

Факултет Машински

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ

Веће научних области техничких наука
(Назив стручног већа коме се захтев упућује, сагласно

члану 6. и чл. 7 став 1. овог правилника)

133/3

(Број захтева)

02.03.2017. године

(Датум)

ЗАХТЕВ**за давање сагласности на реферат о урађеној докторској дисертацији**

Молимо да, сходно члану 46. ст. 5 тач. 4. Статута Универзитета у Београду („Гласник Универзитета“, број 131/06), дате сагласност на реферат о урађеној докторској дисертацији кандидата:

РАДОСЛАВА (ДАНИЛО) РАДУЛОВИЋА

(име, име једног од родитеља и презиме)

КАНДИДАТ **РАДОСЛАВ (ДАНИЛО) РАДУЛОВИЋ** уписан на Докторске студије 2011 год.

(име, име једног од родитеља и презиме)

Поднео је захтев за израду докторске дисертације:

ГЛОБАЛНИ МИНИМУМ ВРЕМЕНА КРЕТАЊА МЕХАНИЧКИХ СИСТЕМА СА ОГРАНИЧЕНИМ УПРАВЉАЊИМА И РЕАКЦИЈАМА ВЕЗА

Универзитет је дана 04.07.2016. год. својим актом под бр. 61206-3363/2-16 дао сагласност на предлог теме докторске дисертације која је гласила:

ГЛОБАЛНИ МИНИМУМ ВРЕМЕНА КРЕТАЊА МЕХАНИЧКИХ СИСТЕМА СА ОГРАНИЧЕНИМ УПРАВЉАЊИМА И РЕАКЦИЈАМА ВЕЗАКомисија за оцену и одбрану докторске дисертације кандидата: **РАДОСЛАВА (ДАНИЛО) РАДУЛОВИЋА**

(име, име једног од родитеља и презиме)

Образована је на седници одржаној 19.01.2017. године, одлуком факултета под бр. 133/1, у саставу:

Име и презиме члана комисије	звање	научна област	установа у којој је запослен
1. <u>Др Драгомир Зековић</u>	Ред. проф.	Механика	Машински факултет Београд
2. <u>Др Александар Обрадовић</u>	Ред. проф.	Механика	Машински факултет Београд
3. <u>Др Никола Младеновић</u>	Ред. проф.	Механика	Машински факултет Београд
4. <u>Др Зоран Стокић</u>	Ванр. проф.	Механика	Машински факултет Београд
5. <u>Др Славиша Шалинић</u>	Ванр. проф.	Механика	Универзитет у Крагујевцу, Факултет за маш. и грађ. у Краљеву

Наставно-научно веће факултета прихватило је извештај Комисије за оцену и одбрану докторске дисертације на седници одржаној дана 02.03.2017. године.

ДЕКАН
МАШИНСКОГ ФАКУЛТЕТА

проф. др Радивоје Митровић

Прилог: 1. Извештај комисије са предлогом.

2. Акт Наставно-научног већа факултета о усвајању извештаја.

3. Примедбе дате у току стављања извештаја на увид јавности, уколико је таквих примедби било.

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
- МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ –
Број: 133/3
Датум: 02.03.2017. године
Београд, Краљице Марије 16

На основу члана 30. Закона о високом образовању („Службени гласник РС“, број 76/2005, 100/2007 – аутентично тумачење, 97/2008, 93/2012 и 89/2013), члана 63. Статута Машинског факултета (број 1876/1 од 04.10.2013. године) и члана 37. Правилника о докторским студијама Машинског факултета и реферата Комисије у саставу: др Драгомир Зековић, ред. проф., ментор, др Александар Обрадовић, ред. проф., ментор, др Никола Младеновић, ред. проф., др Зоран Стокић, ванр. проф. и др Славиша Шалинић, ванр. проф., Универзитет у Крагујевцу, Факултет за машинство и грађевинарство у Краљеву о оцени докторске дисертације „Глобални минимум времена кретања механичких система са ограниченим управљањима и реакцијама веза“ студента докторских студија **Радослава Радуловића, дипл. инж. маш.-мастер**, Наставно-научно веће Машинског факултета на седници одржаној 02.03.2017. године, донело је следећу

ОДЛУКУ

Усваја се реферат Комисије о урађеној докторској дисертацији **„ГЛОБАЛНИ МИНИМУМ ВРЕМЕНА КРЕТАЊА МЕХАНИЧКИХ СИСТЕМА СА ОГРАНИЧЕНИМ УПРАВЉАЊИМА И РЕАКЦИЈАМА ВЕЗА“** студента **РАДОСЛАВА РАДУЛОВИЋА, дипл. инж. маш. - мастер**

Докторску дисертацију и реферат Комисије о урађеној докторској дисертацији доставити на давање сагласности Већу научних области техничких наука Универзитета у Београду, по истеку рока од 30 дана у коме су били на увиду јавности.

Одлуку доставити: Већу научних области техничких наука Универзитета у Београду, студенту, ментору и архиви Факултета.

ДЕКАН
МАШИНСКОГ ФАКУЛТЕТА

проф. др Радивоје Митровић

ВЕЋУ ДОКТОРСКИХ СТУДИЈА

Предмет: Реферат о урађеној докторској дисертацији кандидата **Радослава Д. Радуловића, дипл. инж. маш. –мастер**

Одлуком бр. 133/1 од 19. јануара 2017. године, именовани смо за чланове Комисије за преглед, оцену и одбрану докторске дисертације кандидата **Радослава Д. Радуловића, дипл. инж. маш.–мастер**, под насловом

Глобални минимум времена кретања механичких система са ограниченим управљањима и реакцијама веза

После прегледа достављене Дисертације и других пратећих материјала и разговора са Кандидатом, Комисија је сачинила следећи

РЕФЕРАТ

1. УВОД

1.1. Хронологија одобравања и израде дисертације

Кандидат Радослав Радуловић, дипл. инж. маш.–мастер, уписао је прву годину докторских студија на Машинском факултету Универзитета у Београду школске 2011/2012. године. Кандидат је поднео захтев за одобрење теме докторске дисертације број 1033/1 од 05. маја 2016. године на Катедри за механику Машинског факултета Универзитета у Београду. Кандидат је за менторе предложио др Драгомира Зековића, редовног професора Машинског факултета у Београду и др Александра Обрадовића, редовног професора Машинског факултета у Београду. На основу сагласности Катедре за механику број 1033/2 од 20. маја 2016. године, Наставно-научно веће Машинског факултета у Београду донело је 02. јуна 2016. године Одлуку број 1033/3 о именовању Комисије за оцену подобности теме и кандидата за израду докторске дисертације и научне заснованости теме докторске дисертације у саставу:

- др Драгомир Зековић, редовни професор (ментор), Машински факултет у Београду
- др Александар Обрадовић, редовни професор (ментор), Машински факултет у Београду
- др Никола Младеновић, редовни професор, Машински факултет у Београду
- др Зоран Стокић, ванредни професор, Машински факултет у Београду
- др Славиша Шалинић, ванредни професор, Факултет за машинство и грађевинарство у Краљеву, Универзитет у Крагујевцу.

Комисија за оцену подобности теме и кандидата за израду докторске дисертације и научне заснованости теме докторске дисертације је 16. јуна 2016. године поднела Наставно-научном већу Машинског факултета у Београду Извештај број 1033/4, у коме предлаже Наставно-научном већу Машинског факултета у Београду да одобри тему докторске дисертације под насловом **„Глобални минимум времена кретања механичких система са ограниченим управљањима и реакцијама веза“**, наводећи да Кандидат испуњава све законом предвиђене услове за израду докторске дисертације, и да је предложена тема научно утемељена и адекватна и да пружа могућност остваривања значајних научних доприноса. Одлуком Наставно-научног већа број 1033/5 од 23. јуна 2015. године прихваћена је тема докторске дисертације под насловом: **„Глобални минимум времена кретања механичких система са ограниченим управљањима и реакцијама веза“** кандидата Радослава Радуловића, дипл. инж. маш.–мастер, док су за менторе именовани др Драгомир Зековић, редовни професор и др Александар Обрадовић, редовни професор.

Веће научних области техничких наука Универзитета у Београду донело је Одлуку број 61206-3363/2-16 од 04. јула 2016. године којом се даје сагласност на предлог теме докторске дисертације кандидата Радослава Радуловића, дипл. инж. маш.–мастер, под насловом: **„Глобални минимум времена кретања механичких система са ограниченим управљањима и реакцијама веза“**.

На основу обавештења проф. др Драгомира Зековића и проф. др Александра Обрадовића да је кандидат Радослав Радуловић, дипл. инж. маш.–мастер, завршио докторску дисертацију под насловом: **„Глобални минимум времена кретања механичких система са ограниченим управљањима и реакцијама веза“** и предлога Катедре за механику број 3423/1 од 28. децембра 2016. године, Наставно-научно веће Машинског факултета у Београду је на седници одржаној 19. јануара 2017. године донело Одлуку број 133/1 којом се именују чланови Комисије за преглед, оцену и одбрану докторске дисертације у саставу:

- др Драгомир Зековић, редовни професор (ментор), Машински факултет у Београду
- др Александар Обрадовић, редовни професор (ментор), Машински факултет у Београду
- др Никола Младеновић, редовни професор, Машински факултет у Београду
- др Зоран Стокић, ванредни професор, Машински факултет у Београду
- др Славиша Шалинић, ванредни професор, Факултет за машинство и грађевинарство у Краљеву, Универзитет у Крагујевцу.

1.2. Научна област дисертације

Докторска дисертација под насловом **„Глобални минимум времена кретања механичких система са ограниченим управљањима и реакцијама веза“** припада области техничких наука-машинству, ужој научној области Механика, за коју је Машински факултет Универзитета у Београду матичан.

1.3. Биографски подаци о кандидату

Радослав Радуловић рођен је 24. маја 1986. године у Пећи. Након завршене основне и средње школе у Београду, на Машинском факултету Универзитета у Београду завршио је Основне академске студије. На истом факултету завршио је и Дипломске академске (мастер) студије на модулу за Ваздухопловство са просечном оценом 10,00. Као један од најбољих студената Машинског факултета добијао је Похвале током студија поводом Дана Машинског факултета за изванредан успех. Такође, био је стипендиста Фонда за младе таленте Републике Србије „Доситеја”, као и стипендиста Фондације Републике Србије за младе таленте.

Из предмета Катедре за механику на Основним и Дипломским академским студијама, имао је следеће оцене: Механика 1–10, Механика 2–10, Механика 3–10 и Механика М–10.

Кандидат Радослав Радуловић 2011. године уписао је Докторске академске студије на Машинском факултету Универзитета у Београду. Положио је све испите предвиђене Програмом усавршавања са просечном оценом 10,00. Кандидат је такође положио и шест допунских испита из групе предмета Катедре за механику са просечном оценом 10,00. На међународном конгресу Српског друштва за механику који је одржан у Врњачкој Бањи 2013. године Радослав Радуловић награђен је престижном наградом „Растко Стојановић“ која се додељује младим истраживачима за самостално објављен и изложен научни рад [8] у коме је дао допринос при одређивању глобалног минимума времена при брахистохроном кретању холономног механичког система.

Од 24. маја 2012. године Радослав Радуловић запослен је као асистент на Машинском факултету Универзитета у Београду на Катедри за механику.

Осим напредног познавања програма из пакета Microsoft Office, кандидат такође поседује искуство у програмирању (Mathematica, Matlab, FORTRAN, C++) као и употреби CAD/CAE софтверских пакета за анализу и пројектовање (CATIAV5, Pro/ENGINEER, PATRAN/NASTRAN, ANSYS, SolidWorks, AutoCAD, CorelDRAW). Кандидат се активно служи енглеским језиком (читање, писање и комуникација).

2. ОПИС ДИСЕРТАЦИЈЕ

2.1. Садржај дисертације

Докторска дисертација кандидата Радослава Радуловића, дипл. инж. маш.–мастер, под насловом **„Глобални минимум времена кретања механичких система са ограниченим управљањима и реакцијама веза“** написана је на српском језику, садржи: 326 страна формата А4, 135 слика, 23 табеле, 808 једначина и списак коришћене литературе који садржи 110 референци.

Докторска дисертација садржи следећа поглавља:

1. Увод
2. Диференцијалне једначине кретања механичких система са линеарним нехомогеним нехолономним везама – разне форме и њихова еквивалентност
3. Глобални минимум времена при брахистохроном кретању материјалне тачке са ограниченом реакцијом везе

4. Глобални минимум времена при брахистохроном кретању материјалне тачке у произвољном потенцијалном пољу сила
5. Глобални минимум времена при брахистохроном кретању холономног механичког система
6. Глобални минимум времена при брахистохроном кретању нехолономног механичког система
7. Брахистохроно кретање нехолономног механичког система променљиве масе за ограниченим управљањима
8. Брахистохроно кретање нехолономног механичког система Чаплигиновог типа као изопериметријски проблем
9. Закључци
10. Литература

Осим наведеног, докторска дисертација садржи резиме на српском и енглеском језику, садржај, биографију аутора, Изјаву о ауторству, Изјаву о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада и Изјаву о коришћењу.

2.2. Кратак приказ појединачних поглавља

У **првом поглављу** кандидат Радослав Радуловић врши:

- Детаљан преглед релевантне научне литературе, који је од суштинског значаја, како би се јасно утврдили досадашли научни резултати у оквиру разматране области;
- Утврђивање предмета истраживања;
- Формулисање проблема истраживања;
- Дефинисање циља и задатака истраживања;
- Постављање општих и посебних хипотеза истраживања;
- Избор метода истраживања;

У **другом поглављу** најпре су изведене диференцијалне једначине кретања механичког система променљиве масе у коваријантном облику, чије кретање ограничавају како холономне, тако и нехолономне механичке везе, за које се узима да су линеарне, стационарне и нехомогене. Затим, кандидат Радослав Радуловић доказије потпуну еквивалентност изведене форме са следећим, добро познатим, формама диференцијалних једначина кретања:

- Мацијевим (*G. A. Maggi*) једначинама;
- Волтериним (*V. Volterra*) једначинама;
- Вороњчевим (*P. V. Voronets*) једначинама;
- Чаплигиновим (*S. A. Chaplygin*) једначинама;
- Генералисаним Волтериним једначинама;
- Ферерсовим (*N. M. Ferrers*) једначинама;
- Болцман–Хамеловим (*L. Boltzmann; G. Hamel*) једначинама;
- Апеловим (*P. Appell*) једначинама;
- Лагранжевим (*J. L. Lagrange*) једначинама друге врсте са неодређеним множитељима;

У другом делу другог поглавља, полазећи од тога да су сада како холономне, тако и нехолономне механичке везе линеарне, нестационарне и нехомогене, кандидат Радослав Радуловић изводи диференцијалне једначине кретања механичког система променљиве масе у коваријантном и контраваријантном облику у проширеном кофигурационом простору V_{m+1} кинематски независних координата, које одговарају независним генералисаним брзинама. У проширеном конфигурационом простору m координата представља m кинематски независних координата, док је $(m+1)$ -ва координата допунска, односно реономна координата. Затим, кандидат Радослав Радуловић изводи Маџијеве, Волтерине, Вороњчеве, Чаплигинове, Генералисане Волтерине, Ферерсове, Болцман-Хамелове, Апелове и Лагранжеве једначине друге врсте са неодређеним множитељима у проширеном кофигурационом простору V_{m+1} . У трећем делу другог поглавља формиране су диференцијалне једначине кретања за:

а) Нехолономни механички систем променљиве масе са управним брзинама,

б) Чаплигинове саонице,

ц) Упрошћен модел возила,

где је такође показана потпуна еквивалентност изведених форми на конкретним нехолономним механичким моделима. Такође, изведене су диференцијалне једначине кретања на основу општих теорема динамике механичких система како константне, тако и променљиве масе.

У **трећем поглављу** разматра се брахистохроно кретање материјалне тачке у вертикалној равни у хомогеном гравитационом пољу силе Земљине теже, како за случај неограничене, тако и случај ограничене реакције везе до фиксних граница. У овом поглављу, извршено је уопштење класичног брахистохроног проблема постављеног 1696. године од стране Јохана Бернулија. Кандидат Радослав Радуловић брахистохрони проблем сада поставља у следећем облику: потребно је одредити облик глатке криве $y = y(x)$, која ће обезбедити да тачка, која започиње кретање из произвољног положаја $M_0(x_0, y_0)$, стигне на унапред одређену многоструку облик

$$\Psi_f(x, y) = 0,$$

за најкраће време. Брахистохрони проблем је решен као задатак оптималног управљања, користећи Понтрјагинов принцип максимума и теорију сингуларних оптималних управљања, узимањем пројекције силе реакције везе за управљачку променљиву. Затим су одређене параметарске једначине трајекторије тачке M , као и закон промене брзине тачке. Дат је општи нумерички поступак за одређивање вишеструких решења одговарајућег двотачкастог граничног проблема (TPBVP) како за случај неограничене, тако и случај ограничене реакције везе. Нумерички алгоритам GMTBMP(), коришћен у овом поглављу, формиран је у програмском окружењу MatLab. Програм GMTBMP(), у основи представља Монте Карло (*Monte Carlo*) метод уз одређене модификације у циљу брже и поузданије конвергенције у односу на већ постојеће нумеричке алгоритме. Како је смањење граничне вредности реакције везе праћено смањењем временског интервала који одговара сингуларном делу оптималног управљања, одређене су такође непознате граничне вредности TPBVP за случај минималне граничне вредности реакције везе.

У **четвртом поглављу** разматра се проблем брахистохроног кретања материјалне тачке која се креће сада у простору. Тачка M креће се у произвољном потенцијалном пољу сила. Брахистохрони проблем је формулисан као задатак оптималног управљања, користећи Понтрјагинов принцип максимума, узимањем пројекција брзине тачке за управљачке променљиве. Брахистохрони проблем састоји се у одређивању оптималних управљања, као и њима одговарајућих координата стања, тако да тачка, полазећи из почетног положаја $M_0(x_0, y_0, z_0)$, пређе у крајњи положај на многоструку

$$\Psi_f(x, y, z) = 0,$$

уз неизмењену вредност механичке енергије, за минимално време. Нумерички поступак за решавање TPBVP решен је применом шутинг методе. У четвртном поглављу даје се поступак процене интервала вредности координата спрегнутог вектора у почетном тренутку, а услед хомогености спрегнутог система директно су пропорционалне изабраној непозитивној вредности координате $\lambda_0 \leq 0$. На основу датих процена, може се тврдити да се сва решења одговарајућег TPBVP сигурно налазе унутар датих интервала, а самим тим и глобални минимум времена при брахистохроном кретању тачке. У случају вишеструких решења принципа максимума, глобални минимум је оно решење које одговара минималном времену.

У **петом поглављу** разматра се брахистохроно кретање холономног склерономног механичког система. Систем се креће у произвољном пољу потенцијалних сила. Проблем је формулисан као задатак оптималног управљања, користећи Понтрјагинов принцип максимума, где су генерализоване брзине узете као променљиве управљања. Увођењем линеарне трансформације координата спрегнутог вектора, одговарајућа позитивно дефинитна квадратна форма се своди на канонски облик. Глобална процена интервала вредности непознатих координата спрегнутог вектора у почетном тренутку одређена је на основу канонске форме. Одговарајући TPBVP решен је различитим, већ постојећим, нумеричким алгоритмима (shooting method, Nelder Mead method, genetic algorithm, differential evolution, simulated annealing, random search, C-GRASP algorithm) у циљу изналажења оптималних вредности параметара који утичу на тачност и брзину конвергенције решења уз дату упоредну анализу решења нумеричких алгоритама за глобалну оптимизацију. Решења одговарајућег TPBVP, за механичке системе до три степена слободе кретања, графички су представљена, у простору непознатих граничних услова, тачкама добијеним пресеком одговарајућих линија, где број тачака одговара броју решења TPBVP, а координате тачака у разматраном простору одговарају решењима TPBVP. Затим је развијен нови нумерички поступак, за механичке системе са произвољним бројем степена слободе кретања, на основу кога смо у могућности да графички представимо функцију грешке. Поступак је илустрован најпре на примеру брахистохроног кретања диска у вертикалној равни у хомогеном пољу силе Земљине теже, а затим и на примеру брахистохроног кретања сфере у простору.

У **шестом поглављу** разматра се брахистохроно кретање склерономног механичког система чије кретање је ограничено нехомогеним нехолономним везама. Проблем је формулисан као задатак оптималног управљања, користећи Понтрјагинов принцип максимума, где су квазибрзине узете као променљиве управљања. Брахистохрони проблем састоји се у одређивању оптималних управљања, као и њима одговарајућих генерализованих координата, тако да механички систем, полазећи из почетног положаја, пређе у крајњи положај на задатој многострукости, уз неизмењену вредност механичке енергије, за минимално време. Овде је показано да се глобална процена свих координата спрегнутог вектора у почетном тренутку, у општем случају, не може дати. Поступак је илустрован најпре на примеру брахистохроног кретања Чаплигинових саоница, где је показано под којим условима се може одредити глобални минимум времена, а затим и на примеру брахистохроног кретања нехолономног механичког система са управним брзинама.

У **седмом поглављу** разматра се брахистохроно кретање нехолономног механичког система променљиве масе са ограниченим управљањима. Нехолономни механички систем креће се у произвољном пољу познатих потенцијалних и непотенцијалних сила. Закони промене маса материјалних тачака, као и релативне брзине припајања или одвајања или истовременог припајања и одвајања честица познати су. Први изводи по времену квазибрзина узети су као управљачке променљиве. Проблем је формулисан као задатак оптималног управљања, користећи Понтрјагинов принцип максимума и теорију сингуларних оптималних управљања. Такође, дати су различити поступци за реализацију брахистохроног кретања. Поступак је илустрован најпре на примеру брахистохроног кретања нехолономног механичког система променљиве масе са управним брзинама, како за случај неограничених, тако и случај ограничених управљачких сила, а затим и на примеру брахистохроног кретања упрошћеног модела возила за случај неограничених и ограничених реакција нехолономних веза.

У **осмом поглављу** разматра се брахистохроно кретање нехолономног механичког система Чаплигиновог типа као изопериметријски проблем. Проблем је формулисан као задатак оптималног управљања, користећи Понтрјагинов принцип максимума. Нехолономни механички системи Чаплигиновог типа су специјалан тип система где једначине нехолономних веза, кинетичка енергија, потенцијална енергија као и непотенцијалне генералисане силе не зависе од кинематски зависних координата, тј. генералисаних координата које одговарају зависним генералисаним брзинама. Изопериметријски проблеми представљају све оне проблеме у којима се траже екстремалне вредности функционала при чему су унапред задата ограничења у виду одређених интеграла. Како се једначине нехолономних веза, које ограничавају кретање механичког система Чаплигиновог типа, могу записати у виду одређених интеграла, кандидат Радослав Радуловић показао је да се брахистохроно кретање нехолономног механичког система Чаплигиновог типа може решити као изопериметријски проблем. Затим, показао је да се код механичког система Чаплигиновог типа може извршити снижавање реда система. Изложени поступак је илустрован најпре на примеру брахистохроног кретања Чаплигинових саоница, а затим и на примеру брахистохроног кретања нехолономног механичког система са управним брзинама.

У **деветом поглављу** детаљно су систематизовани остварени научни резултати и дати правци могућих, односно будућих истраживања заснованих на резултата постигнутих у овој докторској дисертацији.

3. ОЦЕНА ДИСЕРТАЦИЈЕ

3.1. Савременост и оригиналност

Докторска дисертација под насловом **„Глобални минимум времена кретања механичких система са ограниченим управљањима и реакцијама веза“** кандидата Радослава Радуловића, дипл. инж. маш.–мастер, представља свакако савремен и оригиналан приступ у истраживању проблема, у оквиру класичне механике, који заокупирају пажњу научника последњих 300 и више година. Оригиналност у приступу решења проблема огледа се у радовима који су публиковани у најистакнутијим светским часописима, саопштењима на међународним научним скуповима, као и престижној награди „Растко Стојановић“ коју је кандидат Радослав Радуловић добио за самостално објављен и изложен научни рад. У дисертацији су коришћене савремене нумеричке методе глобалне оптимизације, уз оригинална побољшања истих, као и креирању нових нумеричких алгоритама. Дисертација се може оценити веома успешном, узевши у обзир да је кандидат Радослав Радуловић дао одговоре на питања која су од суштинског значаја.

3.2. Осврт на референтну и коришћену литературу

Због изразито комплексног карактера теме докторске дисертације, коришћена је референтна литература из различитих области. Ова литература је кандидату послужила као полазна основа за преглед тренутног стања у вези са постојећим истраживањима у области истраживања на коју се дисертација односи. На тај начин, кандидат је дао критички осврт на најважније резултате релевантних аутора. У уводном делу докторске дисертације кандидат излаже хронолошки преглед релевантне научне литературе. Коришћена литература је кандидату свакако била инспирација у генерисању нових научних резултата. Посебно је обрађена и приказана литература коауторских радова ментора, а касније и заједничких радова. Референце су навођене на крају сваког поглавља. Кандидат се позива на анализе, резултате и закључке објављене у научним часописима високог ранга и конференцијама међународног значаја, што указује на савременост

докторске дисертације. Један део библиографских јединица је из књига, зборника радова и монографија, док други део представљају радови из реномираних међународних часописа.

3.3. Опис и адекватност примењених научних метода

Резултати приказани у овој докторској дисертацији изведена су применом следећих научних метода (теорија) које су добро познате научној и стручној јавности:

- Теорија оптималног управљања (Понтрјагинов принцип максимума);
- Методе аналитичке механике;
- Методе механике холономних и нехолономних механичких система константне и променљиве масе;
- Методе дискретне математике;
- Нумеричке методе оптимизације;

3.4. Применљивост остварених резултата

Добијени резултати кандидата Радослава Радуловића свакако имају велику примену не само у оквиру разматране теорије, већ и шире. Нови аналитичко-нумерички поступци дати у оквиру ове докторске дисертације имају велику примену у даљем развоју разматране теорије, одређивању различитих форми диференцијалних једначина које описују кретање разматраног нехолономног механичког система, као и при одређивању вишеструких решења постављеног задатка оптималног управљања у општем случају.

3.5. Оцена достигнутих способности кандидата за самостални научни рад

Кандидат је током израде докторске дисертације показао способност и смелост за самостални научни рад, као и да решава апстрактне научне проблеме. Поседује изузетено знање у оквиру теоријске механике генерално, као и савремене нумеричке анализе, потребно за даљи научно-истраживачки рад. То је потврђено, са једне стране бројним испитима које је кандидат положио на докторским студијама из групе предмета Катедре за механику, док са друге стране и бројним коауторским радовима.

4. ОСТВАРЕНИ НАУЧНИ ДОПРИНОС

4.1. Приказ остварених научних доприноса

Остварени научни доприноси кандидата Радослава Радуловића, дипл. инж. маш.–мастер, у оквиру докторске дисертације под насловом **„Глобални минимум времена кретања механичких система са ограниченим управљањима и реакцијама веза“**, огледају се у следећем:

- Детаљно је сакупљена, проучена и систематизована релевантна научна литература, везана за све аспекте ове дисертације.

- Изведене су диференцијалне једначине кретања механичког система променљиве масе у коваријантном облику чије кретање ограничавају холономне и нехолономне механичке везе, за које се узима да су линеарне, стационарне и нехомогене.
- Изведене су диференцијалне једначине кретања механичког система променљиве масе у коваријантном и контраваријантном облику, чије кретање ограничавају холономне и нехолономне механичке везе, за које се узима да су линеарне, нестационарне и нехомогене у проширеном конфигурационом простору V_{m+1} .
- Изведене су Маџијеве, Волтерине, Вороњчеве, Чаплигинове, Генералисане Волтерине, Ферерсове, Болцман–Хамелове, Апелове и Лагранжеве једначине друге врсте са неодређеним множитељима у проширеном конфигурационом простору V_{m+1} .
- Извршено је уопштење класичног брахистохроног проблема постављеног 1696. године од стране Јохана Бернулија како за случај неограничене, тако и случај ограничене реакције везе.
- Формирани су нови нумерички алгоритми за одређивање вишеструких решења одговарајућег TPBVP.
- Дат је општи поступак за одређивање глобалног минимума времена при брахистохроном кретању материјалне тачке у потенцијалном пољу сила.
- Дат је општи поступак за одређивање глобалног минимума времена при брахистохроном кретању холономног механичког система у потенцијалном пољу сила.
- Дат је општи поступак за одређивање глобалног минимума времена при брахистохроном кретању нехолономног механичког система у потенцијалном пољу сила.
- Дат је општи поступак за формирање TPBVP при брахистохроном кретању нехолономног механичког система променљиве масе у произвољном пољу познатих потенцијалних и непотенцијалних сила.
- Брахистохрони проблем нехолономног механичког система Чаплигиновог типа решен је као изопериметријски проблем.

4.2. Критичка анализа резултата истраживања

На основу прегледа релевантне научне литературе и сагледавања постојећих решења из области докторске дисертације, комисија констатује да су приказани резултати истраживања изузетно значајни и научно утемељени. Истовремено, на основу увида у задате циљеве истраживања и резултате представљене у докторској дисертацији, констатујемо да су пружени одговори на сва релевантна питања и да су решени сви проблеми са којима се кандидат сусрео у току истраживања. Развијени аналитичко-нумерички поступци поседује велику примењивост не само у оквиру разматране теорије, већ и шире.

4.3. Верификација научних доприноса

Научни доприноси кандидата Радослава Радуловића, дипл. инж. маш.–мастер, верификовани су следећим радовима:

Поглавље у истакнутој монографији међународног значаја, категорија M13

- [1] Obradović, A., **Radulović, R.**: On the global minimum time in the brachistochronic motion of the Chaplygin sleigh, Stability, Vibration, and Control of Machines and Structures, Springer, (ISBN 978-3-319-15491-6). <http://www.springer.com/us/book/9783319154909>

(Напомена:

Рад је саопштен на: Proceedings of the 11th International Symposium on Stability, Vibration, and Control of Machines and Structures, 03–05.07.2014, Belgrade, Serbia, pp. 212–223.)

Научни рад у међународном часопису изузетних вредности, категорија M21a

- [2] **Radulović, R.**, Obradović, A., Šalinić, S., Mitrović, Z.: The brachistochronic motion of a wheeled vehicle, *Nonlinear Dynamics*, vol. 87, no. 1, pp. 191-205, 2017 (**IF = 3,000** за 2015. годину), First Online: 26 August 2016 (ISSN 0924-090X), [doi 10.1007/s11071-016-3035-3](https://doi.org/10.1007/s11071-016-3035-3).

Научни радови у врхунским међународним часописима, категорија M21

- [3] **Radulović, R.**, Obradović, A., Šalinić, S.: Contribution to the determination of the global minimum time for the brachistochronic motion of a holonomic mechanical system, *Meccanica*, vol. 52, no. 4, pp. 795-805, 2017 (**IF = 1,949** за 2014. годину), First Online: 25 March 2016 (ISSN 0025-6455), [doi: 10.1007/s11012-016-0425-z](https://doi.org/10.1007/s11012-016-0425-z).
- [4] **Radulović, R.**, Šalinić, S., Obradović, A., Rusov, S.: A new approach for the determination of the global minimum time for the Chaplygin sleigh brachistochrone problem, *Mathematics and Mechanics of Solids* (**IF = 1,836** за 2015. годину), First Online: 14 March 2016 (ISSN 1081-2865), [doi: 10.1177/1081286516637234](https://doi.org/10.1177/1081286516637234).

Научни радови у часописима међународног значаја верификованих посебном одлуком, категорија M24

- [5] **Radulović, R.**, Obradović, A., Jeremić, B.: Analysis of the minimum required coefficient of sliding friction at brachistochronic motion of a nonholonomic mechanical system, *FME Transactions*, Vol. 42, No. 3, pp. 199–204, 2014, [doi: 10.5937/fmet1403199R](https://doi.org/10.5937/fmet1403199R).
- [6] **Radulović, R.**, Zeković, D., Lazarević, M., Segl'a, Š., Jeremić, B.: Analysis the Brachistochronic Motion of a Mechanical System with Nonlinear Nonholonomic Constraint, *FME Transactions*, Vol. 42, No. 4, pp. 290–296, 2014, [doi: 10.5937/fmet1404290R](https://doi.org/10.5937/fmet1404290R).
- [7] Jeremić, B., **Radulović, R.**, Obradović, A.: Analysis of the brachistochronic motion of a variable mass nonholonomic mechanical system, *Theoretical and Applied Mechanics*, vol. 43, no. 1, pp. 19-32, 2016, [doi: 10.2298/TAM150723002J](https://doi.org/10.2298/TAM150723002J).

Научни радови саопштени на скупу међународног значаја, штампани у целини, категорија M33

- [8] **Radulović, R.**: Shooting method in determining global minimum time of brachistochronic motion, in: Proceedings of the 4th International Congress of Serbian Society of Mechanics, 04–07.06.2013, Vrnjačka Banja, pp. 159–164 (ISBN 978-86-909973-5-0).
- [9] **Radulović, R.**, Obradović, A. and Jeremić, B.: Brachistochronic Motion of a Nonholonomic Mechanical System with Limited Reactions of Constraints, in: Proceedings of the 4th International Congress of Serbian Society of Mechanics, 04–07.06.2013, Vrnjačka Banja, pp. 903–908 (ISBN 978-86-909973-5-0).

- [10] **Radulović, R.**, Zeković, D., Pavišić, M.: Brachistochronic motion of a nonlinear nonholonomic mechanical system, in: Proceedings of the 5th International Congress of Serbian Society of Mechanics, 15–17.06.2015, Arandelovac, Serbia (ISBN 978-86-7892-715-7).
- [11] Jeremić, B., **Radulović, R.**, Obradović, A.: Brachistochronic motion of a variable mass nonholonomic mechanical system, in: Proceedings of the 5th International Congress of Serbian Society of Mechanics, 15–17.06.2015, Arandelovac, Serbia (ISBN 978-86-7892-715-7).

Научни радови саопштени на скупу међународног значаја, штампани у изводу, категорија М34

- [12] **Radulović, R.**, Zeković, D., Lazarević, M., Jeremić, B.: Analysis of minimum required sliding friction coefficient in the brachistochronic motion of a mechanical system with nonlinear nonholonomic constraint, in: Proceedings of the 1th International Symposium on Machines, Mechanics and Mechatronics, 01–02.07.2014, Belgrade, Serbia (ISBN 978-86-7083-830-7).
- [13] Rusov, M., Lazarević, M., **Radulović, R.**, Jeremić, B.: Trajectory and basic multybody dynamic analysis for five-axis CNC machines, in: Proceedings of the 1th International Symposium on Machines, Mechanics and Mechatronics, 01–02.07.2014, Belgrade, Serbia (ISBN 978-86-7083-830-7).

5. ЗАКЉУЧАК И ПРЕДЛОГ

На основу детаљног прегледа докторске дисертације, Комисија за преглед, оцену и одбрану докторске дисертације констатује да је докторска дисертација под називом **„Глобални минимум времена кретања механичких система са ограниченим управљањима и реакцијама веза“** кандидата **Радослава Д. Радуловића**, дипл. инж. маш.-мастер, урађена према свим стандардима у научно-истраживачком раду, као и да испуњава све услове предвиђене Законом о високом образовању и да је у складу са Статутом и Правилником о докторским студијама Машинског факултета Универзитета у Београду. На основу резултата и закључака приказаних у докторској дисертацији, Комисија констатује да је кандидат **Радослав Д. Радуловић**, дипл. инж. маш.-мастер, успешно завршио докторску дисертацију у складу са предвиђеним предметом и постављеним циљевима истраживања. Кандидат је дошао до оригиналних научних резултата који су успешно и верификовани. Комисија за оцену и одбрану докторске дисертације закључила је да докторска дисертација под називом **„Глобални минимум времена кретања механичких система са ограниченим управљањима и реакцијама веза“** представља оригиналан и вредан научни рад са научним доприносима у области машинства, ужа научна област Механика, па сходно члану 37. Правилника о докторским студијама Машинског факултета Универзитета у Београду, Комисија предлаже Наставно-научном већу Машинског факултета у Београду да Реферат прихвати, дисертацију стави на увид јавности и упути Реферат на коначно усвајање Већу научних области техничких наука Универзитета у Београду, а да се након тога кандидат **Радослав Д. Радуловић**, дипл. инж. маш.-мастер, позове на јавну одбрану.

У Београду, 27. 02. 2017. год.

Чланови Комисије:

др Драгомир Зековић, редовни професор, ментор
Универзитет у Београду, Машински факултет

др Александар Обрадовић, редовни професор, ментор
Универзитет у Београду, Машински факултет

др Никола Младеновић, редовни професор
Универзитет у Београду, Машински факултет

др Зоран Стокић, ванредни професор
Универзитет у Београду, Машински факултет

др Славиша Шалинић, ванредни професор
Универзитет у Крагујевцу, Факултет за машинство и грађевинарство у Краљеву

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
- МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ –
Број:133/3
Датум: 02.03.2017. године
Београд, Краљице Марије бр. 16

На основу члана 30. Закона о високом образовању („Службени гласник РС“, број 76/2005, 100/2007 – аутентично тумачење, 97/2008, 93/2012 и 89/2013), члана 63. Статута Машинског факултета (број 1876/1 од 04.10.2013. године) и члана 37. Правилника о докторским студијама Машинског факултета, Наставно-научно веће на седници одржаној 02.03.2017. године, донело је

ОДЛУКУ

Усваја се реферат Комисије о урађеној докторској дисертацији „**ГЛОБАЛНИ МИНИМУМ ВРЕМЕНА КРЕТАЊА МЕХАНИЧКИХ СИСТЕМА СА ОГРАНИЧЕНИМ УПРАВЉАЊИМА И РЕАКЦИЈАМА ВЕЗА**“ студента **РАДОСЛАВА РАДУЛОВИЋА**, дипл. инж. маш. – мастер.

Јавна одбрана докторске дисертације обавиће се по добијању сагласности Универзитета у Београду.

Универзитет у Београду је својом Одлуком број 61206-3363/2-16, од 04.07.2016. године, дао сагласност на предлог теме докторске дисертације.

Објављени радови студента у часописима међународног значаја:

1. **Radulović, R.**, Obradović, A., Šalinić, S., Mitrović, Z.: The brachistochronic motion of a wheeled vehicle, *Nonlinear Dynamics*, vol. 87, no. 1, pp. 191-205, 2017 (**IF = 3,000** за 2015. годину), First Online: 26 August 2016 (ISSN 0924-090X), doi 10.1007/s11071-016-3035-3.
2. **Radulović, R.**, Obradović, A., Šalinić, S.: Contribution to the determination of the global minimum time for the brachistochronic motion of a holonomic mechanical system, *Meccanica*, vol. 52, no. 4, pp. 795-805, 2017 (**IF = 1,949** за 2014. годину), First Online: 25 March 2016 (ISSN 0025-6455), doi: 10.1007/s11012-016-0425-z.
3. **Radulović, R.**, Šalinić, S., Obradović, A., Rusov, S.: A new approach for the determination of the global minimum time for the Chaplygin sleigh brachistochrone problem, *Mathematics and Mechanics of Solids* (**IF = 1,836** за 2015. годину), First Online: 14 March 2016 (ISSN 1081-2865), doi: 10.1177/1081286516637234.

Одлуку доставити: студенту, ментору, Катедри за механику и архиви Факултета.

ДЕКАН
МАШИНСКОГ ФАКУЛТЕТА
проф. др Радивоје Митровић