

698/5

(Број захтева)

13.07.2023.

(Датум)

Веће научних области техничких наука

(Назив већа научне области коме се захтев
упућује)

ЗАХТЕВ

за давање сагласности на одлуку о прихватању теме докторске дисертације и о одређивању ментора

Молимо да, сходно члану 47. ст. 5. тач. 3. Статута Универзитета у Београду ("Гласник Универзитета", број 186/15-пречишћени текст и 189/16), дате сагласност на одлуку о прихватању теме докторске дисертације:

**„БЕЗМРЕЖНА FRAGILE POINTS МЕТОДА (FPM) У ПРОБЛЕМИМА ОПСТРУЈАВАЊА
АЕРОДИНАМИЧКИХ ОБЛИКА И ПРОСТИРАЊА ТОПЛОТЕ “**

(пун назив предложене теме докторске дисертације)

НАУЧНА ОБЛАСТ

Ваздухопловство и Термомеханика

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ:

- Име, име једног од родитеља и презиме кандидата:
РАДЕ (НЕЂЕЉКО) ГРУЈИЧИЋ
- Претходно образовање (назив и седиште факултета, студијски програм):
Машински факултет Подгорица Универзитет Црне Горе
- Година завршетка претходног нивоа студија: 2016.
- Година уписа на докторске студије: 2016.
- Назив студијског програма докторских студија: Машинско инжењерство

ПОДАЦИ О МЕНТОРУ:

Име и презиме ментора: Александара Бенгин

Звање: редовни професор

Списак радова који квалификују ментора за вођење докторске дисертације:

1. Grujić R, Mladenović N, Bengin A, Vorotović G, Dong L, Atluri S, Meshless Fragile Points Method (FPM) in a 2D and 3D potential compressible subsonic fluid flow, Engineering Analysis with Boundary Elements, ISSN: 0955-7997, Volume 151, pp. 538-547, 2023. doi: 10.1016/j.enganabound.2023.03.032; IF(2021) 3,250; JCR ранг: 33/92 (M22)
2. Dančuo Z, Kostić I, Kostić O, Bengin A, Vorotović G, Initial Development of the Hybrid Semielliptical-Dolphin Airfoil, Thermal Science, ISSN: 0354-9836, Volume 26, Issue 3 Part A, pp. 2199-2210, 2022. doi: 10.2298/TSCI210515234D; IF(2021) 1,971; JCR ранг: 44/63 (M23)
3. Kostić Č, Bengin A, Rašuo B, Damljanović D. Calibration of the CFD code based on testing of a standard AGARD-B model for determination of aerodynamic characteristics, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part G: Journal of Aerospace Engineering, ISSN: 0954-4100, Vol. 235, Issue 10, pp: 1129-1145, 2021, doi: 10.1177/0954410020966859; IF(2021) 1,285; JCR ранг: 26/34 (M23)
4. Ekmedžić MŽ, Bengin A, Rašuo B, Conceptual Design and Flight Envelopes of a Light Aircraft for Mars Atmosphere, Tehnički vjesnik - Technical Gazette, ISSN: 1330-3651, Volume 25, Issue Supplement 2, pp. 375-381, 2018. doi: 10.17559/TV-20170908130808; IF(2018) 0,644; JCR ранг: 78/88 (M23)
5. Ocokoljić G, Rašuo B, Bengin A, Aerodynamic shape optimization of guided missile based on wind tunnel testing and CFD simulation, Thermal Science, ISSN: 0354-9836, Volume 21, Issue 3, pp. 1543-1554, 2017. doi: 10.2298/TSCI150515184O; IF(2017) 1,433; JCR ранг: 33/59 (M22)

Име и презиме ментора: Горан Воротовић

Звање: ванредни професор

Списак радова који квалификују ментора за вођење докторске дисертације:

1. Burazer Jela M Skoko Dragisa M Bukurov Masa Z Novkovic Djordje M Adzic Vuk M Lecic Milan R Vorotovic Goran S, Possibility for improving the performance of a differential pneumatic comparator by inclining the measuring nozzle, MEASUREMENT, (2023), vol. 208 br. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2022.112415>; IF(2021)=5,131.
2. Dancuo Zorana Z Kostic Ivan A Kostic Olivera P Bengin Aleksandar C Vorotovic Goran S, Initial Development of the Hybrid Semielliptical-Dolphin Airfoil, THERMAL SCIENCE, (2022), vol. 26 br. 3, str. 2199-2210, <https://doi.org/10.2298/TSCI210515234D>; IF(2021)=1,971.
3. Stojiljkovic Branimir Vasov Ljubisa Cokorilo Olja Vorotovic Goran S, An analytical model of the replacement costs of aircraft engine life-limited parts, AIRCRAFT ENGINEERING AND AEROSPACE TECHNOLOGY, (2021), vol. 93 br. 5, str. 776-782, <https://doi.org/10.1108/AEAT-12-2020-0297>; IF(2021)=1,478.
4. Djuric Goran P Mitrovic Caslav B Komatina Nikola Tadic Danijela P Vorotovic Goran S, The hybrid MCDM model with the interval Type-2 fuzzy sets for the software failure analysis, JOURNAL OF INTELLIGENT & FUZZY SYSTEMS, (2019), vol. 37 br. 6, str. 7747-7759, DOI: 10.3233/JIFS-182541; IF(2019)=1,851.
5. Blagojevic Ivan A Vorotovic Goran S Stamenkovic Dragan D Petrovic Nebojsa B Rakicevic Branislav B, The Effects of Gear Shift Indicator Usage on Fuel Efficiency of a Motor Vehicle, THERMAL SCIENCE, (2017), vol. 21 br. 1, str. 707-713, <https://doi.org/10.2298/TSCI160806233B>; 1,433.

Обавештавамо вас да је Наставно – научно веће на седници одржаној 13.07.2023. године размотрило предложену тему и закључило да је тема подобна за израду докторске дисертације јер садржи оригиналну идеју и да је од значаја за развој науке, примену њених резултата, односно развој научне мисли уопште.

ДЕКАН ФАКУЛТЕТА

Прилог:

1. Одлука Наставно-научног већа о прихватању теме и одређивању ментора
2. Извештај Комисије о оцени научне заснованости теме докторске дисертације

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
- МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ -
Број: 698/6
Датум: 13.07.2023. године
Београд, Краљице Марије 16

На основу члана 40. Закона о високом образовању („Службени гласник РС“, број 88/2017, 27/2018 – др. закон 73/2018, 67/2019, 11/2021 – аутентично тумачење, 67/2021 – др. Закон, 67/2021), члана 64. Статута Машинског факултета – пречишћени текст (број 1136/4 од 28.06.2021. године), Одлуке о изменама и допунама Статута број 239/6 од 17.02.2023. године и члана 38. Правилника о докторским студијама Машинског факултета и захтева студента **Радета Грујичића**, маг. инж. маш., бр. 698/1 од 26.04.2023. године да му се одобри израда докторске дисертације, извештаја Комисије у саставу: др Огњен Пековић, ванр. проф., др Јелена Сворцан, ванр. проф., др Мирко Коматина, ред. проф., др Јела Буразер, научни сарадник МФ Београд и др Игор Вушановић, ред. проф., Универзитет Црне Горе, Машински факултет, Наставно-научно веће Машинског факултета на седници од 13.07.2023. године, донело је следећу

ОДЛУКУ

Прихвата се научна заснованост теме докторске дисертације и констатује да студент **РАДЕ ГРУЈИЧИЋ**, маг. инж. маш. испуњава услове за израду докторске дисертације **«БЕЗМРЕЖНА FRAGILE POINTS МЕТОДА (FPM) У ПРОБЛЕМИМА ОПСТРУЈАВАЊА АЕРОДИНАМИЧКИХ ОБЛИКА И ПРОСТИРАЊА ТОПЛОТЕ»**.

Одлуком ННВ број 698/3, од 01.06.2023. године за менторе докторске дисертације Радета Грујичића, маг. инж. маш. именовани су др Александар Бенгин, ред. проф. и др Горан Воротовић, ванр. проф.

Одлуку доставити: Већу научних области техничких наука Универзитета у Београду, ментору и архиви Факултета.

ДЕКАН
МАШИНСКОГ ФАКУЛТЕТА

проф. др Владимир Поповић

ВЕЋУ ДОКТОРСКИХ СТУДИЈА

Предмет: Извештај о научној заснованости теме докторске дисертације кандидата Радета Грујичића, маг. инж. маш.

Одлуком Наставно-научног већа Машинског факултета бр. 698/4 од 01.06.2023. године именовани смо за чланове Комисије за оцену научне заснованости теме докторске дисертације „Безмрежна *Fragile Points* метода (FPM) у прорачунима континуалних средина“, студента Радета Грујичића, маг. инж. маш.

На основу материјала приложеног уз Захтев кандидата, Комисија подноси следећи

РЕФЕРАТ

1. Подаци о кандидату

1.1. Биографски подаци

Кандидат Раде (Неђељко) Грујичић рођен је у Пљевљима 1991. године. Основну школу „Ристан Павловић“ завршио је 2006. године, а Средњу стручну школу у Пљевљима, смер Машински техничар, 2010. године. За резултате постигнуте у основној и средњој школи добио је диплому „Луча I“. На Машинском факултету Универзитета Црне Горе на студијском програму Машинство – смер Примењена механика и конструисање завршио је трогодишње основне (бечелор BSc) академске студије 2013. године с просечном оценом 9,96. Годину дана касније на истом смеру завршава специјалистичке (*spec. sci.*) академске студије с просечном оценом 10, бранећи рад под називом „Развој конструкције мобилног робота за сакупљање пакова различите боје“. На поменутом смеру 2016. године завршава и једногодишње магистарске (мастер) академске студије (MSc) с просечном оценом 10, бранећи рад под називом „Утицај броја активних котрљајних тијела на генерисање топлоте код кугличног лежаја са радијалним додиром“. Од 2016. године студент је Докторских студија на Универзитету у Београду - Машинском факултету. За резултате постигнуте током сва четири поменута циклуса студија добитник је више награда и стипендија.

У Руднику угља А.Д. Пљевља радио је неколико месеци 2016. године као инжењер за рударску опрему и механизацију. Током првог семестра 2016/17. године био је ангажован као демонстратор на извођењу вежби из Математике I на Машинском факултету Универзитета Црне Горе. Од студијске 2017/18. године до данас ради као асистент на Машинском факултету у Подгорици изводећи аудиторне вежбе на предметима из области Примењена механика и Конструисање машина.

Уз краткотрајне студијске посете Институту за механику континуума при Лајбниц универзитету у Хановеру (Немачка) и Факултету за механику и материјале *Hohai* универзитета (Кина) које су имале за циљ упознавање са безмрежним нумеричким методама, истиче се то што је кандидат током четири месеца 2019. године боравио на усавршавању на Машинском факултету *Texas Tech* универзитета у Лабоку (Тексас, САД), радећи истраживање из области безмрежних нумеричких метода под руководством професора Атлурија (*Satya N. Atluri*).

1.2. Стечено научно-истраживачко искуство

Раде Грујичић је студент треће године Докторских студија на Универзитету у Београду - Машинском факултету. На прву годину студија уписао се студијске 2016/17. године и од тада се непрекидно налази у статусу студента. Кандидат је положио све предвиђене испите и одбранио Пројекат идеје докторске дисертације, чиме је стекао услов за пријаву теме докторске дисертације у складу са одредбама Правилника о докторским студијама. Списак положених испита кандидата дат је у Табели 1.

Табела 1. *Списак положених испита кандидата*

предмет		ЕСПБ	оцена
I	Виши курс математке	5	10
	Нумеричке методе	5	10
	ОМНИР и комуникација	5	10
	Расподела оптерећења 1 – анализа и синтеза	5	10
	Истраживање и публиковање I	10	10
II	Одабрана поглавља из механике	5	9
	Одабрана поглавља из машинских елемената А	5	10
	Одабрана поглавља из машинских елемената В	5	10
	Истраживање и публиковање II	15	10
III	Механика континуума	5	10
	Рачунарско моделирање у машинству	5	10
	Истраживање и публиковање III	20	10
IV	Истраживање и публиковање IV	8	10
	Пројекат идеје докторске дисертације	22	10
просечна оцена:			9,93

Кандидат је до сада био ангажован као сарадник на 10 научно-истраживачких пројеката, од чега су три пројекта подржана од стране Црногорске академије наука и умјетности, док су четири реализована под покровитељством Министарства науке Црне Горе, у оквиру билатералних програма научне и технолошке сарадње.

Кандидат је као коаутор објавио 13 радова у међународним и домаћим часописима и дао 16 саопштења на међународним и домаћим скуповима. Преглед публикација кандидата, груписаних у складу са нормативима Министарства науке, технолошког развоја и иновација Републике Србије, приказан је у наставку.

Врхунски међународни часопис (M21)

- (1) **Grujičić R.**, Mladenović N., Bengin A., Vorotović G., Dong L., Atluri S.N. (2023). Meshless Fragile Points Method (FPM) in a 2D and 3D potential compressible subsonic fluid flow, *Engineering Analysis with Boundary Elements* 151, pp. 538-547, DOI Reference: <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2023.03.032> (Impact factor 3.25; ISSN / eISSN: 0955-7997 / 1873-197X)
- (2) Durković R., **Grujičić R.** (2019). An approach to determine the minimum specific fuel consumption and engine economical operation curve model, *Measurement*, 132, pp. 303-308, ISSN: 0263-2241, DOI Reference: 10.1016/j.measurement.2018.09.053 (Impact factor 3.364; ISSN / eISSN: 0263-2241 / 1873-412X)

Међународни часопис (M23)

- (3) Guan Y., **Grujičić R.**, Wang X., Dong L., Atluri S.N. (2020). A new meshless “fragile points method” and a local variational iteration method for general transient heat conduction in anisotropic nonhomogeneous media. Part II: Validation and discussion, *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, 78(2), pp. 86-109, DOI Reference: 10.1080/10407790.2020.1747283 (Impact factor 1.586; ISSN / eISSN: 1040-7790 / 1521-0626)
- (4) Guan Y., **Grujičić R.**, Wang X., Dong L., Atluri S.N. (2020). A new meshless “fragile points method” and a local variational iteration method for general transient heat conduction in anisotropic nonhomogeneous media. Part I: Theory and implementation, *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, 78(2), pp. 71-85, DOI Reference: 10.1080/10407790.2020.1747278 (Impact factor 1.586; ISSN / eISSN: 1040-7790 / 1521-0626)
- (5) Anđić B., Cvijetićanin S., Hayhoe S., **Grujičić R.**, Stešević D. (2019). Dichotomous keys in the botanical learning of nonvisual (blind) people, *Journal of Baltic Science Education*, 18(5), pp. 668-680, DOI Reference: 10.33225/jbse/19.18.668 (Impact factor 0.915; ISSN: 1648-3898)
- (6) **Grujičić R.**, Tomović R., Mitrović R., Jovanović J., Atanasovska I. (2016). The analysis of impact of intensity of contact load and angular shaft speed on the heat generation within radial ball bearing, *Thermal Science*, 20(5), pp.1765-1776, ISSN: 0354-9836 [print]; ISSN: 2334-7163 [online], DOI Reference: 10.2298/TSCI160229133G (Impact factor 1.093; ISSN / eISSN: 0354-9836 / 2334-7163)

Национални часопис међународног значаја (M24)

- (7) **Grujičić R.**, Tica M., Stojanović B., Ivanović L., Mitrović R., Tomović R. (2022). Analysis of Impact of Shaft Speed and External Load on the Radial Ball Bearing Lubrication Regimes, *FME Transactions*, 50(1), pp. 109-120, ISSN: 1451-2092 [print]; ISSN: 2406-128X [online], DOI Reference: 10.5937/fme2201109G
- (8) Anđić B., Kadić S., **Grujičić R.**, Malidžan D. (2018). A Comparative Analysis of the Attitudes of Primary School Students and Teachers Regarding the Use of Games in Teaching, *The IAFOR Journal of Education*, 6(2), pp. 5-16
- (9) **Grujičić R.**, Mijanović Markuš M., Anđić B. (2016). Application of Mindstorms sensors in monitoring the fruit ripening process, *Agricultural Engineering International: CIGR Journal*, 18(3), pp. 301-307, ISSN: 1682-1130
- (10) Vujović A., Krivokapić Z., **Grujičić R.**, Jovanović J., Pavlović A. (2016). Combining FEM and Neural Networking in the Design of Optimization of Traditional Montenegrin Chair,

FME Transactions, 44(4), pp. 374-379, ISSN: 1451-2092 [print]; ISSN: 2406-128X [online], DOI Reference: 10.5937/fmet1604374V

- (11) Anđić B., **Grujičić R.**, Mijanović Markuš M. (2015). Robotics and its effects on the educational system of Montenegro, *World Journal of Education*, 5(4), pp. 52-57, ISSN 1925-0746 [print]; ISSN 1925-0754 [online]
- (12) **Grujičić R.**, Bratić D., Grubiša L., Mijanović O., Mijanović Markuš M., Mijanović Z., Tomović R. (2015). Practical method of constructing mechatronical products, *ANNALS of Faculty Engineering Hunedoara – International Journal of Engineering*, 13(2), ISSN: 1584-2665 [print]; ISSN: 1584-2673 [online]

Врхунски часопис националног значаја (M51)

- (13) Tomović R., **Grujičić R.** (2015). Analysis and risk assessment of implementation of the automated car parking system project, *Machine design, The Journal of Faculty of Technical Sciences*, Novi Sad, Serbia, 7(4), pp. 119-124, ISSN 1821-1259

Саопштење са међународног скупа штампано у целини (M33)

- (14) Guan Y., **Grujičić R.**, Wang X., Dong L., Atluri S.N. (2020). A new and efficient meshless computational approach for transient heat conduction in anisotropic nonhomogeneous media: fragile points method and local variational iteration scheme, *Proceedings of the ASME 2020, International Mechanical Engineering Congress and Exposition, IMECE2020*, November 16-19, 2020, Portland, OR, USA
- (15) Đukanović M., **Grujičić R.**, Radunović L., Bošković V. (2019). Programming of the Robotic Arm/Plotter System. In: *Avdaković S. (eds) Advanced Technologies, Systems, and Applications III. IAT 2018. Lecture Notes in Networks and Systems*, 60, pp. 342-354, Springer, Cham
- (16) Đukanović M., **Grujičić R.**, Radunović L., Bošković V. (2019). Conceptual Solution of the Robotic Arm/Plotter, In: *Karabegović I. (eds) New Technologies, Development and Application (NT 2018), Lecture Notes in Networks and Systems*, 42, pp. 170-179, Springer, Cham
- (17) Vujović A., **Grujičić R.**, Anđić B., Krivokapić Z., Grujičić S., Jovanović J. (2018). Development of The Multi-Criteria Evaluation Model, *2nd International Conference on Education, Management and Applied Social Science (EMASS 2018)*, Wuhan, China, 07-08.02.2018, Proceedings pp. 154-160, ISBN: 978-1-60595-543-8
- (18) **Grujičić R.**, Anđić B., Krivokapić Z., Grujičić S. (2016). Quality assessment of multi-criteria approach in evaluation, *4th International Conference – Quality System Conditions for Successful Business and Competitiveness*, Association for Quality and Standardization of Serbia, Kopaonik, Serbia, 30.11-02.12.2016, Proceedings pp. 11-18, ISBN 978-86-80164-04-5
- (19) Jovanović J., **Grujičić R.**, Krivokapić Z., Tomović R., Vujović A. (2015). Application of AHP decision-making method in the methodological designing process, *9th International Quality Conference*, Center for Quality, University of Kragujevac, Faculty of Engineering, Kragujevac, Serbia, 05.06.2015, Proceedings pp. 431-438, ISBN: 978-86-6335-015-1
- (20) Tomović R., **Grujičić R.** (2014). Methodological approach to risk assessment in product development process, *2nd International Scientific Conference COMETA 2014 (Conference on Mechanical Engineering Technologies and Applications)*, University of East Sarajevo-Jahorina, Republic of Srpska, B&H, 02-05.12.2014, Proceedings pp. 547-554, ISBN 978-99976-623-1-6

- (21) **Grujičić R.**, Bratić B., Grubiša L., Mijanović O., Mijanović Markuš M., Tomović R., Mijanović Z. (2014). Application of methodological procedure of constructing in developing mechatronic constructions, *2nd International Scientific Conference COMETA 2014* (Conference on Mechanical Engineering Technologies and Applications), University of East Sarajevo-Jahorina, Republic of Srpska, B&H, 02-05.12.2014, Proceedings pp. 481-490, ISBN 978-99976-623-1-6

Саопштење са међународног скупа штампано у изводу (M34)

- (22) **Grujičić R.**, Tica M., Stojanović B., Ivanović L., Mitrović R., Tomović R. (2021). The lubrication regime factor of rolling bearing, *Proceedings of the 10th International Conference on Tribology BALKANTRIB '20*, May 20-22, 2021, Belgrade, Serbia

Саопштење са скупа националног значаја штампано у целини (M63)

- (23) **Grujičić R.**, Tomović R. (2015). Analysis of the factors influencing the heat generation of ball rolling bearing with radial contact, *International Workshop KOD 2015*, Balatonfüred, Hungary, 11-14.06.2015
- (24) Tomović R., **Grujičić R.** (2015). Contribution to research of radial ball bearing contact stiffness, *International Workshop KOD 2015*, Balatonfüred, Hungary, 11-14.06.2015
- (25) **Grujičić R.**, Jovanović J., Tomović R., Krivokapić Z., Vujović A. (2015). Vrednovanje konstruktivnih varijanti, *Festival kvaliteta 2015*, Centar za kvalitet, Univerzitet u Kragujevcu, Mašinski fakultet, Kragujevac, Srbija, 04.06.2015, Zbornik radova str. A249-A258, Knjiga abstrakata str. 51, ISBN: 978-86-6335-016-8
- (26) Bratić D., **Grujičić R.**, Grubiša L., Mijanović Markuš M., Tomović R., Mijanović Z. (2014). Autonomni mobilni robot za sakupljanje diskova, *XII međunarodna konferencija Održavanje i proizvodni inženjering KODIP 2014*, Proceedings pp. 365-371, Budva, Montenegro, 18-21.06.2014, ISBN 978-9940-527-35-8
- (27) Bratić D., **Grujičić R.**, Mijanović O., Grubiša L., Mijanović Markuš M., Tomović R., Mijanović Z. (2014). Mehatronički dizajn autonomnog mobilnog robota za sakupljanje diskova, *28. Međunarodni „Elektroinženjerski simpozij“ EIS 2014*, Šibenik, Croatia, 04-07.05.2014, Proceedings pp. 32-36, ISSN:1848-0772

Саопштење са скупа националног значаја штампано у изводу (M64)

- (28) Vujović A., Jovanović J., Koprivica M., Šljukić R., Dragašević O., **Grujičić R.** (2022). Design and rapid prototyping of the blind corner cabinet mechanism for G shaped kitchen layout, *1st Hybrid International Conference on Academia-Industry Cooperation for Innovation*, September 15-16, Book of Abstracts pp. 15-16, online and at the University of Vlora “Ismail Qemali”, Vlora, Albania, ISBN: 978-9928-379-06-1
- (29) **Grujičić R.**, Mijanović Markuš M., Anđić B. (2015). The analysis of possibilities of application of color and light sensors in agriculture, *6th International Symposium of Ecologists of Montenegro ISEM6*, Ulcinj, Montenegro, 15-18.10.2015, Book of Abstracts pp. 53, ISBN: 978-86-908743-5-4

1.3. Оцена подобности кандидата за рад на предложеној теми

Комисија за оцену подобности теме и кандидата за израду докторске дисертације закључује да је Раде Грујићић положио све испите предвиђене наставним планом и програмом Докторских студија, да је одбранио Пројекат идеје докторске дисертације, стекао

укупно 120 ЕСПБ и објавио најмање један рад у научном часопису који по садржају одговара предложеној теми и тиме стекао услов за пријаву теме докторске дисертације. На основу остварених научно-истраживачких резултата, публикованих радова и биографских података, Комисија сматра да је Раде Грујичић подобан кандидат за успешан рад на предложеној теми дисертације.

2. Предмет и циљ истраживања

Основни предмет истраживања докторске дисертације јесте нова безмрежна *Fragile Points* нумеричка метода (FPM), с циљем да се унапреди у смислу развоја опште нумеричке методе која може да се користи у различитим прорачунима континуалних средина, парирајући постојећим нумеричким методама, при чему ће бити мање захтевна у рачунском смислу, уз остале предности које доноси концепт безмрежних метода.

Иако се велики број физичких процеса (самим тим и проблема у машинству), попут: деформација, дифузије, преноса топлоте, кретања флуида, простирања таласа, електромагнетизма..., веродостојно описује парцијалним диференцијалним једначинама, само у изузетно ретким ситуацијама оне имају своја егзактна аналитичка решења. Премда врло погодна, таква решења су обично добијена за врло упрошћене моделе који углавном не осликавају реалне ситуације. Потреба да се дође до решења једначина за комплексније проблеме усмерила је правац истраживања таквих феномена у огромној мери ка нумеричким методама. То је нарочито дошло до изражаја у другој половини прошлог века, периоду који обележава убрзан напредак рачунарских система, чиме је отворен простор за развој нумеричких метода. На тај начин је омогућено решавање сложених парцијалних диференцијалних једначина, уз одређени ниво грешке, а самим тим симулација различитих процеса и појава. Могућност симулације постаје нарочито примамљива када се узме у обзир да омогућава предвиђање понашања посматраног система и различите нивое оптимизације без утрошка ресурса. [1]

Први озбиљни помаци у правцу развоја нумерике у данашњем облику направљени су развитком методе коначних елемената за описивање напона и деформација унутар материјала. Она је и данас у великој мери присутна у решавању проблема који укључују структурну анализу, пренос топлоте и масе, електромагнетни потенцијал и сл. [2] Иако је огроман број нумеричких метода развијен до данас, уз методу коначних елемената су се издвојиле још метода коначних запремина и метода коначних разлика као једне од најчешће коришћених [1]. Разлог, између осталог, лежи у чињеници да су поменуте методе своју масовну примену доживеле кроз имплементацију у различитим софтверима. Међутим, све три методе, али и бројне друге нумеричке методе, имају своје предности, недостатке, ограничења, због чега се ниједна не може прогласити апсолутно супериорном у односу на друге, нити опште применљивом [1]. Стога научна заједница одавно трага за унапређењима и истражује могућности примене појединих метода за различите групе проблема, па су се из жеље за превазилажењем недостатака једних метода развијале друге.

Такозване безмрежне (*meshless / meshfree*) методе представљају релативно новији концепт нумеричких метода за решавање парцијалних диференцијалних једначина. Оне су настале као пандан претходно поменутих традиционалних методама. Кључни мотив за њихов настанак огледа се у потреби за превазилажењем недостатака које имају класичне методе на бази мреже, а који се доминантно огледају у [1-3]:

- условљености прецизности резултата квалитетом мреже,
- потреби за поновним генерисањем (преструктурирањем) мреже током трајања симулације приликом решавања одређених проблема,
- великој сложености при решавању проблема који укључују комплексне геометрије, пукотине, пропагацију ударних таласа и сл.

Основна разлика безмрежних метода у односу на методе на бази мреже огледа се у томе што не садрже мрежу, већ скуп тачака (чворова) распоређених по анализираном домену. То их чини врло прилагодљивим, уз мањи утрошак енергије за дистрибуцију тачака у односу на генерисање мреже, које често представља посебан изазов у примени нумеричких метода.

Једна од најранијих и најчешће коришћених безмрежних метода у механици флуида и механици деформибилног тела јесте *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH) [4]. Иако је њена оригинална формулација из 1977. и 1993. године доживела одређена унапређења кроз неколико других метода, попут модификоване SPH методе или *Reproducing Kernel Particle* методе (RKPM), тешко је доказати њену стабилност и конвергентност с обзиром на то да је базирана на јакој форми (*strong form*) једначина [2,3].

Међу методама које су засноване на слабој форми (*weak form*) најпознатије су *Element-free Galerkin* (EFG) [5] и *Meshless Local Petrov-Galerkin* (MLPG) [6] метода. Прва се базира на глобалној Галеркиновој (*Galerkin*), а друга на локалној Петров-Галеркиновој слабој форми. Нумеричке методе се користе тзв. *trial* функцијама којима покушавају да веродостојно опишу промену тражене функције по домену. У случају поменуте две методе *trial* функције су континуалне и засноване на тачкама домена у којима се одређују вредности тражене функције, а добијају се *Moving Least Squares* (MLS) и *Radial Basis Function* (RBF) апроксимацијама. Иако такав приступ води континуитетима вишег реда, процес интеграције добијених функција може бити доста компликован. Комплексност у погледу интеграције по домену до изражаја долази и у бројним другим Галеркиновим безмрежним методама, управо због сложеног облика *trial* функција. Директна интеграција по чворовима је једноставан и ефикасан приступ, али нестабилан, непрецизан и често неконвергентан [3]. Стога се углавном прибегава квадратурама вишег реда како би се унапредила стабилност методе, али је то на уштрб времена потребног за израчунавање, тј. рачунске сложености. Уз то, квадратурна правила у Галеркиновим методама треба да задовоље одговарајућа ограничења како би степен конвергенције био оптималан. Све то је правце појединих истраживања усмерило ка другим методама за нумеричку интеграцију којима би се превазишли претходно поменути проблеми [7].

Наредни недостатак појединих безмрежних нумеричких метода, нарочито оних код којих су *trial* функције базиране на MLS и *Local Maximum Entropy* (LME) апроксимацијама, огледа се у изостанку Кронекер-делта својства, што наметање основних граничних услова чини компликованим [3].

Асиметричност матрица је мање значајан, али још један вредан помена недостатак појединих нумеричких метода, попут Петров-Галеркин, колокационих и метода на бази коначних запремина [3]. До изражаја долази у системима са великим бројем степени слободе.

Једна од новијих безмрежних нумеричких метода је тзв. *Fragile Points* метода (FPM) која припада групи Галеркинових метода. Представљена је 2019. године у раду [2] у коме је

помоћу FPM решена Пуасонова једначина и у коме су доказани прецизност, робусност и конвергентност саме методе. Задржала је базичне предности безмрежних метода, при чему је својом концептуалном једноставношћу превазишла претходно поменуте проблеме који су присутни код других безмрежних метода. Основна одлика FPM су дисконтинуалне *trial* и *test* функције једноставног полиномног облика. Њихова расподела по поддомену у околини посматране тачке одређује се на основу вредности функције у тачки и градијента функције у њој, при чему се градијент апроксимира на основу вредности функције у суседним тачкама. Такав приступ води концепту „тачкасте крутости (крутости тачака)“, где свака тачка учествује у формирању глобалне матрице крутости. Полиномни облик *trial* и *test* функција омогућава лаку интеграцију применом Гаусових квадратура или чак просту интеграцију у аналитичком облику. За разлику од многих других метода, попут EFG и MLPG, где велики број Гаусових интеграционих тачака није гарант тачне интеграције, код FPM методе је најчешће довољна само једна интеграциона тачка на нивоу поддомена [2,3,8].

Иако се основни гранични услови код FPM лако намећу у слабој форми, они се могу наметнути и у јакој форми с обзиром на то да *trial* функција задовољава Кронекер-делта својства. Како *trial* и *test* функције у FPM имају исти облик, матрице су симетричне, али су уз то још и позитивно дефинитне и ретке, што су врло битне карактеристике када се решавају проблеми са великим бројем тачака унутар домена.

Истовремени недостатак и предност FPM методе огледа се у дисконтинуитету *trial* и *test* функција. Он, с једне стране, методу може учинити непрецизном и / или нестабилном. Међутим, применом концепта тзв. корекције нумеричког флуksа који је изложен у [9] решавају се поменуте проблеми. У истом раду је направљен детаљан преглед различитих нумеричких флуksева присутних у литератури. У раду [2] су издвојена два којима се задржава симетричност, уз обезбеђење конзистентности и стабилности методе. То су *Interior Penalty* (IP) и *Local Discontinuous Galerkin* (LDG) нумерички флуksеви, који су довели до две формулације FPM – *Primal* и *Mixed*. Према томе, увођењем корекције нумеричког флуksа дисконтинуална FPM постаје готово *piecewise* континуална [2]. С друге стране, локално дефинисање *trial* функција, тј. дисконтинуални карактер методе, омогућава једноставну манипулацију границама између поддомена. Уколико за тим постоји потреба, унутрашње границе, тј. везе између појединих поддомена, се могу врло лако раскинути, што је изузетно погодно за симулацију проблема у оквиру механике лома, али и других проблема и процеса код којих разматрани домен садржи дисконтинуитете, одакле је и потекао назив методе (*Fragile Points* – тачке лома).

Све претходно описане карактеристике, нарочито могућност симулације комплексних проблема који укључују пукотине, ствара утисак да FPM може бити погоднија за решавање бројних проблема у односу на друге безмрежне методе. Недуго након што је FPM представљена радом [2], направљено је истраживање [8] којим је потврђена најављена атрактивност методе за симулацију проблема механике деформабилног тела који обухватају пукотине и пропагацију прслина. Након тога је неколико тимова наставило са даљим истраживањима методе и њених могућности у симулацији других физичких проблема. Међу њима су флексо-електрична анализа [3], решавање хиперболичке телеграфске једначине [10], линеарне и нелинеарне таласне једначине [11], коначне деформације хипереластичних материјала [12].

Све претходно речено говори о актуелности методе и указује на то да би FPM могла имати светлу будућност у свету симулације физичких процеса и нумеричког решавања парцијалних диференцијалних једначина, те би било врло занимљиво и корисно

анализирати могућности њене примене у другим проблемима, нарочито у прорачунима континуалних средина. Стога је основни циљ ове докторске дисертације да се истраже могућности примене FPM у решавању:

- парцијалне диференцијалне једначине стишљивог потенцијалног подзвучног струјања флуида, са посебном применом у прорачунима опструјавања аеродинамичких облика,
- опште једначине нестационарне топлотне кондукције кроз анизотропне нехомогене средине различитог облика.

Развој FPM за симулацију наведених проблема је научни допринос за који се верује да ће бити изнедрен овом дисертацијом. Резултати до којих се буде дошло биће упоређени са у литератури доступним аналитичким и експерименталним резултатима, али и резултатима других нумеричких метода које имају честу примену у анализи поменутих проблема. Претпоставка је да ће се доказати робусност и конвергентност FPM у решавању претходно описаних проблема, али и да ће метода у погледу квалитета добијених резултата моћи да парира актуелним нумеричким методама, при чему ће у односу на бројне друге методе бити мање захтевна у рачунском смислу, уз остале предности које доноси њен концепт.

Преглед релевантне литературе приказан је у наставку.

- [1] Fung Y.C., Tong P., Chen X. (2017). *Classical and Computational Solid Mechanics*, Advanced Series in Engineering Science – Volume 2, Second Edition, World Scientific Publishing, ISSN: 1793-0782
- [2] Dong L., Yang T., Wang K., Atluri S.N. (2019). A new Fragile Points Method (FPM) in computational mechanics, based on the concepts of Point Stiffnesses and Numerical Flux Corrections, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 107, pp. 124-133.
- [3] Guan Y., Dong L., Atluri S.N. (2021). A new meshless Fragile Points Method (FPM) with minimum unknowns at each point, for flexoelectric analysis under two theories with crack propagation, I: Theory and implementation, *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, 16(2), pp. 159-195.
- [4] Liu M.B., Liu G. (2010). Smoothed particle hydrodynamics (SPH): an overview and recent developments, *Archives of Computational Methods in Engineering*, 17(1), pp. 25-76.
- [5] Belytschko T., Lu Y.Y., Gu L. (1994). Element-free Galerkin methods, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 37(2), pp. 229-256. <https://doi.org/10.1002/nme.1620370205>
- [6] Atluri S.N., Zhu T. (1998). A new meshless local Petrov-Galerkin (MLPG) approach in computational mechanics, *Computational Mechanics* 22, pp. 117-127. <https://doi.org/10.1007/s004660050346>
- [7] Zheng Z., Li X. (2022). Theoretical analysis of the generalized finite difference method, *Computers and Mathematics with Applications*, 120, pp. 1-14. <https://doi.org/10.1016/j.camwa.2022.06.017>
- [8] Yang T., Dong L., Atluri S.N. (2020). A simple Galerkin meshless method, the Fragile Points method using point stiffness matrices, for 2D linear elastic problems in complex domains with crack and rupture propagation, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 122(2), pp. 348-385. <https://doi.org/10.1002/nme.6540>

- [9] Arnold D.N., Brezzi F., Cockburn B., Marini L.D. (2002). Unified analysis of discontinuous Galerkin methods for elliptic problems, *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 39, pp. 1749-1779.
- [10] Haghighi D., Abbasbandy S., Shivanian E., Dong L., Atluri S.N. (2022). The Fragile Points Method (FPM) to solve two-dimensional hyperbolic telegraph equation using point stiffness matrices, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 134, pp. 11-21. <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2021.09.018>
- [11] Haghighi D., Abbasbandy S., Shivanian E. (2023). Study of the Fragile Points Method for solving two-dimensional linear and nonlinear wave equations on complex and cracked domains, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 146, pp. 44-55. <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2022.09.036>
- [12] Mountris K.A., Li M., Schilling R., Dong L., Atluri S.N., Casals A., Wurdemann H.A. (2023). An explicit total Lagrangian Fragile Points Method for finite deformation of hyperelastic materials, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 151, pp. 255-264. <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2023.03.001>

3. Полазне хипотезе

Досадашњи резултати и публикације на пољу развоја FPM, уз претходно истакнуте њене предности, указују на то да би метода могла бити врло погодна за симулацију бројних физичких процеса. Имајући то у виду, а полазећи од циља докторске дисертације и очекиваног научног доприноса, намећу се следеће хипотезе:

- *Fragile Points* методом (FPM) се може успешно решавати парцијална диференцијална једначина стишљивог потенцијалног подзвучног струјања флуида, са посебном наменом решавања проблема опструјавања аеродиамичних облика;
- *Fragile Points* методом (FPM) се може успешно решавати парцијална диференцијална једначина нестационарне топлотне кондукције кроз анизотропне нехомогене средине различитог облика;
- *Fragile Points* метода (FPM) је робусна, конвергентна и стабилна;
- по тачности резултата, *Fragile Points* метода (FPM) парира актуелним нумеричким методама.

4. Научне методе истраживања

Основне научне методе које ће бити примењене у истраживању су:

- метода дескрипције којом ће се пре свега стећи увид у особености *Fragile Points* методе (FPM) и својства по којима се њен концепт разликује у односу на постојеће нумеричке методе,
- методе анализе и синтезе којима ће се процес развоја FPM прво рашчланити на кључне појединачне етапе (подела домена на поддомене, дефинисање полиномних *trial* функција, формирање слабе форме једначине, корекција нумеричког флукса, нумеричка имплементација), чије ће се специфичности и различите варијације

потом издвојено истражити и разрадити и на крају објединити у јединствену целину која чини комплетну методу,

- математичке методе за дефинисање *trial* функција и дискретизацију разматраних парцијалних диференцијалних једначина,
- метода моделовања приликом израде нумеричких модела конкретних проблема,
- метода компарације ради поређења резултата које даје FPM са аналитичким, експерименталним и нумеричким резултатима доступним у литератури, а у циљу верификације FPM.

5. Очекивани научни допринос

Основни научни допринос који се очекује од докторске дисертације јесте да ће се нова безмрежна *Fragile Points* нумеричка метода (FPM) по први пут употребити за решавање парцијалних диференцијалних једначина другог реда којима се описују потенцијално струјање и топлотна кондукција. Посебно ће се размотрити могућности примене FPM у симулацији подзвучног опструјавања аеродинамичких облика и нестационарне топлотне кондукције кроз анизотропне нехомогене средине различитог облика. Решавањем једначине потенцијалног струјања стишљивог флуида применом FPM сагледаће се да ли поменута метода има потенцијал за примену у механици флуида, чиме би се направила полазна тачка за будућа истраживања општијих проблема, попут Навије-Стоксових једначина које се сматрају једним од најкомплекснијих. Нарочит осврт ће се ставити на симулацију проблема код којих се у доменима јављају дисконтинуитети, с обзиром на то да су поменути проблеми тешко решиви за већину нумеричких метода.

Када је у питању симулација поменутих проблема, очекивање је да ће нова нумеричка *Fragile Points* метода (FPM) имати следеће предности у односу на класичне методе, попут методе коначних елемената, методе коначних разлика и методе коначних запремина:

- мања осетљивост резултата на расподелу чворних тачака,
- једноставнија симулација проблема који укључују комплексне геометрије,
- далеко једноставнија симулација проблема који укључују пукотине.

Предности које доноси *Fragile Points* метода (FPM) у односу на друге безмрежне нумеричке методе огледају се у следећем:

- врло једноставне *trial* и *test* функције полиномног облика које задовољавају Кронекер-делта својства,
- веома једноставна интеграција,
- симетричне и ретке матрице,
- једноставнија симулација проблема који укључују пукотине.

Поред поменутог, очекује се да ће метода бити робусна, конвергентна и стабилна, док ће по тачности моћи да парира другим нумеричким методама, о чему ће се судити након што се изврши поређење резултата које даје са доступним аналитичким, експерименталним и другим нумеричким резултатима. Могућности практичне примене методе у прорачунима континуалних средина биће демонстриране кроз симулацију одређеног броја конкретних проблема.

6. План истраживања и структура рада

План истраживања у оквиру предложене докторске дисертације обухвата:

- прикупљање, преглед и анализу доступне литературе из области безмрежних нумеричких метода, рачунарске механике, топлотне кондуције и потенцијалног струјања флуида;
- детаљно упознавање са формулацијом *Fragile Points* методе, њеним особеностима, предностима, недостацима и могућностима;
- анализу различитих приступа у подели домена на поддомене;
- упознавање са концептом и значајем корекције нумеричког флукса и са типовима најчешће коришћених нумеричких флуксева;
- дискретизацију опште једначине нестационарне топлотне кондукције кроз анизотропне нехомогене средине различитог облика;
- дискретизацију диференцијалне једначине стишљивог потенцијалног подзвучног струјања флуида;
- упознавање са нумеричким методама за решавање обичних диференцијалних једначина;
- нумеричку имплементацију, а затим превођење методе у програмски код којим се решавају конкретни проблеми;
- симулирање проблема за које у литератури постоје аналитичка / експериментална / нумеричка решења у циљу анализе резултата које метода даје и валидације саме методе;
- верификацију добијених резултата кроз публикавање научно-истраживачких радова.

Планирано је да се докторска дисертација састоји из следећих поглавља:

- Увод
- Преглед литературе
- *Fragile Points* метода (FPM)
 - Формирање линеарне *trial* функције на нивоу поддомена
- Општа нестационарна топлотна кондукција кроз анизотропне нехомогене средине различитог облика
 - Полазна једначина с граничним условима
 - Дискретизација једначине уз корекцију нумеричког флукса
 - Нумеричке методе за решавање обичних диференцијалних једначина
 - Нумеричка имплементација
 - Нумерички примери
- Стишљиво потенцијално подзвучно струјање флуида
 - Полазна једначина с граничним условима
 - Дискретизација једначине уз корекцију нумеричког флукса
 - Нумеричка имплементација
 - Нумерички примери
- Закључак
- Прилози
- Литература

7. Закључак и предлог

Одлуком Наставно-научног већа Универзитета у Београду - Машинског факултета, број 698/3 од 01.06.2023. године, за менторе докторске дисертације кандидата Радета Грујичића, именовани су др Александар Бенгин, редовни професор Универзитета у Београду - Машинског факултета и др Горан Воротовић, ванредни професор Универзитета у Београду - Машинског факултета. Комисија је сагласна са наведеном одлуком о именовању ментора.

Након извршене анализе материјала достављеног уз пријаву теме, Комисија за оцену научне заснованости теме закључује да је предложена тема јасно дефинисана, научно утемељена и актуелна, те да је као таква подобна за израду докторске дисертације. Комисија закључује да кандидат поседује истраживачке способности које су потребне за самосталан рад на изради докторске дисертације, као и да испуњава све потребне услове за пријаву теме докторске дисертације, дефинисане Законом о високом образовању, Статутом Универзитета у Београду - Машинског факултета и Правилником о Докторским студијама Универзитета у Београду - Машинског факултета.

На основу горе наведеног, Комисија предлаже Већу докторских студија Машинског факултета да се кандидату Радету Грујичићу одобри израда докторске дисертације под називом:

„Безмрежна *Fragile Points* метода (FPM) у проблемима опструјавања аеродинамичких облика и простирања топлоте“.

Тема припада научној области Машинско инжењерство, ужим научним областима Ваздухопловство и Термомеханика.

Београд, 8. јун 2023. године

ЧЛАНОВИ КОМИСИЈЕ

др Огњен Пековић, ванредни професор
Универзитет у Београду - Машински факултет

др Јелена Сворцан, ванредни професор
Универзитет у Београду - Машински факултет

др Мирко Коматина, редовни професор
Универзитет у Београду - Машински факултет

др Јела Буразер, научни сарадник
Универзитет у Београду - Машински факултет

др Игор Вушановић, редовни професор
Универзитет Црне Горе, Машински факултет

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
- МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ –
Број:698/3
Датум: 01.06.2023.
Београд, Краљице Марије бр.16

На основу члана 64. Статута Машинског факултета Универзитета у Београду – пречишћени текст број 1136/4 од 28.06.2021. године, Одлуке о изменама и допунама Статута број 239/6 од 17.02.2023. године и члана 28. Правилника о докторским студијама на Универзитету у Београду од 24.05.2016.г., Наставно-научно веће Машинског факултета на седници одржаној дана 01.06.2023. године, донело је следећу

ОДЛУКУ

Именују се **др Александар Бенгин, ред. проф. и др Горан Воротовић, ванр. проф.** за менторе докторске дисертације **„БЕЗМРЕЖНА FRAGILE POINTS МЕТОДА (FRM) У ПРОРАЧУНИМА КОНТИНУАЛНИХ СРЕДИНА“** кандидата **РАДЕТА ГРУЈИЧИЋА, маст. инж. маш.,** студента докторских студија.

Одлуку доставити: ментору, докторанту и архиви.

ДЕКАН
МАШИНСКОГ ФАКУЛТЕТА

проф. др Владимир Поповић