtić M., *BMO-boundedness of Lusin's area function*, Monats. Math., 126 (1998), no. 1, 1–6. MR1633247

3.5. Arsenović M., *Embedding derivatives of \mathcal{M} -harmonic functions into L^p* , The Rocky Mountain J. Math., 29 (1999), no. 1, 61–76. MR1687655

3.6. Arsenović M., Jevtić M., *Area integral characterization of \mathcal{M} -harmonic Hardy spaces on the unit ball*, The Rocky Mountain J. Math., 30 (2000), no. 1, 1–14. MR1763794

3.7. Arsenović M., Kečkić D., *Bargman spaces on the complement of a lattice*, Arch. Math. (Basel), 81 (2003), 575–584. MR2029719

3.8. Arsenović M., Kečkić D., *Elementary operators on Banach algebras and Fourier transform*, Studia Math., 173 (2006), no. 2, 149–166. MR2204787

3.9. Arsenović M., Kojić V., Mateljević M., *On Lipschitz continuity of harmonic quasiregular maps on the unit ball in \mathbb{R}^n* , Ann. Acad. Sci. Fenn. Math., 33 (2008), no. 1, 315–318. MR2386855

- 3.10.** Arsenović M., Manojlović V., *On the modulus of continuity of harmonic quasiregular maps on the unit ball in \mathbb{R}^n* , Filomat, 23:3 (2009), 199–202.
- 3.11** Arsenović M., Manojlović V., Mateljević M., *Lipschitz-type spaces and harmonic mappings in the space*, Ann. Acad. Sci. Fenn. Math., 35 (2010), 379–387. MR2731697
- 3.12** Arsenović M., Božin V., Manojlović V., *Moduli of continuity of harmonic quasiregular mappings in \mathbb{R}^n* , Potential Analysis, 34 (2011), no. 3, 283–291. MR2782974
- 3.13** Arsenović M., Manojlović V., Vuorinen V., *Holder Continuity of Quasiconformal Mappings*, J. of Inequalities and Applications, 2011, 2011:37, DOI: 10.1186/1029-242X-2011-37. MR2837892
- 3.14** Arsenović M., Shamoyan R. F., *On zero sets and parametric representations of some new analytic and meromorphic function spaces in the unit disk*, Filomat, 25 (2011), no. 3, 1–14. MR2934368
- 3.15** Arsenović M., Shamoyan R. F., *Embedding relations and boundedness of the multifunctional operators in tube domains over symmetric cones*, Filomat, 25:4 (2011), 109–126, DOI: 10.2298/FIL1104109A. MR2951462
- 3.16** Arsenović M., Shamoyan R. F., *On some extremal problems in space of harmonic functions*, ROMAI J., 7, 1 (2011), 13–24. MR2833627
- 3.17** Arsenović M., Manojlović V., Nakki R., *Boundary Modulus of Continuity and Quasiconformal Mappings*, Ann. Acad. Sci. Fenn. Math., 37 (2012), 107–118. MR2920427
- 3.18** Arsenović M., Shamoyan R. F., *On Embeddings, Traces and Distances in Harmonic Function Spaces*, Comptes Rendus de l'Académie Bulgare des Sciences, 65 (2012), no. 10, 1319–1324.
- 3.19** Arsenović M., Shamoyan R. F., *Two remarks on harmonic Bergman spaces in B^b and \mathbb{R}_+^{n+1}* , Stud. Univ. Babeş-Bolyai Math., 57 (2012), no. 4, 519–525.
- 3.20** Arsenović M., Shamoyan R. F., *Some remarks on Extremal Problems in Weighted Bergman Spaces and Analytic Functions*, Commun. Korean Math. Soc., 27 (2012), no. 4, 753–762. <http://dx.doi.org/10.4134/CKMS.2012.27.4.753>.
- 3.21** Arsenović M., Shamoyan R. F., *A Note on Fefferman–Stein Type Characterisations for Certain Spaces of Analytic Functions on the Unit Disc*, Acta Mathematica Academiae Paedagogicae Nyregyhaziensis, 28 (2012), no. 1, 25–30. www.emis.de/journals ISSN 1786–0091. MR2942270
- 3.22** Arsenović M., Shamoyan R. F., *Sharp Theorems on Multipliers and Distances in Harmonic Function Spaces in Higher Dimension*, Journal of Siberian Federal University, Mathematics and Physics, 5 (2012), no. 3, 291–302.

3.23 Shamoyan R. F., Arsenović M., *On Multipliers on Holomorphic $F_\alpha^{p,q}$ Type Spaces on the Unit Polydisc*, Journal of Siberian Federal University, Mathematics and Physics, 5 (2012), no. 4, 471–479.

3.24 Arsenović M., Shamoyan R. F., *Sharp theorems on multipliers in harmonic function spaces in higher dimension*, Acta et Commentationes Universitatis Tartuensis de Mathematica, 16 (2012), no. 2, 167–180.

3.25 Shamoyan R. F., Arsenović M., *On Boundedness of the Multifunctional Bergman Type Operators in Tube Domains over Symmetric Cones*, Proceedings of A. Ramadze Mathematical Institute, 158 (2012), 83–97.

3.26 Shkheam A., Abaob A., Arsenović M., *Harmonic Bergman spaces on the complement on a lattice*, Filomat, 27 (2013), no. 2, 245–249.

4. Naučni radovi objavljeni u časopisima i serijskim publikacijama nacionalnog značaja

4.1 Arsenović M., Shamoyan R. F., *Trace Theorems in Harmonic Function Spaces on $(\mathbb{R}_+^{n+1})^m$, Multipliers Theorems and Related Problems*, Kragujevac Journal of Mathematics, 35 (2011), no. 3, 411–430. MR2881137

4.2 Shamoyan R. F., Arsenović M., *Embedding theorems for harmonic multifunctional spaces on \mathbb{R}_+^{n+1}* , Mathematica Montisnigri, v. 25 (2012), 5–19.

4.3 Arsenović M., Shamoyan R. F., *On embeddings, traces and multipliers in harmonic function spaces*, Kragujevac Journal of Mathematics, 37 (2013), no. 1, 45–64.

5. Naučna saopštenja

5.1. *Some Examples of the Comparison Algebra Technique*, Differential geometry and applications, Proceedings of the Conference, Dubrovnik, 1989, 5–9.

7. Stručni radovi

7.1. *Teorema o smeni promenljivih kod višestrukog Lebegovog integrala*, Nastava matematike, br. 4 (1998), 30–33.

8. Udžbenici, zbirke zadataka, praktikumi

8.1. M. Arsenović, M. Dostanić, D. Jocić, *Teorija mere, Funkcionalna analiza, Teorija operatora*, Matematički fakultet Univerziteta u Beogradu, 1998, 325 str.

8.2. M. Arsenović, V. Dragović, *Funkcionalne jednačine*, Društvo matematičara Srbije, Materijali za mlade matematičare, sv. 35, Beograd, 1999.

V. PRIKAZ RADOVA

Prikažimo ukratko naučne radove dr Miloša Arsenovića.

O radu **3.1**, tj. o doktorskoj disertaciji, već je bilo reči.

3.2. M. Atiyah i I. Singer su 1968. prepostavili da je klasa simbola algebre C (C^* -algebra dobijena zatvaranjem po normi klase svih klasičnih pseudodiferencijalnih operatora na kompaktnoj Rimanovoj mnogostrukosti Ω) različita od klase simbola algebre C_∞ (Freševa algebra koja se dobija zatvaranjem iste klase operatora u Frešeovoj topologiji definisanoj normama prostora operatora na $H^s(\Omega)$). Pokazalo se, međutim, da ova hipoteza nije tačna. Cordes i E. Schrohe su konstatovali da tvrdjenje nije tačno u slučaju \mathbb{R}^n (1985); E. Schrohe je pokazao 1988. da tvrdjenje nije tačno ni na proizvoljnim kompaktnim mnogostrukostima. U ovom radu M. Arsenović je uopštio oba prethodna rezultata pokazavši da je hipoteza netačna i u slučaju kada je $\Omega = M \times \mathbb{R}^n$, gde je M kompaktna mnogostrukost. Pri tome je data karakterizacija elemenata C^∞ .

3.3. U ovom radu je dokazano da se poznati dovoljan uslov za esencijalnu samokonjugovanost operatora $H = -\Delta + q$ može uopštiti ako se dokaže da je skup

$$\{H_1 \cdot H_2 \cdots H_N v \mid v \in C_{cpt}^\infty(\Omega)\}$$

gust u $L^2(\Omega)$, gde su H_j eliptički operatori drugog reda oblika $H_j = -\Delta_j + q_j$ na Rimanovoj mnogostrukosti Ω . Naime, tada $H_1 \cdot H_2 \cdots H_N$ jeste esencijalno samokonjugovan operator. Osim toga, ovim putem mogu se dobiti uslovi pod kojima je moguće definisati prostori Soboljeva H^s ($s < N/2$) na nekompaktnim mnogostrukostima. Teorema Liuvilovog tipa važi i u ovom slučaju: iz $H_1 \cdot H_2 \cdots H_N v = 0$ sledi $v = 0$.

3.4. U ovom radu se dokazuje ograničenost Luzinovog površinskog operatora S_T na prostoru $BMO(\mathbb{R}^n)$.

Za svaki $a \in (0, +\infty)$ definišu se konus

$$\Gamma_a = \{(y, t) \mid t \in \mathbb{R}^n, |t| < ay\} \subset \mathbb{R}_+^{n+1}.$$

i njegove translacije $\Gamma(x) = a + \Gamma_a$, $x \in \mathbb{R}^n$. Za $f \in L^1(\mathbb{R}^n) + L^\infty(\mathbb{R}^n)$ definiše se Luzinova (tangencijalna) S_T -funkcija pomoću

$$(S_T f)^2(x) = \int_{\Gamma(x)} \int |\nabla_t u|^2(y, t) y^{1-n} dy dt, \quad x \in \mathbb{R}^n,$$

gde je $u = u(y, t) = (P_y * f)(t)$ i $P_y(\xi) = P(y, \xi) = c_n y (|\xi|^2 + y^2)^{-(n+1)/2}$ jeste Puasonovo jezgro za \mathbb{R}_+^{n+1} .

Glavni rezultat u radu je sledeća teorema.

Postoji konstanta $C = C(n)$ takva da je $\|S_T f\|_{BMO} \leq C \|f\|_{BMO}$ za sve $f \in BMO(\mathbb{R}^n)$.

Ovde je $\|f\|_{BMO} = \sup_Q \frac{1}{|Q|} \int_Q |f - f_Q| dm$, gde $Q \subset \mathbb{R}^n$ označava kub sa stranama paralelnim koordinatnim ravnima, $|Q|$ je njegova zapremina, a f_Q je "srednja vrednost" funkcije f na tom kubu.

3.5. U ovom radu data je karakterizacija onih Borelovih mera μ na jediničnoj kugli $B \subset \mathbb{C}^n$, za koje diferenciranje reda m preslikava \mathcal{M} -harmonijski Hardijev prostor \mathcal{H}^p ograničeno u prostor $L^q(\mu)$, $0 < q < p < +\infty$. Navodjenje tačne formulacije glavnog rezultata zahteva suviše prostora, pa ćemo ovde samo naglasiti da je tim rezultatom postavljeni problem u potpunosti rešen (u "konjunktiji" sa serijom radova M. Jevtića, posvećenih slučaju kada je $0 < p \leq q < +\infty$).

Rad je dobio izuzetno dobru recenziju od strane recenzenta časopisa "The Rocky Mountain Journal of Mathematics".

3.6. U ovom radu je opisan \mathcal{M} -harmonijski Hardijev prostor \mathcal{H}^p ($0 < p < +\infty$) na jediničnoj kugli u \mathbb{C}^n ($n \geq 1$) pomoću izvesnih površinskih integrala generisanih gradijentom i invarijantnim gradijentom.

Neka je $\tilde{\Delta}$ invarijantni Laplasijan na B , tj.

$$(\tilde{\Delta} f)(z) = \frac{1}{n+1} \Delta(f \circ \phi_z)(0), \quad f \in C^2(B),$$

gde je Δ obični Laplasijan, a ϕ_z standardni automorfizam kugle B koji preslikava 0 u z . Funkcija f , definisana na B , naziva se \mathcal{M} -harmonijskom, u oznaci $f \in \mathcal{M}$, ako je $\tilde{\Delta} f = 0$. Za $0 < p < +\infty$, \mathcal{M} -harmonijski Hardijev prostor \mathcal{H}^p definiše se kao prostor svih funkcija $f \in \mathcal{M}$, takvih da je $M_\alpha f \in L^p(\sigma)$ za neki $\alpha > 1$. (Ovde je $M_\alpha f(\xi) = \sup \{|f(z)| : z \in D_\alpha(\xi)\}$, gde je $D_\alpha(\xi)$ Koranyi-eva aproksimativna oblast za $\xi \in S \stackrel{\text{def}}{=} \partial B$.) Za $f \in C^1(B)$ definisani su površinski integrali

$$S_\alpha f(\xi) = \int_{D_\alpha(\xi)} |\nabla f(x)|^2 (1 - |z|^2)^{1-n} dm(z), \quad \xi \in S,$$

$$T_\alpha(\xi) = \int_{D_\alpha(\xi)} |\tilde{\nabla} f(z)|^2 d\tau(z), \quad \xi \in S,$$

gde je $\tilde{\nabla} f(z) = \nabla(f \circ \phi_z)(0)$ invarijantni gradijent i

$$d\tau(z) = (1 - |z|^2)^{-1-n} dm(z)$$

Glavni rezultat u radu je sledeća teorema: Tvrdjenja

$$(a) f \in \mathcal{H}^p; \quad (b) S_\alpha f \in L^p(\sigma) : \quad (c) T_\alpha f \in L^p(\sigma)$$

su ekvivalentna.

3.7. Rad je posvećen Bergmanovim prostorima $B^p(\Omega)$, gde je $\Omega = \mathbb{C} \setminus (Z + iZ)$. Autori su dokazali da je $B^p = \{0\}$ ako je $p \geq 2$, kao i da je $\{0\} \neq B^q \subset B^p$ ako je $2/(n+1) \leq q < p < 2/n$.

Dokazano je, takodje, da za svaki broj $p \in (0, 2)$ postoji funkcija $f \in B^p$ koja teži beskonačnosti sa unapred zadatom "brzinom".

Osim toga, u terminima Mittag-Lefflerovog razvoja funkcije f opisani su uslovi potrebni da f pripada prostoru B^p .

3.8. U radu se proučavaju elementarni operatori

$$\Lambda(x) = \sum_{i=1}^n a_i x b_i,$$

koji dejstvuju na unitalnoj Banahovoj algebri \mathcal{A} , pri čemu $\{a_i\}$ i $\{b_i\}$ jesu familije komutirajućih uopštenih skalarnih elemenata. Koristeći postojeću teoriju takvih operatora, kao i sopstvene rezultate koji se odnose na L^1 -ponašanje Furijeove transformacije funkcijâ iz klase C_{cpt}^∞ , autori rada su dobili sledeće rezultate:

1) Ustanovljena je ocena ascenta operatora Λ , koja predstavlja suptilnu rafinaciju poznatog rezultata V.S. Shul'mana iz 1975. godine.

2) Ustanovljena je ocena (odozgo) norme rešenja x "operatorske" jednačine $\sum_{i=1}^n a_i x b_i = y$ u terminima norme elementa y . Naime, A. McIntosh, A. Pryde i W. Ricker su 1986. dokazali ocenu

$$\|x\| \leq \frac{C}{\delta} \left(\frac{\max\{1, \delta\}}{\delta} \right)^s \cdot \|y\|,$$

gde je s red operatora Λ , pri čemu je samo ustanovljajanja egzistencija tog broja. U svom radu, M. Arsenović i D. Kečkić izveli su eksplicitnu formulu za s .

3) Dokazana je jedna slaba varijanta poznate Fuglede-Putnam-ove teoreme za elementarni operator koji je definisan jako komutirajućim familijama $\{a_i\}$ i $\{b_i\}$.

3.9. U ovom radu je dokazano da ako je preslikavanje $\phi : S^{n-1} \rightarrow \mathbb{R}^n$ Lipschic-neprekidno, onda njegovo harmonijsko produženje $u = P[\phi] : B^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ jeste Lipschic-neprekidno ako je u kvazregularno preslikavanje.

3.10 Autori dokazuju da ako je

$$|\varphi(\xi) - \varphi(\eta)| \leq \omega(|\xi - \eta|), \quad \xi, \eta \in \mathbb{S}^{n-1},$$

onda je na snazi odgovarajuće svojstvo

$$|u(x) - u(y)| \leq C \omega(|x - y|), \quad x, y \in \mathbb{B}^n,$$

za funkciju $u = P[\varphi]$. Pri tome se pretpostavlja da je u kvazikonformno preslikavanje, a $\omega = \omega(\delta)$ ($0 \leq \delta \leq 2$) je klasa modularnih funkcija koja uključuje i funkcije oblika $\omega(\delta) = \delta^\alpha$, $0 < \alpha \leq 1$. Dobijeni rezultat uopštava neke ranije rezultate Nodlera i Obelina o Helderovoj neprekidnosti, kao i neke ranije rezultate samih autora o Lipšicovoj neprekidnosti.

3.11 Dobijena je tačna ocena izvodnih funkcija harmonijske kvazikonformalne ekstenzije $u = P[\phi]$ Lipšicovog preslikavanja $\phi : S^{n-1} \rightarrow \mathbb{R}^n$. Takodje, razmatrani su dodatni uslovi koji obezbeđuju Lipšicovu neprekidnost preslikavanja u na jediničnoj kugli; specijalno, razmotren je planarni slučaj. Rešen je jedan problem koji je postavio Martio, i to rešenje preneto je na slučaj više promenljivih.

3.12 U ovom radu dokazana je ocena $\omega_u(\delta) \leq C \omega_f(\delta)$, gde je $u : \overline{\mathbb{B}^n} \rightarrow \mathbb{R}^n$ harmonijsko produženje neprekidnog preslikavanja $f : S^{n-1} \rightarrow \mathbb{R}^n$, pod uslovom da u jeste K -kvaziregularno preslikavanje. Ovde je C konstanta koja zavisi jedino od n , ω_f i K , a ω_h označava moduo neprekidnosti preslikavanja h .

3.13 U ovom radu autor proučava kako moduo neprekidnosti ω jednog kvazikonformnog preslikavanja f , određen na granici ∂D ograničene oblasti $D \subset \mathbb{R}^n$, utiče na moduo neprekidnosti $\overline{\omega}$ tog preslikavanja, u oblasti D . Dokazano je da važi ocena

$$\overline{\omega(\delta)} \leq C \max(\delta^\alpha, \omega(\delta)),$$

gde je $\alpha = K_I(f)^{1/(1-n)}$, pri čemu se pretpostavlja da ω zadovoljava izvesne "blage" uslove.

3.14 Uvedene su i razmatrane izvesne nove skale prostorâ analitičkih i mero-morfni funkcija, definisanih na jediničnom disku, i rešeni su neki problemi koji se tiču parametarskih reprezentacija u tim skalama prostora. Naime, dati su kompletni opisi skupova nulâ takvih funkcija, a zatim su dobijene nove parametarske reprezentacije za funkcije iz tih prostora, bazirane na pomenutim opisima.

3.15 Upotrebom multifunkcionalnih utapanja dobijen je novi opšti dovoljan uslov za neprekidnost Bergmanove projekcije u tuba-domenima nad simetričnim konusom. Takodje, u tom kontekstu, dobijene su neke tačne relacije utapanja između uopštenih Hilbert–Hardijevih prostora i Bergmanovih prostora sa mešovito normom.

3.16 Rešeni su neki ekstremalni problemi koji se tiču funkcije rastojanja u mešovitim normiranim prostorima harmonijskih funkcija na jediničnoj kugli u prostoru \mathbb{R}^n .

3.17 Neka je $D \subset \mathbb{R}^n$ ograničeni domen ($n \geq 2$), i neka je $f : \overline{D} \rightarrow \mathbb{R}^n$ neprekidno preslikavanje koje je kvazikonformno u D . Pretpostavlja se da je

$$|f(x) - f(y)| \leq \omega(|x - y|)$$

za sve $x, y \in \partial D$, gde ω jeste nenegativna neopadajuća funkcija koja zadovoljava uslov $\omega(2t) \leq 2\omega(t)$ za $t > 0$. Uz izvesnu dodatnu pretpostavku o rastu funkcije ω , dokazano je da važi ocena

$$|f(x) - f(y)| \leq C \max\{\omega(|x - y|), |x - y|^\alpha\},$$

za sve $x, y \in D$, gde je $\alpha = K_I(f)^{1/(n-1)}$.

3.18 U ovom radu razmatraju se izvesne primene klasične Vitnijeve dokompozicije gornjeg poluprostora \mathbb{R}_+^{n+1} na različite probleme u teoriji harmonijskih funkcija definisanih na tom poluprostoru. Dokazana su nova tvrdjenja (konačnog karaktera) koja se odnose na utapanjâ, funkcije rastojanja i tragove u različitim klasama harmonijskih funkcija.

3.19 Ustanovljene su tačne ocene za rastojanja u prostorima harmonijskih funkcija, definisanih na jediničnoj kugli i na gornjem poluprostoru.

3.20 U ovom radu dobijeni su neki tačni ekstremalni rezultati koji se odnose na funkciju rastojanja u težinskim Bergmanovim prostorima na gornjoj poluravni. Takodje, dobijeni su novi analogni rezultati u kontekstu ograničenih striktno pseudokonveksnih oblasti sa glatkom granicom.

3.21 Dokazane su nove karakterizacije Bergmanovih prostora i Blohovog prostora na jediničnom disku, u terminima ekvivalentnih (kvazi)–normi na tim prostorima. Rezultati su u duhu poznatih ocena koje su dobili Feferman i Štajn za Hardijeve prostore na \mathbb{R}^n .

3.22 U radu se razmatraju dve teme. Prva se odnosi karakterizaciju prostora multiplikatorâ izmedju izvesnih prostora harmonijskih funkcija na jediničnoj kugli u prostoru \mathbb{R}^n . Do sada su postojali parcijalni rezultati koji su se odnosili na multiplikatore izmedju harmonijskih klasa funkcija Bergmanovog tipa (radovi Šildsa i Vilijamsa), i na slučaj harmonijskih Hardijevih klasa (radovi M. Pavlovića). (Ovi prostori bili su definisani na jediničnom disku u ravni.) U ovom radu većina tih rezultata preneti je na opšti slučaj više dimenzija.

Druga tema posvećena je ocenama funkcije rastojanja u prostorima harmonijskih funkcija, definisanih na jediničnoj kugli.

3.23 U ovom radu nastavlja se istraživanje prostorâ koeficijentnih multiplikatora analitičkih Lizorkin–Tribelovih prostora $F_\alpha^{p,q}$ definisanih na jediničnom polidisku, koje je prvi autor započeo 2000. godine. Ti prostori predstavljaju prirodno "proširenje" klasičnih Hardijevih i Bergmanovih prostora na jediničnom polidisku. Dobijena su neka uopštenja već poznatih rezultata.

3.24 Dobijeni su novi rezultati (tačnog karaktera) koji se tiču multiplikatora u različitim prostorima harmonijskih funkcija definisanih na jediničnoj kugli u prostoru \mathbb{R}^n .

3.25 Definišu se i proučavaju novi multifunkcionalni integralni operatori Bergmanovog tipa u tuba-oblastima nad simetričnim konusima. Uz pomoć multifunkcionalnih utapanja, dobijeni su novi dovoljni uslovi za neprekidnost projekcije Bergmanovog tipa u pomenutim oblastima.

3.26 U ovom radu se proučava harmonijski Bergmanov prostor $b^p = b^p(\Omega)$, $0 < p < \infty$, gde je $\Omega = \mathbb{R}^n \setminus \mathbb{Z}^n$. Dokazano je da važi $b^q \subset b^p$ ako je $n/(k+1) \leq q < p < n/k$. U ravnom slučaju, dokazano je da b^p nije prazan skup za sve $0 < p < \infty$. Takođe, dokazano je da za svaki $0 < p < \infty$ postoji netrivialna funkcija $f \in b^p$ koja teži nuli u beskonačnosti, sa unapred proizvoljno zadatom brzinom.

4.1 Definisane su izvesne nove klase prostorâ harmonijskih funkcija na proizvodima gornjih poluprostora. Ustanovljena su svojstva tih prostora. Dobijene su ocene norme tzv. proširene Bergmanove projekcija. Takođe su dokazane (tačne po karakteru) teoreme o multiplikatorima koji dejstvuju na na izvesnim prostorima Soboljevlevog tipa harmonijskih funkcija, definisanih na jediničnoj kugli.

4.2 Autori definišu i proučavaju izvesne nove multifunkcionalne harmonijske prostore funkcija definisanih na gornjem poluprostoru. Dokazano je nekoliko teorema o utapanju (sa tačnim ocenama) za takve prostore, pri čemu su dobijeni rezultati novi čak i u slučaju samo jedne funkcije.

VII CITIRANOST

Rad **2** citiran je u knjizi

1. H. O. Cordes, On the Technique of Comparison Algebra for Elliptic Boundary Problems on Noncompact Manifolds, Proceedings of Symposia in Pure Mathematics, 1990.

Rad **5** citiran je u radu

1. Jevtić M., *On M -harmonic space B^s* , Publications de l'Institut Mathematique, Nouvelle serie, tome 58 (72), 1995, 35-42 (Slobodan Aljancic memorial volume).

Rad **7** citiran je u radu

1. Shulman V., Turovska L., *Beurling-Pollard type theorems*, Journal of the London Math. Soc., 75 (2), 2007, 330-342.

Rad **8** citiran je u radovima

1. Manojlović V., *Bi-Lipschitzity of quasiregular harmonic mappings in the plane*, Filomat, 23 (2009), no. 1, 85-89.

2. Mateljević M., Vuorinen M., *On harmonic quasiconformal quasi-isometries*, J. Ineq. Appl., DOI: 10.1155/2010/178732

3. Kalaj D., *On the quasiconformal Self-Mappings of the unit ball stisfying the Poisson Differential Equations*, Ann. Acad. Sci. Fenn. Math., 36 (2011), 177–194.
4. Kalaj D., *Lipschitz spaces and harmonic mappings*, Ann. Acad. Sci. Fenn. Math., 34 (2009), no. 2, 475–485. DOI: 10.1155/2010/178732
5. Chen S., Ponnusamy S., Wang X., *Weighted Lipschitz Continuity, Schwarz-Pick's Lemma and Landau-Bloch's Theorem for Hyperbolic-Harmonic Mappings in C^n* , Mathematical Modelling and Analysis, 18 (2013), no. 1, 66–79.

Rad 10 citiran je u radovima

1. Mateljević M., Vuorinen M., *On harmonic quasiconformal quasi-isometries*, J. Ineq. Appl., DOI: 10.1155/2010/178732
2. Mateljević M., Bozin V., Knezević M., *Quasiconformality of harmonic mappings between Jordan domains*, Filomat, 24 (2010), no. 3, 111–124. DOI: 10.2298/FIL1003111M
3. Kalaj D., *On the quasiconformal Self-Mappings of the unit ball stisfying the Poisson Differential Equations*, Ann. Acad. Sci. Fenn. Math., 36 (2011), 177–194.
4. Chen Sh., Wang X., *On harmonic Bloch spaces in the unit ball of C^n* , Bulletin of the Australian Mathematical Society, 84 (2011), Issue 1, 67–88. DOI: 10.1017/S0004972711002164

Rad 11 citiran je u radovima

1. Kalaj D., Manojlović V., *Subharmonicity of the modulus of quasiregular harmonic mappings*, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Vol. 379, Issue 2, 783–787.
2. Kalaj D., *On the quasiconformal Self-Mappings of the unit ball stisfying the Poisson Differential Equations*, Ann. Acad. Sci. Fenn. Math., 36 (2011), 177–194.
3. Chen Sh., Ponnusamy S., Wang X., *Equivalent moduli of continuity, Bloch's theorem for pluriharmonic mappings in B^n* , Proceedings of the Indian Academy of Sciences-Mathematical Sciences, Vol. 122, Issue 4, 583–595. Published: NOV 2012

Rad 12 citiran je u radu

1. Minculete Nicusyor, Pozna Claudiu, Precup Radu-Emil, *A refinement of Sandor-Tth's inequality*, Journal of Inequalities and Applications, Pages: 1-11, Article Number: 4. DOI: 10.1186/1029-242X-2012-4. Published: 2012

Rad 13 citiran je u radu

1. Shamoyan R. F., *On New Parametric Representations of Analytic Area Nevanlinna Type Classes in a Circular Ring K on a Complex Plane \mathbb{C}* , Journal of Siberian Federal University, Mathematics & Physics, 6 (2013), no. 1, 114-119.

Doktorska disertacija citirana je u radu

1. Cordes H. O. Tang T. M., *On the C^* -comparison algebra of a class of singular Sturm-Liouville expressions on the real line*, Note di Matematica, Vol. X I (1991), 93-108.

VIII OSTALE RELEVANTNE AKTIVNOSTI KANDIDATA

Dr Miloš Arsenović bio je u jednom izbornom periodu **prodekan** za finansije Matematičkog fakulteta u Beogradu, kao i **član** Saveta tog fakulteta.

Takodje, u jednom izbornom periodu bio je **šef** Katedre za realnu i funkcionalnu analizu.

Aktivno je učestvovao u radu školâ za mlade matematičare i komisije za njihova takmičenja najvišeg ranga, kao i u radu seminara za nastavnike osnovnih i srednjih škola (tematska predavanja).

IX ZAKLJUČAK I PREDLOG KOMISIJE

U toku svoje dosadašnje nastavničke karijere dr Miloš Arsenović je pokazao izuzetnu naučnu, stručnu, predavačku i pedagošku zrelost i kvalitet, kako u redovnoj tako i u posleddiplomskoj nastavi. On ima veoma odgovoran odnos prema nastavnim obavezama i izuzetno korektno se odnosi prema studentima; otvoren je, komunikativan i uvek spreman na saradnju sa svojim kolegama.

Njegovi brojni naučni radovi, objavljeni u nekim od najpoznatijih svetskih matematičkih časopisa, sadrže rezultate koji predstavljaju, prema našoj oceni i ocenama stranih recenzenata, suštinske doprinose matematici. Posebno je impresivna naučna delatnost dr Miloša Arsenovića u poslednjih nekoliko godina: od poslednjeg reizbora (pre dve godine) do danas objavio je 15 naučnih radova u domaćim i inostranim časopisima!

Sa još dvojicom kolega napisao je veoma kvalitetan udžbenik kojim su pokrivene nastavne potrebe iz pet srodnih predmeta na redovnim studijama, i koji sadrži neke teme predviđene posleddiplomskim programom. Aktivno je učestvovao i učestvuje u formiranju mladog nastavnog i istraživačkog kadra na Matematičkom fakultetu u Beogradu.

Zato dr Miloš Arsenović ispunjava sve zakonske uslove da bude izabran u zvanje **REDOVNOG PROFESORA** za naučnu oblast *MATEMATIČKA ANALIZA*, pa sa velikim zadovoljstvom predlazemo Izbornom veću Matematičkog fakulteta da utvrdi predlog Veću naučnih oblasti PRIRODNO-MATEMATIČKIH NAUKA Univerziteta u Beogradu da dr Miloša Arsenovića u to zvanje izabere.

U Beogradu, 30. maja 2013.

K o m i s i j a

dr Nebojša Lažetić, red. prof.
Matem. fakulteta u Beogradu

dr Zoran Kadelburg, red. prof.
Matem. fakulteta u Beogradu

dr Stojan Radenović, red. prof.
Mašin. fakulteta u Beogradu