

Факултет Машински

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ

369/5

(Број захтева)

Веће научних области техничких наука

(Назив већа научне области коме се захтев  
упућује)

01.06.2023.

(Датум)

## ЗАХТЕВ

### за давање сагласности на одлуку о прихватању теме докторске дисертације и о одређивању ментора

Молимо да, сходно члану 47. ст. 5. тач. 3. Статута Универзитета у Београду ("Гласник Универзитета", број 186/15-пречишћени текст и 189/16), дате сагласност на одлуку о прихватању теме докторске дисертације:

**„НУМЕРИЧКО РЕШАВАЊЕ ГЛАУЕРТОВЕ ЈЕДНАЧИНЕ ПРОТОЧНОСТИ РОТОРА У  
УСЛОВИМА РАВНОТЕЖНОГ ЛЕТА ХЕЛИКОПТЕРА ИСПОД ГРАНИЦЕ  
ПРИХВАТЉИВОСТИ СТОЛ-ФЛАТЕРА“**

(пун назив предложене теме докторске дисертације)

НАУЧНА ОБЛАСТ

Ваздухопловство

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ:

- Име, име једног од родитеља и презиме кандидата:  
МАРЈАН (ДУШКО) ДОДИЋ
- Претходно образовање (назив и седиште факултета, студијски програм):  
Машински факултет Београд, петогодишње студије
- Година завршетка претходног нивоа студија: 2007.
- Година уписа на докторске студије: 2017.
- Назив студијског програма докторских студија: Машинско инжењерство

ПОДАЦИ О МЕНТОРУ:

Име и презиме ментора: Мирко Динуловић

Звање: редовни професор

Списак радова који квалификују ментора за вођење докторске дисертације:

1. Dinulovic Mirko R Trninic Marta R Rasuo Bosko P Kozovic Dejan V, Methodology for Aeroacoustic Noise Analysis of 3-Bladed H-Darrieus Wind Turbine, THERMAL SCIENCE, (2023), vol. 27 br. 1, str. 61-69, <https://doi.org/10.2298/TSCI2301061D>, ISSN 0354-9836, M23 IF 1.827
2. Monticeli Francisco Maciel Daou David Dinulovic Mirko R Cornelis Voorwald Herman Jacobus Hilario Cioffi Maria Odila, Mechanical behavior simulation: NCF/epoxy composite processed by RTM, POLYMERS & POLYMER COMPOSITES, (2019), vol. 27 br. 2, str. 66-75, <https://doi.org/10.1177/0967391118817174>, ISSN 0967-3911, M23, IF 1.841
3. Sghayer Abulgasem Grbovic Aleksandar M Sedmak Aleksandar S Dinulovic Mirko R Grozdanovic Ines B Sedmak Simon A Petrovski Blagoj. Experimental and Numerical Analysis of Fatigue Crack Growth in Integral Skin-Stringer Panels, TEHNICKI VJESNIK-TECHNICAL GAZETTE, (2018), vol. 25 br. 3, str. 785-791, <https://doi.org/10.17559/TV-20170308110329>, ISSN 1330-3651, M23 IF 0.864
4. Krstic Branimir B Rebhi Lamine Ilic Nada M Dodic Marjan D Dinulovic Mirko R Andric Predrag Trifkovic Dragan R, Failure of mounting bolt of helicopter main gearbox support strut ENGINEERING FAILURE ANALYSIS, (2016), vol. 70 br. , str. 351-363, <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2016.09.012>, ISSN 1350-6307, M21 IF 3.674
5. Markovic Zoran J Stupar Slobodan N Dinulovic Mirko R Pekovic Ognjen M Stefanovic Predrag Lj Cvetinovic Dejan B , Assessment Results of Fluid-Structure Interaction Numerical Simulation Using Fuzzy Logic, THERMAL SCIENCE, (2016), vol. 20 br. , Suppl. 1, str. S235-S250, <https://doi.org/10.2298/TSCI160111083M>, ISSN 0354-9836, M23 IF 1.827

Име и презиме ментора: Александар Бенгин

Звање: редовни професор

Списак радова који квалификују ментора за вођење докторске дисертације:

1. Grujić R, Mladenović N, Bengin A, Vorotović G, Dong L, Atluri S, Meshless Fragile Points Method (FPM) in a 2D and 3D potential compressible subsonic fluid flow, Engineering Analysis with Boundary Elements, ISSN: 0955-7997, Volume 151, pp. 538-547, 2023. doi: 10.1016/j.enganabound.2023.03.032; IF(2021) 3,250; JCR ранг: 33/92 (M22)
2. Dančuo Z, Kostić I, Kostić O, Bengin A, Vorotović G, Initial Development of the Hybrid Semielliptical-Dolphin Airfoil, Thermal Science, ISSN: 0354-9836, Volume 26, Issue 3 Part A, pp. 2199-2210, 2022. doi: 10.2298/TSCI210515234D; IF(2021) 1,971; JCR ранг: 44/63 (M23)
3. Kostić Č, Bengin A, Rašuo B, Damjanović D. Calibration of the CFD code based on testing of a standard AGARD-B model for determination of aerodynamic characteristics, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part G: Journal of Aerospace Engineering, ISSN: 0954-4100, Vol. 235, Issue 10, pp: 1129-1145, 2021, doi: 10.1177/0954410020966859; IF(2021) 1,285; JCR ранг: 26/34 (M23)
4. Ekmedžić MŽ, Bengin A, Rašuo B, Conceptual Design and Flight Envelopes of a Light Aircraft for Mars Atmosphere, Tehnički vjesnik - Technical Gazette, ISSN: 1330-3651, Volume 25, Issue Supplement 2, pp. 375-381, 2018. doi: 10.17559/TV-20170908130808; IF(2018) 0,644; JCR ранг: 78/88 (M23)
5. Ocokoljić G, Rašuo B, Bengin A, Aerodynamic shape optimization of guided missile based on wind tunnel testing and CFD simulation, Thermal Science, ISSN: 0354-9836, Volume 21, Issue 3, pp. 1543-1554, 2017. doi: 10.2298/TSCI150515184O; IF(2017) 1,433; JCR ранг: 33/59 (M22).

Обавештавамо вас да је Наставно – научно веће на седници одржаној 01.06.2023. године размотрило предложену тему и закључило да је тема подобра за израду докторске дисертације јер садржи оригиналну идеју и да је од значаја за развој науке, примену њених резултата, односно развој научне мисли уопште.

ДЕКАН ФАКУЛТЕТА

Прилог:

1. Одлука Наставно-научног већа о прихватању теме и одређивању ментора
2. Извештај Комисије о оцени научне заснованости теме докторске дисертације

**Напомена:** Факултет доставља Универзитету захтев са прилозима у електронској форми и једном писаном примерку за архиву Универзитета

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ  
- МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ -  
Број: 369/5  
Датум: 01.06.2023. године  
Београд, Краљице Марије 16

На основу члана 40. Закона о високом образовању („Службени гласник РС“, број 88/2017, 27/2018 – др. закон 73/2018, 67/2019, 11/2021 – аутентично тумачење, 67/2021 – др. Закон, 67/2021), члана 64. Статута Машинског факултета – пречишћени текст (број 1136/4 од 28.06.2021. године), Одлуке о изменама и допунама Статута број 239/6 од 17.02.2023. године и члана 38. Правилника о докторским студијама Машинског факултета и захтева студента **Марјана Додића**, дипл. инж. маш., бр. 369/1 од 03.03.2023. године да му се одобри израда докторске дисертације, извештаја Комисије у саставу: др Александар Симоновић, ред. проф., др Огњен Пековић, ванр. проф., др Јелена Сворцан, ванр. проф., др Тони Иванов, доц. и др Бранимир Крстић, ванр. проф., Универзитет одбране у Београду – Војна академија, Наставно-научно веће Машинског факултета на седници од 01.06.2023. године, донело је следећу

### ОДЛУКУ

Прихвата се научна заснованост теме докторске дисертације и констатује да студент **МАРЈАН ДОДИЋ**, дипл. инж. маш., испуњава услове за израду докторске дисертације **«НУМЕРИЧКО РЕШАВАЊЕ ГЛАУЕРТОВЕ ЈЕДНАЧИНЕ ПРОТОЧНОСТИ РОТОРА У УСЛОВИМА РАВНОТЕЖНОГ ЛЕТА ХЕЛИКОПТЕРА ИСПОД ГРАНИЦЕ ПРИХВАТЉИВОСТИ СТОЛ-ФЛАТЕРА»**.

Одлуком ННВ број 369/3, од 06.04.2022. године за менторе докторске дисертације **Марјана Додића**, дипл. инж. маш. именовани су др Мирко Динуловић, ред. проф. и др Александар Бенгин, ред. проф.

Одлуку доставити: Већу научних области техничких наука Универзитета у Београду, ментору и архиви Факултета.

ДЕКАН  
МАШИНСКОГ ФАКУЛТЕТА

проф. др Владимир Поповић

## **ВЕЋУ ДОКТОРСКИХ СТУДИЈА**

**Предмет:** Подобност теме и кандидата Марјана Додића, дипл. инж. маш., за израду докторске дисертације

Одлуком Наставно-научног већа Машинског факултета бр. 369/3 од 06. 04. 2023. године, именовани смо за чланове Комисије за оцену подобности теме и кандидата Марјана Додића, дипл. инж. маш. за израду докторске дисертације и научне заснованости теме „Нумеричко решавање Глауертове једначине проточности ротора у условима равнотежног лета хеликоптера испод границе прихватљивости стол-флатера“.

На основу материјала приложеног уз Захтев кандидата, Комисија подноси следећи

## **РЕФЕРАТ**

### **1. Подаци о кандидату**

#### **1.1. Биографски подаци**

Кандидат **Марјан (Душко) Додић** рођен је 1981. године у Нишу. Након завршетка основне школе „Бора Станковић“ у Јелашници, уписује Војну гимназију у Београду коју завршава 2000. године. На Војнотехничкој академији у Жаркову дипломирао је 2005. године, са просечном оценом 8.71 и стекао звање дипломирани инжењер машинства, смер Ваздухопловнотехничка служба, машинско усмерење, специјалност Ваздухоплови и ваздухопловни мотори. На Универзитету у Београду - Машинском факултету дипломирао је 2007. године, одбранивши дипломски рад на тему „Анализа пројектно-конструктивног решења турбомлазног мотора ММ17“ код проф. др Васка Фотева, дипл. инж. маш..

У периоду од 2005. до 2016. године, радио је на војном аеродрому Батајница на пословима ваздухопловнотехничког одржавања школске, школско-борбене и транспортне авијације и хеликоптера у првом и другом нивоу одржавања. Обављао је дужности командира вода, командира чете и технолога за ваздухопловнотехничко одржавање подзвучне авијације. У наставни процес на Војној академији Универзитета одбране у Београду укључен је од 2011. године као сарадник у настави на Катедри војног ваздухопловства. Од 2016. године запослен је на Катедри војномашинског инжењерства Војне академије, на месту сарадника у настави, у звању асистента за ужу научну област Ваздухопловно машинство. Изводи наставу (вежбе, стручну праксу и посебне облике наставе) на два студијска програма: ОАС Војномашинско инжењерство, модул Ваздухоплови и ваздухопловни мотори и ИАС Војно ваздухопловство, модули Пилот авиона и Пилот хеликоптера.

Кандидат се дужи низ година бави научноистраживачким радом у области ваздухопловства. Коаутор је више научних радова, једног малог патента, као и једног методичког приручника. Области интересовања кандидата су перформансе лета авиона и хеликоптера, погонске групе ваздухоплова, аеродинамика ротирајућег крила, аероеластичност, технологија и организација одржавања војних ваздухоплова.

## 1.2. Сечено научноистраживачко искуство

Марјан Додић је студент треће године Докторских академских студија на Универзитету у Београду - Машинском факултету. Прву годину студија уписао је школске 2017/18. године и од тада се непрекидно налази у статусу студента који студира уз рад. Трећу годину студија кандидат уписује школске 2022/23. године, те је статус студента Докторских студија усклађен са Законом. Кандидат је положио све предвиђене испите и одбранио Пројекат идеје докторске дисертације, чиме је стекао услов за пријаву теме докторске дисертације у складу са одредбама Правилника о Докторским студијама. Списак положених испита дат је у Табели 1.

Табела 1. Преглед положених испита на докторским студијама

| р.б          | Предмет - испит                                            | ЕСПБ | оцена                |
|--------------|------------------------------------------------------------|------|----------------------|
| 1.           | Омнир и комуникација                                       | 5    | 10                   |
| 2.           | Виши курс математике                                       | 5    | 9                    |
| 3.           | Нумеричке методе                                           | 5    | 10                   |
| 4.           | Одабрана поглавља из композитних конструкција ваздухоплова | 5    | 10                   |
| 5.           | Истраживање и публикување 1                                | 10   | 10                   |
| 6.           | Одабрана поглавља из механике                              | 5    | 10                   |
| 7.           | Одабрана поглавља из структуралне анализе ваздухоплова     | 5    | 10                   |
| 8.           | Одабрана поглавља из аероеластичности                      | 5    | 10                   |
| 9.           | Истраживање и публикување 2                                | 15   | 10                   |
| 10.          | Замор и процена века ваздухопловних конструкција           | 5    | 10                   |
| 11.          | Нумеричке анализе структура                                | 5    | 10                   |
| 12.          | Истраживање и публикување 3                                | 20   | 10                   |
| 13.          | Истраживање и публикување 4                                | 8    | 9                    |
| 14.          | Пројекат идеје докторске дисертације                       | 22   | 10                   |
| Укупно ЕСПБ: |                                                            | 120  | просечна оцена: 9,86 |

Почев од школске 2011/12. године, кандидат изводи наставу (вежбе, стручну праксу и посебне облике наставе) на Војној Академији Универзитета одбране у Београду. Научноистраживачким радом се активно бави од 2013. године. Као члан истраживачког тима, био је ангажован на два научноистраживачка пројекта финансирана од стране Министарства одбране Републике Србије. У наведеном периоду објавио је више радова као коаутор.

## M20 Радови објављени у научним часописима међународног значаја

### Истакнути међународни часопис (M22)

1. Younes Djemaoune, Branimir Krstic, Stefan Rasic, Daniel Radulovic, **Marjan Dodic**, *Numerical Investigation into In-Plane Crushing of Tube-Reinforced Damaged 5052 Aerospace Grade Aluminum Alloy Honeycomb Panels*, Materials (2022) Vol. 14, Issue 17, 4992, ISSN: 1996-1944, IF 2021: 3.748
2. Branimir Krstic, Lamine Rebhi, Nada Ilic, **Marjan Dodic**, Mirko Dinulovic, Predrag Andric, Dragan Trifkovic, *Failure of mounting bolt of helicopter main gearbox support strut*, Engineering Failure Analysis (2016), Vol. 70, pp. 351-363, ISSN: 1350-6307, IF 2016: 1.676
3. Branimir Krstic, Lamine Rebhi, Dragan Trifkovic, Nabil Khetrou, **Marjan Dodic**, Sreten Peric, Milorad Milovancevic, *Investigation into recurring military helicopter landing gear*

failure, Engineering Failure Analysis (2016), Vol. 63, pp. 121-130, ISSN: 1350-6307, IF 2016: 1.676

#### **Међународни часопис (M23)**

4. Younes Djemaoune, Branimir Krstic, Stefan Rasic, Daniel Radulovic, **Marjan Dodic**, *Experimental investigation of an alternative approach to temporarily repair Nomex honeycomb sandwich structures in aerospace applications*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part L: Journal of Materials: Design and Applications (2022) Vol. 237, Issue 5, pp. 1215–1228, ISSN: 1464-4207, IF 2021: 2.663
5. Dalibor Petrovic, **Marjan Dodic**, Nenad Kapor, *A New Design Solution for Aircraft Wheels that Reduces Overpressure in the Tire while Retaining its Absorption Power and its Dimensions*, Strojniski Vestnik-Journal Of Mechanical Engineering (2020), Vol. 66, Issue 7-8, pp. 431-438, ISSN: 0039-2480, IF 2020: 1.554

#### **Национални часопис међународног значаја (M24)**

6. Younes Djemaoune, Branimir Krstic, Bosko Rasuo, Stefan Rasic, Daniel Radulovic, **Marjan Dodic**, *Numerical Investigation of Dynamic Response of Honeycomb Sandwich Panels Filled with Circular Tubes Under Low Velocity Impact in the In-Plane Direction*, FME Transactions (2022) Vol. 49, Issue 4, pp. 969-976, ISSN: 1451-2092

#### **M50 Радови објављени у научним часописима националног значаја**

##### **Врхунски часопис националног значаја (M51)**

7. Younes Djemaoune, Branimir Krstic, Daniel Radulovic, Stefan Rasic, **Marjan Dodic**, *Numerical investigation of open-hole damaged Nomex™ honeycomb panel under three-point bending load*, Scientific Technical Review (2021) Vol. 71, Issue 2, pp. 14-18
8. **Marjan Dodic**, Branimir Krstic, Bosko Rasuo, *Single rotor helicopter parasite drag estimation in the preliminary design stage*, Tehnika (2018) Vol. 73, Issue 1, pp. 65-77

##### **Истакнути часопис националног значаја (M52)**

9. Lamine Rebhi, Mirko Dinulovic, Predrag Andric, **Marjan Dodic**, Branimir Krstic, *On the effective shear modulus of composite honeycomb sandwich panels*, Scientific Technical Review (2016) Vol. 66, Issue 4, pp. 59-65

### **1.3. Оцена подобности кандидата за рад на предложеној теми**

Комисија за оцену подобности теме и кандидата за израду докторске дисертације закључује да је Марјан Додић, дипл. инж. маш., положио све испите предвиђене наставним планом и програмом Докторских академских студија, да је одбранио Пројекат идеје докторске дисертације, стекао укупно 120 ЕСПБ и објавио најмање један рад у научном часопису који по садржају одговара предложеној теми и тиме стекао услов за пријаву теме докторске дисертације. На основу остварених научноистраживачких резултата, публикованих радова и биографских података, Комисија сматра да је Марјан Додић подобан кандидат за успешан рад на предложеној теми дисертације.

### **2. Предмет и циљ истраживања**

Предмет научног истраживања је нумеричко решавање нелинеарних једначина и система нелинеарних једначина које чине упрошћени математички модел равнотежног лета једнороторног хеликоптера. Без обзира на вишедеценијски развој рачунарске технике којим је омогућена практична примена комплексних и реалистичних модела равнотежног лета хеликоптера, као што су модели са фиксним/слободним трагом (*енгл. prescribe/free wake*), затим CFD и CFD/CSD симулације, као и софтверска решења за тзв. „свеобухватну анализу“

(енгл. *Comprehensive Analysis*), основни тј. упрошћени (енгл. *low-fidelity*) модели и даље имају значајно место и улогу у научној заједници и индустрији летелица са ротирајућим крилом [1-6]. У питању су робусни математички модели који се користе у симулаторима лета, за потребе прорачуна перформанси летелица у брзим итеративним циклусима прелиминарног дизајна, као и за одређивање параметара аероеластичне и динамичке стабилности и управљивости [7-8]. Када је реч о моделовању струјања на ротору, углавном се користе статички и динамички модели линеарне дистрибуције индуковане брзине, засновани на резултатима теорије идеалног ротора [9,10]. Са тим у вези, Глауертова једначина проточности, као основна једначина теорије идеалног ротора за хоризонтални (напредујући) лет и даље представља полазну тачку у решавању значајног броја проблема у симулацији лета, анализи перформанси и аероеластичној стабилности и управљивости летелица са ротирајућим крилом, а њено решавање у оним условима равнотежног лета хеликоптера у којим *low-fidelity* модели имају практичну примену, представља централну тачку истраживања.

Глауертова једначина се превасходно решава нумеричким путем, а такође се у литератури могу пронаћи примери апроксимативног решавања, које подразумева свођење нелинеарне једначине вишег реда на квадратну једначину која се затим решава аналитички, уз одбацивање нефизикалног решења [11]. Нумеричко решавање представља прецизнију и чешће коришћену процедуру, поготово за мале вредности коефицијента напредовања  $\mu$ . Прегледом литературе установљено је да се за решавање Глауертове једначине проточности искључиво користи Њутнов поступак, иако је у протеклих петнаест година развијен велики број ефикасних мултикорачних метода високог реда конвергенције [12-17]. Са тим у вези, може се поставити питање да ли традиционални приступ употребе Њутнове методе и даље представља најбољи могући избор.

Доступна литература на ову тему је јако скромна, док математичка или било која друга анализа нумеричког решавања Глауертове једначине из ње потпуно изостаје [18]. Такође, не постоје одговори на питања да ли треба решавати изворну, ирационалну форму једначине, или је ефикасније извршити њено превођење у рационални облик, који је несумњиво погоднији за налажење извода вишег реда, што може бити од значаја уколико се користе једнокорачне методе високог реда конвергенције. Са друге стране, такав поступак може бити ризичан са аспекта појаве додатних решења која немају физички смисао, а која се хипотетички могу наћи у близини усвојене почетне вредности, што отвара могућност конвергенције ка „погрешном решењу“. Сходно томе, јавља се и проблем одређивања почетне вредности итеративног низа и самим тим отвара истраживачки простор за остваривање релевантног научног доприноса у наведеном предмету истраживања.

Иако Глауертова једначина датира из 1926. године, њена примена не застарева, а узимајући у обзир најновији тренд вертикалног повезивања математичких модела различитог нивоа сложености кроз тзв. *dual-solver* системе, не изненађује појачано интересовање научне заједнице за унапређењем постојећих *low-fidelity* модела летелица са ротирајућим крилом, укључујући и актуелне напоре на пољу истраживања лета у условима малих Рејнолдсових бројева, као и примене теорије идеалног ротора у условима транзиционог лета тилт-ротора на великим нападним угловима [19-23].

Са друге стране, научној и стручној јавности је у [18] пре неколико година представљено аналитичко решење Глауертове једначине и истовремено је предложена његова употреба за примарно решавање једначине, односно као алат за оцену постојећих нумеричких метода. Наведено аналитичко решење је комплексно и врло захтевно за примену, пре свега са аспекта одбацивања решења која немају физички смисао, као и због великог броја потребних рачунских операција, због чега се поставља питање рачунске ефикасности и оправданости примене, посебно у условима стандардне аритметичке прецизности због процеса нагомилавања грешке. Овај проблем није даље третиран у литератури.

Дакле, иако је у последње време креиран велики број двокорачних, трокорачних, па и четворокорачних метода за решавање нелинеарних једначина са изузетно високим редом конвергенције, не постоје примери решавања Глауертове једначине употребом ових

савремених метода. Битно је истаћи да постоји реална могућност да се неком од новијих нумеричких метода Глауертова једначина може решити у само једној итерацији, са прихватљивом, унапред дефинисаном тачношћу и у довољно широком опсегу параметара  $\mu$ ,  $C_T$  и  $\alpha_D$ . То би представљало значајан помак у односу на употребу Њутнове методе која је захтевала најмање 3 до 4 итерације, а коришћене почетне вредности нису обезбеђивале конвергенцију нумеричког решења у свим случајевима. Последично, потребно је да се за наведени опсег параметара испита утицај постојећих поступака за одређивање почетних вредности  $\lambda$  ( $\lambda_i$ ) датих у [24,25].

Имајући у виду да се главни ограничавајући фактор практичне примене *low-fidelity* модела прогресивног лета хеликоптера огледа у њиховој тачности у условима изражене присутности сложених појава на ротору чија физикалност није узета у обзир приликом моделовања, одређивање опсега параметара Глауертове једначине у коме ће се вршити компаративна анализа перформанси новијих нумеричких метода такође представља питање од интереса за ово истраживање. Са тим у вези, највећу улогу има динамички слом узгона на назадујућој лопатици ротора, односно последична појава стол-флатера. Локално, ограничено присуство динамичког столинга не угрожава безбедан лет хеликоптера, али доводи у питање употребну вредност поменутих *low-fidelity* модела са аспекта њихове тачности. Због тога је потребно јасно дефинисати границу прихватљивости стол-флатера из угла безбедности употребе летелице и истовремено унапредити упрошћени математички модел, тако да његова прецизност буде у сагласности са наменом до наведене границе. Другим речима, потребно је у *low-fidelity* моделе укључити довољно прецизан механизам одређивања границе прихватљивости стол-флатера, што представља додатни истраживачки задатак, али врло користан са аспекта анализе нумеричког решавања Глауертове једначине. Досадашња истраживања динамичког слома узгона ротирајућег крила, односно стол-флатера, везана су искључиво за моделе вишег нивоа сложености, заснованих на експерименталним испитивања аеропрофила у осцилаторним условима [26-31]. Са друге стране, једноставан модел одређивања границе прихватљивости стол-флатера представљен је у [32] и као такав има потенцијал да се уз одређену модификацију имплементира у *low-fidelity* моделе равнотежног лета хеликоптера класичне једнороторне конфигурације.

Преостали сегмент предмета истраживања се односи на нумеричко решавање система нелинарних једначина модела равнотежног лета. Ово је најкомплекснији проблем и заправо је први по редоследу решавања. Као што је већ наведено, да би се уопште донео суд о квалитету поступка нумеричког решавања Глауертове једначине, односно анализирао учинковитост већег броја метода и извели одговарајући закључци, потребно је одредити граничне услове тј. граничне вредности коефицијената - параметара једначине који су могући у пракси.

Из описаног предмета истраживања, проистичу следећи циљеви:

- Испитивање могућности употребе вишекорачних метода високог реда конвергенције за нумеричко решавање нелинеарних једначина, у циљу унапређења постојећих и опште прихваћених процедура и техника решавања изабраних аеромеханичких и аероеластичних проблема који се јављају код основног моделовања равнотежног лета хеликоптера класичне једнороторне конфигурације;
- Спровођење математичке анализе нумеричког решавања Глауертове једначине проточности у случају равнотежног лета хеликоптера каква недостаје у литератури;
- Поставка и брзо нумеричко решавање *low-fidelity* модела лонгитудиналне равнотеже сила за случај равнотежног (*енгл. forward flight*) лета хеликоптера;
- Дефинисање процедуре за одређивање границе прихватљивости појаве стол-флатера и њена имплементација у поменутих *low-fidelity* моделима;
- Одређивање граничних вредности параметара Глауертове једначине проточности ротора хеликоптера у условима равнотежног лета.

## 2.1. Преглед релевантне литературе

1. Carrizales, M.A., Dussart, G., Portapas, V. et al.: *Verification of a low fidelity fast simulation framework through RANS simulations*, CEAS Aeronautical Journal, Vol. 11, pp. 161–176, 2020.
2. Yin, X., Ma, H., Peng, X., Zhang, G., An, H., Wang, L.: *A New Algorithm on Automatic Trimming for Helicopter Rotor Aerodynamic Loads*, Aerospace Vol. 10, Issue 2, 150, 2023.
3. Zhang, T., Barakos, G. N., Furqan, Foster, M.: *Multi-fidelity aerodynamic design and analysis of propellers for a heavy-lift eVTOL*, Aerospace Science and Technology, Vol. 135, 108185, 2023.
4. Gaurav, M. et al.: *Machine Learning Based Approach to Improve Low-Fidelity Predictions for a Compound Helicopter*, Proceedings of the 77th Vertical Flight Society Annual Forum, Virtual, May 10. Vol. 14. 2021.
5. Collins, B. K., Sankar, N. L., Mavris, N. D.: *Application of low-and high-fidelity simulation tools to helicopter rotor blade optimization*, Journal of the American Helicopter Society Vol. 58, Issue 4, pp. 1-10, 2013.
6. Dudul, Md Samiul Hasan, Mohammad Sultan Mahmud, and Md Ashraful Islam: *Low-Fidelity Aerodynamic Load Analysis of Helicopter Rotor in Hover*, Journal of Aeronautics, Astronautics and Aviation, Vol. 55, Issue 2, pp.159-167, 2023.
7. Ioannis, G., Pachidis, V., Pilidis, P.: *Helicopter rotor blade flexibility simulation for aeroelasticity and flight dynamics applications*, Journal of the American Helicopter Society, Vol. 59, Issue 4, pp 1-18, 2014.
8. Johnson, W.: *NDARC NASA design and analysis of rotorcraft*, TN-46522, NASA, USA, 2017.
9. Peters D.A.: *How dynamic inflow survives in the competitive world of rotorcraft aerodynamics*, Journal of the American Helicopter Society, Vol. 54(1), pp. 1–15, USA, 2009.
10. Sakthivel, T., Venkatesan. C.: *Rotorcraft control response using linearised and non-linear flight dynamic models with different inflow models*, The Aeronautical Journal, Vol. 121 (1238), pp. 553-575, 2017.
11. Petrovic Z., Stupar S., Kostić I., Simonovic A.M., *Determination of a Light Helicopter Flight Performance at the Preliminary Design Stage*, Strojniski Vestnik, Vol. 56, No. 9, Slovenia, 2010.
12. Petković, M. et al.: *Multipoint methods for solving nonlinear equations: A survey*, Applied Mathematics and Computation, Vol. 226, pp. 635-660, 2014.
13. Sharma, R. J., Himani, A.: *Efficient higher order derivative-free multipoint methods with and without memory for systems of nonlinear equations*, International Journal of Computer Mathematics Vol. 95, Issue 5, pp. 920-938, 2018.
14. Sharma, H., Kansal, M., Behl, R.: *An Efficient Optimal Derivative-Free Fourth-Order Method and Its Memory Variant for Non-Linear Models and Their Dynamics*, Mathematical and Computational Applications, Vol. 28, Issue 2, (48) 2023.
15. Mohammed, R. et al.: *A Class of Methods for Solving Nonlinear Equation*, Journal of Al-Qadisiyah for Computer Science and Mathematics, Vol. 13, Issue 2, 2021.
16. Chun, C.: *Some fourth-order iterative methods for solving nonlinear equations*, Applied mathematics and computation, Vol. 195 Issue 2, pp. 454-459, 2008.
17. Grau-Sánchez, M., Ángela G., Miquel N.: *Ostrowski type methods for solving systems of nonlinear equations*, Applied Mathematics and Computation, Vol. 218, Issue 6 pp. 2377-2385, 2011.
18. Ganguli R.: *A Pedagogical Example for STEM using the Glauert Inflow Equation*, Mathematica and Python, AIAA Scitech Forum, San Diego, USA, 2019.
19. Lyu, W., Wang, S., Yang, A.: *Some improvements of hybrid trim method for a helicopter rotor in forward flight*, Aerospace Science and Technology, Volume 113, 106709, 2021.
20. Smith M.J., Moushegian A.: *Dual-solver hybrid computational approaches for design and analysis of vertical lift vehicles*, The Aeronautical Journal Vol. 126, pp. 187–208, UK, 2022.
21. Peters D.A., Modarres R., Howard A. B., Rahming B.: *A Third Approximation to Glauert's Momentum Theory*, Journal of the American Helicopter Society, Vol. 61, 042007, USA, 2016.
22. Rubin R. L., Zhao D.: *New Development of Classical Actuator Disk Model for Propellers at Incidence*, AIAA Journal, Vol. 59, No. 3, USA, 2021.
23. Withrow-Maser S., Johnson W., Young L., Witold J. K. F., Kuang W., Malpica C. A., Balaram J., Tzanetos T.: *Mars Science Helicopter: Conceptual Design of the Next Generation of Mars Rotorcraft*, NASA, TM—2020–220485, USA, 2020.
24. W. Johnson: *NDARC NASA Design and Analysis of Rotorcraft – Theory*, NASA/TP–2015-218751, NASA, USA, 2016.
25. Leishman J. G.: *Principles of Helicopter Aerodynamics*, Cambridge University Press, UK, 2000.

26. Bhat, S. S., Raghuraman N. G.: *Stall flutter of NACA 0012 airfoil at low Reynolds numbers*, Journal of Fluids and Structures, Vol. 41, pp. 166-174, 2013.
27. Karen, M., Raffel, M. *Dynamic stall development*, Experiments in fluids, Vol. 54, pp. 1-9, 2013.
28. Leishman, J. G., and Beddoes, T. S.: *A Semi-Empirical model for dynamic stall*, Journal of the American Helicopter society, Vol. 34., Issue 3, pp 3-17, 1989.
29. Holierhoek, J. G., et al.: *Comparing different dynamic stall models*, Wind Energy, Vol. 16, Issue 1 pp. 139-158, 2013.
30. Wang, X., Jiaqing K., Zhang, W.: *A new dynamic stall prediction framework based on symbiosis of experimental and simulation data*, Physics of Fluids Vol. 33, Issue 12, 127119, 2021.
31. Gardner, A. D., et al.: *Review of rotating wing dynamic stall: Experiments and flow control*, Progress in Aerospace Sciences, Vol. 137, (100887), 2023.
32. F.D. Harris: *Rotary Wing Aerodynamics – Historical Perspective and Important Issues*, American Helicopter Society National Specialists Meeting on Aerodynamics and Aeroacoustics, Arlington, TX, 1987.

### 3. Полазне хипотезе

Основне хипотезе предложеног научног истраживања су:

- Глауертова једначина проточности идеалног ротора се правилним одабиром вишекорачне методе високог реда конвергенције и одговарајуће почетне вредности може успешно нумерички решити, односно може се пронаћи њено апроксимативно решење у само једној итерацији са задовољавајућим нивоом тачности у целом спектру параметара устаљеног хоризонталног (равнотежног) лета хеликоптера који су могући у пракси;
- Могуће је побољшати поступак одређивања почетне вредности итеративног низа чија би употреба побољшала перформансе нумеричког решавања Глауертове једначине;
- Могуће је развити једноставан, *low-fidelity* математички модел устаљеног лета хеликоптера и њиме генерисати граничне вредности параметара Глауертове једначине.

Помоћне хипотезе су:

- Употребом симболичке математике, систем нелинеарних једначина, који се налази у основи наведеног модела, може се уз прихватљиву грешку трансформисати у једну комплексну нелинеарну једначину, а затим решити неком од метода високог реда конвергенције, уз јасно изражене компаративне предности таквог начина решавања у односу на класични приступ решавања методама типа Њутн-Канторивич;
- Нелинеарна промена паразитног отпора летелице са променом угла нагиба трупа има значајан утицај на излазни резултат усвојеног модела, а самим тим и на генерисање граничних вредности параметара Глауертове једначине, те се може једноставно моделовати и укључити у *low-fidelity* математички модел устаљеног лета хеликоптера.
- Могуће је одредити практичне границе појаве стол-флатера у оквиру једноставних математичких модела равнотежног лета хеликоптера.

### 4. Научне методе истраживања

Основне научне методе које ће бити примењене у истраживању су:

- Метод посматрања и дескрипције се користи у почетним фазама истраживања тј. приликом утврђивања утицаја великог броја параметара лета на резултујући угао нагиба диск-актуатора;
- Метода моделовања, приликом израде нумеричког модела уздужне равнотеже сила у хоризонталном лету хеликоптера, код моделовања динамичког столинга;
- Метод нумеричког експеримента у главној фази истраживања, када се врши евалуација различитих итеративних метода за нумеричко решавање нелинеарних једначина;

- Статистичка метода због употребе великог броја показатеља којима се дефинишу узајамне везе између геометријских и аеродинамичких карактеристика летелица са ротирајућим крилом;
- Регресиона анализа се користи за моделовање утицаја Рејнолдсовог и Маховог броја на основна (таблична) својства репрезентативних аеропрофила лопатица главног и репног ротора хеликоптера;
- Компаративна анализа је неопходна приликом избора погодних метода за нумеричко решавање нелинеарних једначина.

## 5. Очекивани научни допринос

Очекивани научни допринос предложене теме дисертације обухвата следеће:

- Предложен је нови поступак за одређивање почетне вредности коефицијента индукване брзине ( $\lambda_i$ ) на ротору, неопходне за нумеричко решавање Глауертове једначине проточности, у којој је  $\lambda_i$  непозната величина. Овај поступак даје почетну вредност која је ближа корену једначине у односу на до сада коришћене поступке, што доводи до побољшања перформанси нумеричког решавања (стабилност конвергенције, број итерација, релативна грешка, рачунска ефикасност итд.). Решавање је извршено употребом постојећих нумеричких метода високог реда конвергенције, развијених у последњих петнаест година, које до сада нису коришћене за потребе математичког моделовања летелица са ротирајућим крилом. Комбинацијом изабране нумеричке методе, погодног облика једначине и новог поступка одређивања почетне вредности  $\lambda_i$ , дефинисана је нова процедура решавања. Ова процедура доводи до решења са прихватљивом тачношћу у само једној итерацији, у широком опсегу параметара којима се описује лет хеликоптера у условима без значајније појаве стол-флатера. Досадашњи начин решавања подразумевао је употребу Њутновог метода и обично захтевао 3 до 4 итерације, а за мале брзине лета и знатно више од тога, док постојећи поступци за добијање почетне вредности нису гарантовали нумеричку стабилност у свим случајевима.
- Испитана је употребна вредност аналитичког решења Глауертове једначине, представљеног у [18], које до сада није коришћено у пракси. Испитивање је извршено на потребном узорку и као резултат испитивања, перформансе аналитичког решења представљене у [18] су потврђене или одбачене, што би у случају одбацивања представљало новину;
- Укључивањем модификованог поступка за одређивање границе прихватљивости стол-флатера, изворно датог у [32], и моделовањем зависности силе отпора и узгона трупа хеликоптера од нападног угла, побољшана је тачност основног модела равнотежног лета хеликоптера који наведене елементе не укључује због једноставности и потребне брзине решавања (тзв. *low-fidelity* модели). Са тим у вези, креиран је поступак за свођење система нелинеарних једначина овог модела на једну нелинеарну једначину чиме се повећава рачунска ефикасност и скраћује време решавања побољшаног модела у односу на оригиналне, мање тачне моделе.

## 6. План истраживања и структура рада

Истраживање треба спровести у четири фазе. У првој фази потребно је прикупити и анализирати ширу литературу од оне која је приказана у тачки 2. овог извештаја. То се превасходно односи на следеће теме: нумеричке методе за решавање нелинеарних једначина (једнокорачне, мултикорачне, са меморијом, без меморије, алтернативни начини решавања нелинеарних једначина итд.), решавање Глауертове једначине проточности (проблеми и примена у пракси), моделовање динамичког столинга ротирајућег крила у анализи аероеластичних појава (стол-флатера), детерминисање критеријума прихватљивости стол-флатера, моделовање равнотежног лета хеликоптера, дефинисање аеродинамичких и

геометријских параметара на основу статистичких показатеља итд. Друга фаза истраживања треба да се бави одређивањем граничних вредности параметара Глауертове једначине на начин да унутар граница буду укључени сви случајеви устаљеног напредујућег лета хеликоптера који су могући у пракси. Реализацију ове фазе извршити кроз следеће истраживачке задатке:

- Креирати модел равнотеже сила у лонгитудиналном правцу лета хеликоптера за услове напредујућег лета константном брзином који узима у обзир промену паразитног отпора и силе узгона труп са променом угла нагиба;
- Систем нелинеарних једначина које чине наведени модел решити на два начина: класичним приступом, помоћу метода за нумеричко решавање система нелинеарних једначина и трансформацијом система једначина у једну јединствену нелинеарну једначину. Трансформацију извршити употребом симболичке алгебре а решавање одговарајућом нумеричком методом. Испитати предности алтернативног начина решавања, пре свега у погледу рачунске ефикасности и захтеваних ресурса за велики број циклуса решавања;
- У модел имплементирати реална ограничења у погледу расположиве снаге и границе прихватљивости стол-флатера, употребом статистичких показатеља и адаптацијом Харисовог критеријума прихватљивости динамичког столинга на назадујућој лопатици ротора;
- Употребом добијеног математичког модела генерисати потребне граничне вредности параметара Глауертове једначине;
- Испитати употребну вредност новог модела и могућност даљег побољшања његових перформанси, пре свега са аспекта моделовања утицаја Маховог и Рејнолдсовог броја, динамичког столинга и дифицијенције узгона у нестационарним аеродинамичким условима.

Трећа фаза представља главни део истраживања и односи се на испитивање нумеричког решавања Глауертове једначине у дефинисаним условима. У овој фази је такође потребно испитати ефикасност аналитичког решења, приказаног у [18]. Реализацију треће фазе извршити кроз следеће активности:

- Испитати могућност нумеричког решавања Глауертове једначине проточности идеалног ротора једнокорачним и вишекорачним методама у условима стандардне и арбитриране аритметичке прецизности. При томе, дефинисати све могуће облике једначине (рационални, ирационални, трансцедентни, алгебарски, избор променљиве итд.), као и бар једну додатну почетну вредност у односу на постојеће;
- Детерминисати перформансе изабраних нумеричких метода за решавање нелинеарних једначина на примеру Глауертове једначине и идентификовати методе које Глауертову једначину решавају у само једној итерацији са задовољавајућом тачношћу у што већем броју случајева, идеално у свим случајевима напредујућег лета;
- Испитати утицај изабране почетне вредности за иницијацију итеративног низа, конкретно коефицијента (индуковане) проточности на перформансе свих коришћених нумеричких метода, као и утицај изабраног облика једначине која се решава;
- Анализирати поступак за аналитичко решавање Глауертове једначине и извршити компаративну анализу перформанси свих коришћених метода и поступака. У зависности од добијених резултата, потврдити статус методе избора за решавање Глауертове једначине који тренутно има Њутнов метод или научној и стручној заједници предложити другу методу са доказано бољим перформансама.

Четврта фаза представља завршну фазу истраживања у којој је потребно извршити проверу добијених резултата и изведених закључака, дефинисати смернице за даљи истраживачки рад у оквиру предмета истраживања и припремити добијене резултате за публикавање у виду докторске дисертације монографског типа.

## 7. Закључак и предлог

Одлуком Наставно-научног већа Машинског факултета Универзитета у Београду, број 369/3 од 06.04.2022. године, за менторе докторске дисертације кандидата **Марјана Додића**, именовани су др Мирко Динуловић, редовни професор Универзитета у Београду – Машинског факултета и др Александар Бенгин, редовни професор Универзитета у Београду – Машинског факултета. Комисија је сагласна са наведеном одлуком о именовању ментора.

Након извршене анализе материјала достављеног уз пријаву теме, Комисија за оцену подобности теме и кандидата **Марјана Додића** закључује да је предложена тема јасно дефинисана, научно утемељена и актуелна, те да је као таква подобна за израду докторске дисертације. Комисија закључује да кандидат поседује истраживачке способности које су потребне за самосталан рад на изради докторске дисертације, као и да испуњава све потребне услове за пријаву теме докторске дисертације, дефинисане Законом о високом образовању, Статутом Машинског факултета и Правилником о докторским студијама Универзитета у Београду – Машинског факултета.

На основу горе наведеног, Комисија предлаже Већу докторских студија Машинског факултета Универзитета у Београду, да се кандидату Марјану Додићу, дипл. инж. маш., одобри израда докторске дисертације под називом:

**Нумеричко решавање Глауертове једначине проточности ротора у условима равнотежног лета хеликоптера испод границе прихватљивости стол-флатера**

Тема припада области машинства, ужа научна област: Ваздухопловство.

Београд, 19. април 2023. године.

### ЧЛАНОВИ КОМИСИЈЕ

.....  
др Александар Симоновић, редовни професор  
Универзитет у Београду - Машински факултет

.....  
др Огњен Пековић, ванредни професор  
Универзитет у Београду - Машински факултет

.....  
др Јелена Сворцан, ванредни професор  
Универзитет у Београду - Машински факултет

.....  
др Тони Иванов, доцент,  
Универзитет у Београду - Машински факултет

.....  
др Бранимир Крстић, ванредни професор  
Универзитет одбране у Београду - Војна академија

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ  
- МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ –  
Број:369/3  
Датум: 06.04.2022.  
Београд, Краљице Марије бр.16

На основу члана 64. Статута Машинског факултета Универзитета у Београду број 1136/4 од 28.06.2021. године и Одлуке о изменама и допунама Статута (број. 239/6 од 17.02.2023. године) и члана 20. а сагласно члану 29. Правилника о докторским студијама на Универзитету у Београду од 24.05.2016.г., Наставно-научно веће Машинског факултета на седници одржаној дана 06.04.2023. године, донело је следећу

### ОДЛУКУ

Именују се **др Мирко Динуловић, ред. проф. и др Александар Бенгин, ред. проф.** за менторе докторске дисертације **„НУМЕРИЧКО РЕШАВАЊЕ ГЛАУЕРТОВЕ ЈЕДНАЧИНЕ ПРОТОЧНОСТИ РОТОРА У УСЛОВИМА РАВНОТЕЖНОГ ЛЕТА ХЕЛИКОПТЕРА ИСПОД ГРАНИЦЕ ПРИХВАТЉИВОСТИ СТОП-ФЛАТЕРА“** кандидата **МАРЈАНА ДОДИЋА, дипл. инж. маш.** студента докторских студија.

Одлуку доставити: ментору, докторанту и архиви.

 **ДЕКАН** *мч*  
**МАШИНСКОГ ФАКУЛТЕТА**  
*В*  
проф. др Владимир Поповић