

Факултет МАШИНСКИ

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ

223/7

(Број захтева)
08.02.2024.
(Датум)

Већу научних области техничких наука
(Назив већа научне области коме се захтев упућује)

ЗАХТЕВ

за давање сагласности на одлуке о усвајању извештаја Комисије за оцену докторске дисертације и о именовању комисије за одбрану

Молимо да, сходно члану 47. ст. 5. тач. 4. Статута Универзитета у Београду ("Гласник Универзитета", број 186/15-пречишћени текст и 189/16), дате сагласност на одлуку о усвајању извештаја Комисије за оцену докторске дисертације:

КАНДИДАТ РАДЕ НЕЂЕЉКО ГРУЛИЧИЋ

(име, име једног од родитеља и презиме)

студент докторских студија на студијском програму МАШИНСКО ИНЖЕЊЕРСТВО

пријавио је докторску дисертацију под називом:

БЕЗМРЕЖНА FRAGILE POINTS МЕТОДА (FPM) У ПРОБЛЕМИМА ОПСТРУЈАВАЊА АЕРОДИНАМИЧКИХ ОБЛИКА И ПРОСТИРАЊА ТОПЛОТЕ

из научне области: Ваздухопловство

Универзитет је дана 11.09.2023. својим актом под бр. 61206-2699/2-23 дао сагласност на предлог теме докторске дисертације која је гласила:

БЕЗМРЕЖНА FRAGILE POINTS МЕТОДА (FPM) У ПРОБЛЕМИМА ОПСТРУЈАВАЊА АЕРОДИНАМИЧКИХ ОБЛИКА И ПРОСТИРАЊА ТОПЛОТЕ

Име и презиме ментора др Александар Бенгин, ред. проф. и др Горан Воротовић, ванр. проф.

Комисија за оцену докторске дисертације именована је на седници одржаној од 07.12.2023. одлуком факултета под бр. 698/9, у саставу:

	Име и презиме члана комисије	звање	научна област	Установа у којој је запослен
1.	др Огњен Пековић	ванр. проф.	Ваздухопловство	Машински факултет
2.	др Јелена Сворцан	ванр. проф.	Ваздухопловство	Машински факултет
3.	др Мирко Коматина	ред. проф.	Термомеханика	Машински факултет
4.	др Јела Воротовић	научни сарадник	Механика флуида	Машински факултет
5.	др Игор Вушановић	ванр. проф.	Термодинамика	Универзитет Црне Гора – Машински факултет

Напомена: уколико је члан Комисије у пензији навести датум пензионисања.

Датум стављања извештаја Комисије и докторске дисертације на увид јавности 22.12.2023.

Наставно-научно веће факултета усвојило је извештај Комисије за оцену докторске дисертације на седници одржаној дана 08.02.2024.

Комисија за одбрану докторске дисертације именована је на седници одржаној 07.12.2023.

одлуком факултета под бр. 698/9

у саставу:

	Име и презиме члана комисије	звање	научна област	Установа у којој је запослен
1.	др Огњен Пековић	ванр. проф.	Ваздухопловство	Машински факултет
2.	др Јелена Сворцан	ванр. проф.	Ваздухопловство	Машински факултет
3.	др Мирко Коматина	ред. проф.	Термомеханика	Машински факултет
4.	др Јела Воротовић	научни сарадник	Механика флуида	Машински факултет
5.	др Игор Вушановић	ванр. проф.	Термодинамика	Универзитет Црне Гора – Машински факултет

Напомена: уколико је члан Комисије у пензији навести датум пензионисања.

ДЕКАН ФАКУЛТЕТА

Проф. др Владимир Поповић

- Прилози:
1. Одлука Наставно-научног већа о усвајању извештаја Комисије за оцену докторске дисертације и одлука о именовању Комисије за одбрану докторске дисертације
 2. Извештај Комисије о оцени докторске дисертације
 3. Примедбе на извештај Комисије о оцени докторске дисертације (уколико их је било) и мишљење Комисије о примедбама

Напомена: Факултет доставља Универзитету захтев са прилозима у електронској форми и у једном писаном примерку за архиву Универзитета

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
- МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ –
Број: 223/6
Датум: 08.02.2024. године
Београд, Краљице Марије бр. 16

На основу члана 40. Закона о високом образовању („Службени гласник РС“, број 88/2017, 73/2018, 27/2018 – др. закон 67/2019, 6/2020 – др. закони, 11/2021 – аутентично тумачење, 67/2021, 67/2021 – др. закон и 76/2023), члана 64. Статута Машинског факултета - пречишћен текст (број 1136/4 од 28.06.2021. године), Одлуке о изменама и допунама Статута број 239/6 од 17.02.2023. године, чланова 46. и 47. Правилника о докторским студијама на Универзитету у Београду - Машинском факултету, Наставно-научно веће Машинског факултета на седници одржаној 08.02.2024. године, донело је:

ОДЛУКУ

Усваја се Извештај о урађеној докторској дисертацији Комисије за оцену и одбрану докторске дисертације **„БЕЗМРЕЖНА FRAGILE POINTS МЕТОДА (FPM) У ПРОБЛЕМИМА ОПСТРУЈАВАЊА АЕРОДИНАМИЧКИХ ОБЛИКА И ПРОСТИРАЊА ТОПЛОТЕ“** студента **РАДА ГРУЈИЧИЋА**, дипл. инж. маш.

У року од 30 дана од дана стављања докторске дисертације на увид јавности није било примедби на Извештај и докторску дисертацију.

Докторску дисертацију и Извештај о урађеној докторској дисертацији доставити на давање сагласности Већу научних области техничких наука Универзитета у Београду.

Јавна одбрана докторске дисертације обавиће се по добијању сагласности Универзитета у Београду.

Универзитет у Београду је својом Одлуком број 61206-2699/2-23 од 11.9.2023. године, дао сагласност на предлог теме докторске дисертације.

Објављени радови студента у часописима међународног значаја:

M21 – часопис са SCI листе

Grujičić R., Mladenović N., Bengin A., Vorotović G., Dong L., Atluri S.N. (2023). Meshless Fragile Points Method (FPM) in a 2D and 3D potential compressible subsonic fluid flow, *Engineering Analysis with Boundary Elements* 151, pp. 538-547, DOI Reference: <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2023.03.032> (Impact factor 3.25; ISSN / eISSN: 0955-7997 / 1873-197X)

Одлуку доставити: Универзитету у Београду, студенту, ментору, Катедри за ваздухопловство и архиви Факултета.

ДЕКАН
МАШИНСКОГ ФАКУЛТЕТА

проф. др Владимир Поповић

ВЕЋУ ДОКТОРСКИХ СТУДИЈА

Предмет: Извештај о урађеној докторској дисертацији кандидата Рада Н. Грујичића, маг. инж. маш.

Одлуком Наставно-научног већа Машинског факултета бр. 698/9 од 7.12.2023. године именовани смо за чланове Комисије за оцену и одбрану докторске дисертације кандидата Рада Н. Грујичића, маг. инж. маш., под називом:

„Безмрежна *Fragile Points* метода (FPM) у проблемима опструјавања аеродинамичких облика и простирања топлоте“.

На основу увида у садржај дисертације и пратећих материјала и након разговора са кандидатом, Комисија је сачинила следећи:

РЕФЕРАТ

1. Увод

1.1. Хронологија одобравања и израде дисертације

Кандидат Раде Н. Грујичић се студијске 2016/17. године уписао на прву годину Докторских студија Универзитета у Београду - Машинског факултета. Положио је све испите предвиђене планом и програмом Докторских студија с просечном оценом 9,93.

Кандидат се Већу за докторске студије обратио захтевом број 698/1 од 26.4.2023. да му одобри израду докторске дисертације на Универзитету у Београду - Машинском факултету и тему под називом „Безмрежна *Fragile Points* метода (FPM) у прорачунима континуалних средина“. Том приликом је за менторе предложио др Александра Бенгина, редовног професора на Универзитету у Београду - Машинском факултету, и др Горана Воротовића, ванредног професора на Универзитету у Београду - Машинском факултету.

На основу Сагласности Катедре за ваздухопловство број 698/2 од 26.5.2023. године, Наставно-научно веће Универзитета у Београду - Машинског факултета је донело Одлуку бр. 698/3 од 1.6.2023. године о именовању др Александра Бенгина, редовног професора, и др Горана Воротовића, ванредног професора, за менторе докторске дисертације, а потом и

Одлуку бр. 698/4 од 1.6.2023. године о именовању Комисије за оцену научне заснованости теме докторске дисертације, у саставу:

- др Огњен Пековић, ванредни професор, Универзитет у Београду - Машински факултет,
- др Јелена Сворцан, ванредни професор, Универзитет у Београду - Машински факултет,
- др Мирко Коматина, редовни професор, Универзитет у Београду - Машински факултет,
- др Јела Буразер, научни сарадник, Универзитет у Београду - Машински факултет и
- др Игор Вушановић, редовни професор, Универзитет Црне Горе, Машински факултет.

На основу Извештаја Комисије број 698/5 од 20.6.2023. године, Наставно-научно веће Универзитета у Београду - Машинског факултета је донело Одлуку бр. 698/6 од 13.7.2023. године о прихватању научне заснованости теме, уз констатацију да кандидат испуњава услове за израду докторске дисертације под називом „Безмрежна *Fragile Points* метода (FPM) у проблемима опструјавања аеродинамичких облика и простирања топлоте“. Веће научних области техничких наука Универзитета у Београду је Одлуком бр. 61206-2699/2-23 од 11.9.2023. године дало сагласност на Одлуку Наставно-научног већа Машинског факултета о прихватању теме докторске дисертације Рада Грујичића, под називом „Безмрежна *Fragile Points* метода (FPM) у проблемима опструјавања аеродинамичких облика и простирања топлоте“ и одређивању проф. др Александра Бенгина и проф. др Горана Воротовића за менторе.

Ментори, проф. др Александар Бенгин и проф. др Горан Воротовић, су 16.11.2023. године обавестили Катедру за ваздухопловство о завршеној докторској дисертацији кандидата Рада Н. Грујичића, на основу чега је Катедра за ваздухопловство упутила Наставно-научном већу Машинског факултета обавештење бр. 698/8 од 17.11.2023. године о завршетку израде докторске дисертације Рада Н. Грујичића, уз предлог чланова Комисије за оцену и одбрану докторске дисертације. На основу тог дописа, Наставно-научно веће је донело Одлуку бр. 698/9 од 7.12.2023. године о формирању Комисије за оцену и одбрану докторске дисертације у следећем саставу:

- др Огњен Пековић, ванредни професор, Универзитет у Београду - Машински факултет,
- др Јелена Сворцан, ванредни професор, Универзитет у Београду - Машински факултет,
- др Мирко Коматина, редовни професор, Универзитет у Београду - Машински факултет,
- др Јела Воротовић, научни сарадник, Универзитет у Београду - Машински факултет и
- др Игор Вушановић, редовни професор, Универзитет Црне Горе, Машински факултет.

1.2. Научна област дисертације

Докторска дисертација Рада Н. Грујичића, под називом „Безмрежна *Fragile Points* метода (FPM) у проблемима опструјавања аеродинамичких облика и простирања топлоте“ припада научној области Машинско инжењерство, односно ужим научним областима

Ваздухопловство и Термомеханика, за које је матичан Универзитет у Београду - Машински факултет. У својству ментора, израдом докторске дисертације руководили су др Александар Бенгин, редовни професор Универзитета у Београду - Машинског факултета на Катедри за ваздухопловство, и др Горан Воротовић, ванредни професор Универзитета у Београду - Машинског факултета на Катедри за ваздухопловство.

1.3. Биографски подаци о кандидату

Раде (Неђељко) Грујичић рођен је у Пљевљима 1991. године. Основну школу „Ристан Павловић“ завршио је 2006, а Средњу стручну школу у Пљевљима, смер Машински техничар, 2010. године. За постигнуте резултате добио је диплому Луча А.

На Машинском факултету Универзитета Црне Горе на студијском програму Машинство, смер Примијењена механика и конструисање, завршио је трогодишње основне академске студије 2013. године с просечном оценом 9,96. Годину дана касније на истом смеру завршава специјалистичке академске студије с просечном оценом 10, бранећи рад под називом „Развој конструкције мобилног робота за сакупљање пакова различите боје“, а 2016. и једногодишње магистарске (мастер) академске студије с просечном оценом 10, бранећи рад под називом „Утицај броја активних котрљајних тијела на генерисање топлоте код кугличног лежаја са радијалним додиром“. За резултате постигнуте током студија добио је више награда и стипендија.

У Средњој стручној школи „Иван Ускоковић“ у Подгорици радио је као наставник-приправник, а у Руднику угља А.Д. Пљевља као инжењер за рударску опрему и механизацију. Током 2016/17. био је ангажован као демонстратор на извођењу вежби из Математике I на Машинском факултету Универзитета Црне Горе, на коме од 2017/18. ради као сарадник у настави (асистент) изводећи аудиторне вежбе на предметима из области Примијењена механика.

Уз краткотрајне студијске посете Институту за механику континуума при Лајбниц универзитету у Хановеру (Немачка) и Факултету за механику и материјале *Hohai* универзитета (Кина) које су имале за циљ упознавање са безмрежним нумеричким методама, истиче се то што је кандидат током четири месеца 2019. године боравио на усавршавању на Машинском факултету *Texas Tech* универзитета у Лабоку (Тексас, САД), радећи истраживање из области безмрежних нумеричких метода под руководством професора Атлурџа (*Satya N. Atluri*). Током једномесечног истраживачког боравка 2023. године на Техничком универзитету у Минхену наставио је истраживања из области безмрежних нумеричких метода.

Кандидат је до сада био ангажован као сарадник на 10 научно-истраживачких пројеката, од чега су три пројекта подржана од стране Црногорске академије наука и умјетности, док су четири реализована под покровитељством Министарства науке Црне Горе, у оквиру билатералних програма научне и технолошке сарадње. Кандидат је као коаутор објавио 13 радова у међународним и домаћим часописима и дао 16 саопштења на међународним и домаћим скуповима.

2. **Опис дисертације**

2.1. Садржај дисертације

Докторска дисертација под називом „Безмрежна *Fragile Points* метода (FPM) у проблемима опструјавања аеродинамичких облика и простирања топлоте“ кандидата Рада

Н. Грујичића написана је на 136 страница А4 формата, на српском језику и ћириличним писмом, и подељена у следећа поглавља:

1. Увод
 2. *Fragile Points* метода (FPM)
 3. Подзвучно потенцијално струјање стишљивог флуида око аеродинамичких облика
 4. Нестационарно провођење топлоте кроз нехомогене анизотропне средине
 5. Закључак
- Литература
Прилог А: Код за брзу уређену подјелу домена на поддомене
Прилог Б: Униформно опструјавање цилиндра - аналитичко рјешење

Наведеним поглављима претходе: насловна страница на српском језику, насловна страница на енглеском језику, страница са подацима о менторима и члановима Комисије за одбрану докторске дисертације, захвалница, сажетак докторске дисертације на српском језику, сажетак докторске дисертације на енглеском језику, садржај дисертације и списак ознака, индекса и скраћеница. Након наведених поглавља дати су: кратка биографија аутора, Изјава о ауторству, Изјава о истовјетности штампане и електронске верзије докторског рада и Изјава о коришћењу.

Дисертација садржи: 63 слике, 10 табела, 118 нумерисаних математичких израза и 100 библиографских референци.

2.2. Кратак приказ појединачних поглавља

У првом поглављу је кроз преглед литературе дат приказ развоја нумеричких метода за решавање парцијалних диференцијалних једначина (ПДЈ), с посебним освртом на безмрежне методе и на повод за њихов настанак. Указано је на особености, предности и недостатке најчешће коришћених. Описана је нова безмрежна нумеричка метода под називом *Fragile Points* метода (FPM) и наведен списак проблема чијем је решавању она дала допринос. Дефинисани су циљеви и постављене хипотезе докторске дисертације.

У другом поглављу је пружен детаљан приказ специфичности FPM које је одвајају од других метода. Акценат је стављен на опис начина за поделу домена на поддомене и карактеристика које тополошка мапа треба да поседује након тог процеса. Осим тога, представљен је приступ којим се врши формирање дисконтинуалних локално линеарних пробних и тестних функција и дата њихова визуелна интерпретација за конкретне једнодимензионалне, дводимензионалне и тродимензионалне случајеве.

У трећем поглављу је извршена дискретизација ПДЈ стишљивог потенцијалног подзвучног струјања флуида помоћу Галеркиновог FPM приступа. Представљен је поступак корекције нумеричког флукса и изведене су FPM-*Primal* и FPM-*Mixed* формулације посматране једначине. Описан је начин имплементације граничних услова, с посебним освртом на Кута-Жуковски. За коректно моделовање циркулације, одабран је приступ по коме се иза задње ивице аеропрофила/крила умеће тзв. *wake* линија/површина, чиме се омогућава скок потенцијала дуж ње. Предност дисконтинуалног карактера FPM је у посматраној ситуацији дошла до изражаја. Уследили су: нумеричка имплементација, поређење FPM резултата са аналитичким, експерименталним и другим нумеричким резултатима кроз решавање неколико конкретних примера опструјавања аеродинамичких облика, тестови конвергенције и предлог опсега оптималних вредности тзв. *penalty* параметара којима се, између осталог, врши стабилизација методе.

У четвртом поглављу је ПДЈ нестационарне топлотне кондукције дискретизована помоћу FPM-*Primal* приступа у просторном домену. У обзир су узети: Дирихлеов, Нојманов, Робинов и симетрични гранични услов. С обзиром на то да су предмет разматрања нестационарни проблеми, FPM приступом је добијен полудискретни систем, па је било неопходно укључити и неку од бројних техника за дискретизацију у временском домену, тј. за решавање обичних диференцијалних једначина (ОДЈ). Размотрене су: Ојлерова експлицитна метода, Ојлерова имплицитна метода, трапезно правило и Рунге-Кута (*Runge-Kutta*) метода четвртог реда. Након нумеричке имплементације за сваки од четири приступа, извршена је процена рачунске сложености алгоритама и кроз низ конкретних примера направљено међусобно поређење метода. Размотрене су једнодимензионалне, дводимензионалне и тродимензионалне средине различитог облика које су хомогене/нехомогене, изотропне/анизотропне, са топлотним извором или без њега. Извршено је поређење FPM решења са аналитичким и решењима других нумеричких метода.

У петом поглављу су изведени основни закључци до којих се дошло током припреме дисертације.

3. Оцена дисертације

3.1. Савременост и оригиналност

Иако се велики број физичких процеса попут: деформисања чврстих тела, дифузије, преноса топлоте, кретања флуида, простирања таласа, електромагнетизма..., веродостојно описује парцијалним диференцијалним једначинама, само у изузетно ретким ситуацијама оне имају своја егзактна аналитичка решења. Колико год таква решења била погодна и пожељна, она су у општем случају ретка и обично су добијена за врло упрошћене моделе који углавном не осликавају реалне ситуације. Потреба да се дође до решења ПДЈ за комплексније проблеме, усмерила је правац истраживања таквих феномена ка нумеричким методама које, уз одређени ниво грешке, омогућавају симулацију различитих процеса и појава. Због широке распрострањености у решавању многих практичних задатака разнолике комплексности, симулације постају веродостојан алат у испитивању теорија, разумевању сложених физичких феномена или чак откривању раније непознатих законитости. Међутим, због комплексности ПДЈ, специфичности самих физичких процеса и ограничења нумеричких метода развијаних за потребе њиховог решавања, ниједна метода се не може прогласити апсолутно супериорном у односу на друге, нити опште применљивом. Стога научна заједница одавно трага за унапређењима и истражује могућности примене појединих метода за различите групе проблема, па су се из жеље за превазилажењем недостатака једних метода развијале друге.

Искорак ка даљем унапређењу нумеричких метода основна је тенденција ове докторске дисертације. Она у фокус ставља нову безмрежну (*meshless*) *Fragile Points* нумеричку методу (FPM), с циљем да пружи допринос њеном развоју ка групацији општих нумеричких метода за решавање разноврсних ПДЈ, објективно очекујући да би била конкурентна постојећим нумеричким методама. У периоду од протекле четири године, откад је FPM настала, публиковано је више од 15 радова у часописима са SCI листе на тему примене FPM у решавању различитих ПДЈ, што говори о популарности коју је метода стекла, разноврсној применљивости и актуелности проблематике.

У овој докторској дисертацији, FPM је по први пут примењена у решавању стишљивог потенцијалног подзвучног струјања флуида и нестационарне топлотне кондукције, у чему се огледа оригиналност докторске дисертације.

3.2. Осврт на референтну и коришћену литературу

Кроз детаљан преглед литературе дат је осврт на развој нумеричких метода за решавање ПДЈ, с посебним фокусом на најчешће коришћене традиционалне методе које су доживеле имплементацију у различитим софтверима, попут методе коначних елемената, методе коначних разлика, методе коначних запремина, методе граничних елемената. Истичући њихове предности и недостатке, дат је приказ најчешће коришћених безмрежних нумеричких метода које су настале као пандан традиционалним методама на бази мреже. Потом је посебна пажња посвећена литературним изворима кроз које је развијана *Fragile Points* метода (FPM), те су се из поређења FPM са карактеристикама других метода приказаних кроз преглед литературе издвојиле кључне особености FPM. Међу литературним изворима су се нашле и референце у којима су дисертацијом разматрани нумерички примери решавани аналитички, експериментално или помоћу других нумеричких метода, а све са циљем поређења, односно валидације FPM резултата.

3.3. Опис и адекватност примењених научних метода

Поред методе дескрипције којом је дат увид у особености *Fragile Points* методе (FPM) и својства по којима се њен концепт разликује у односу на постојеће нумеричке методе, кандидат се користио методом анализе и синтезе којом је процес добијања нумеричких решења помоћу FPM прво рашчланио на кључне појединачне етапе (подела домена на поддомене, дефинисање полиномних пробних функција, формирање слабе форме једначина, корекција нумеричког флукса, нумеричка имплементација), да бих их затим издвојено истражио и разрадио и на крају објединио у јединствену целину која чини комплетну методу.

Као једну од кључних етапа издвојио је и представио математичку методу за дефинисање дисконтинуалних локално линеарних пробних функција базирану на генерализованој методи коначних разлика. Друга кључна етапа обухвата формирање дискретизованих ПДЈ разматраних физичких проблема, које су добијене коришћењем математичких метода базираних на Галеркиновој слабој форми ПДЈ и корекцији нумеричког флукса.

Након обједињавања пробних функција и дискретизованих једначина, уследила је нумеричка имплементација у општем облику на основу које су, методом моделовања, направљени нумерички модели конкретних разматраних проблема.

Финално је методом компарације направљено поређење резултата које даје FPM са аналитичким, експерименталним и нумеричким резултатима доступним у литератури, а у циљу валидације FPM.

3.4. Применљивост остварених резултата

Исход докторске дисертације су:

- формирана матрична једначина подзвучног потенцијалног струјања стишљивог флуида око аеродинамичких облика у FPM-*Primal* и FPM-*Mixed* форми;

- формиран систем линеарних алгебарских једначина у FPM-*Primal* форми којим се описује стационарно провођење топлоте кроз анизотропне нехомогене средине различитог облика;
- формирани алгоритми за решавање нестационарног провођења топлоте на бази FPM-*Primal* приступа и четири разматране методе за решавање ОДЈ.

С обзиром на то да је кроз докторску дисертацију извршена нумеричка имплементација, омогућено је једноставно решавање (нумеричким путем) претходно наведених физичких проблема, који су честа појава у практичним случајевима. Прије употребе наведених једначина, потребно је да се формира тополошка мапа домена за конкретни практични проблем који се анализира и да се дефинишу гранични услови. Кандидат је предложио неколико приступа за формирање тополошке мапе и истакао скуп информација о домену које она треба да садржи.

3.5. Оцена достигнутих способности кандидата за самостални научни рад

Чланови Комисије сматрају да је кандидат Раде Н. Грујичић показао смисао и знање неопходно за самостално спровођење научно-истраживачког рада и решавање инжењерских и научних проблема. Кроз истраживање литературе и дискусију резултата до којих је дошао, уочава се да је поставио здраву основу за даљи самостални научно-истраживачки рад.

4. **Остварени научни допринос**

4.1. Приказ остварених научних доприноса

Оригинални научни доприноси кандидата Рада Н. Грујичића у оквиру дисертације „Безмрежна *Fragile Points* метода (FPM) у проблемима опструјавања аеродинамичких облика и простирања топлоте“ огледају се у следећем:

1. Нова безмрежна *Fragile Points* метода (FPM) је први пут примењена у решавању парцијалне диференцијалне једначине подзвучног потенцијалног струјања стишљивог флуида. Кључни допринос је дат кроз поглавље 3.4 у коме је изведен коначни облик једначине потенцијалног струјања стишљивог флуида на бази FPM-*Primal* приступа, дефинисан релацијом (3.21) на страни 32, односно на бази FPM-*Mixed* приступа, дефинисан релацијом (3.23) на страни 33. Научни допринос је истакнут изразом (15) на страни 541 у раду „*Meshless Fragile Points Method (FPM) in a 2D and 3D potential compressible subsonic fluid flow*“ објављеном у часопису *Engineering Analysis with Boundary Elements* из категорије M21 (<https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2023.03.032>). У поглављу 3.5 изведени су системи линеарних алгебарских једначина за решавање наведеног физичког проблема на основу дискретизованих форми једначина и одабраних пробних/тестних функција. Кроз неколико конкретних нумеричких примера представљене су могућности FPM у симулацији дводимензионалног и тродимензионалног потенцијалног подзвучног опструјавања аеродинамичких облика и извршена валидација методе. Конвергентност FPM-*Primal* и FPM-*Mixed* приступа потврђена је резултатима представљеним на сликама 3.8 и 3.16. Стабилност FPM-*Primal* и FPM-*Mixed* приступа потврђена је резултатима представљеним на сликама 3.9, 3.10, 3.17 и 3.18.
2. Нова безмрежна *Fragile Points* метода (FPM) је први пут примењена у решавању парцијалне диференцијалне једначине нестационарног провођења топлоте кроз анизотропне нехомогене средине. Кључни допринос је дат кроз поглавље 4.2 у коме

је изведен коначни облик једначине на бази FPM-*Primal* приступа, дефинисан релацијом (4.13) на страни 68. Научни допринос је истакнут изразом (12) на страни 78 у раду „*A new meshless “fragile points method” and a local variational iteration method for general transient heat conduction in anisotropic nonhomogeneous media. Part I: Theory and implementation*“, објављеном у часопису *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, из категорије M23 (<https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/10407790.2020.1747278>). Конкретним нумеричким примерима представљене су могућности FPM у симулацији нестационарног провођења топлоте кроз анизотропне нехомогене средине различитог облика у једнодимензионалним, дводимензионалним и тродимензионалним проблемима и извршена валидација методе. Мноштвом врло разноврсних примера који су успешно решени применом FPM доказана је робусност методе. Конвергентност методе је потврђена резултатима представљеним на сликама 4.2, 4.12 и 4.29. Стабилност методе је потврђена резултатима представљеним на сликама 4.3, 4.4, 4.13-4.15, 4.30 и 4.31.

Споредни допринос кандидата је алгоритам за изузетно брзу уређену (правилну) поделу домена облика правоугаоника/квадра на поддомене и генерисање тополошке мапе, који се извршава с комплексношћу $O(n)$.

4.2. Критичка анализа резултата истраживања

На основу прегледа релевантне научне литературе и постојећих решења из области докторске дисертације, комисија констатује да су приказани резултати истраживања изузетно значајни и научно утемељени. Добијеним резултатима дат је допринос развоју нове безмрежне нумеричке *Fragile Points* методе (FPM) у правцу решавања проблема из механике флуида и простирања топлоте, чиме је направљена добра основа за будућа истраживања још комплекснијих феномена. Показало се да је метода прецизна, робусна, конвергентна и стабилна, али и да по тачности резултата парира актуелним нумеричким методама. Уз то се испоставило да је у односу на класичне методе, попут методе коначних елемената, методе коначних разлика и методе коначних запремина: мање осетљива на расподелу чворних тачака, једноставнија за симулацију проблема који укључују сложене геометрије и много једноставнија за симулацију проблема са дисконтинуитетима у домену. У односу на друге безмрежне нумеричке методе има много једноставније пробне функције које интеграцију чине лаком и прецизном.

На основу увида у задате циљеве истраживања и резултате представљене у докторској дисертацији, констатујемо да су пружени одговори на сва релевантна питања и да су решени проблеми са којима се кандидат сусрео у току истраживања.

4.3. Верификација научних доприноса

Научни доприноси кандидата Рада Н. Грујићића у вези са темом докторске дисертације верификовани су кроз следеће четири публикације:

Врхунски међународни часопис (M21)

- (1) **Grujić R.**, Mladenović N., Bengin A., Vorotović G., Dong L., Atluri S.N. (2023). Meshless Fragile Points Method (FPM) in a 2D and 3D potential compressible subsonic fluid flow, *Engineering Analysis with Boundary Elements* 151, pp. 538-547, DOI Reference: <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2023.03.032> (Impact factor 3.25; ISSN / eISSN: 0955-7997 / 1873-197X)

Међународни часопис (M23)

- (2) Guan Y., **Grujičić R.**, Wang X., Dong L., Atluri S.N. (2020). A new meshless “fragile points method” and a local variational iteration method for general transient heat conduction in anisotropic nonhomogeneous media. Part II: Validation and discussion, *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, 78(2), pp. 86-109, DOI Reference: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/10407790.2020.1747283> (Impact factor 1.586; ISSN / eISSN: 1040-7790 / 1521-0626)
- (3) Guan Y., **Grujičić R.**, Wang X., Dong L., Atluri S.N. (2020). A new meshless “fragile points method” and a local variational iteration method for general transient heat conduction in anisotropic nonhomogeneous media. Part I: Theory and implementation, *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, 78(2), pp. 71-85, DOI Reference: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/10407790.2020.1747278> (Impact factor 1.586; ISSN / eISSN: 1040-7790 / 1521-0626)

Саопштење са међународног скупа штампано у целини (M33)

- (4) Guan Y., **Grujičić R.**, Wang X., Dong L., Atluri S.N. (2020). A new and efficient meshless computational approach for transient heat conduction in anisotropic nonhomogeneous media: fragile points method and local variational iteration scheme, *Proceedings of the ASME 2020, International Mechanical Engineering Congress and Exposition, IMECE2020*, November 16-19, 2020, Portland, OR, USA, <https://asmedigitalcollection.asme.org/IMECE/proceedings-abstract/IMECE2020/84591/V011T11A037/1099492>

5. Закључак и предлог

На основу прегледа и детаљне анализе докторске дисертације кандидата Рада Н. Грујичића под називом „Безмрежна *Fragile Points* метода (FPM) у проблемима опструјавања аеродинамичких облика и простирања топлоте“, Комисија за оцену и одбрану докторске дисертације констатује да урађена докторска дисертација представља оригиналан научни допринос у развоју нове безмрежне *Fragile Points* методе (FPM) за потребе решавања проблема из домена опструјавања аеродинамичких облика и простирања топлоте. Тема припада научној области Машинско инжењерство, ужим научним областима Ваздухопловство и Термомеханика. Комисија констатује да је дисертација написана према свим стандардима научно-истраживачког рада, као и да испуњава све услове предвиђене Законом о високом образовању и да је у складу са Статутом и Правилником о Докторским студијама Универзитета у Београду - Машинског факултета. Комисија констатује да је кандидат Раде Н. Грујичић, маг. инж. маш., успешно завршио докторску дисертацију у складу са предвиђеним предметом и задатим циљевима истраживања.

Комисија предлаже Наставно-научном већу Машинског факултета у Београду да се докторска дисертација под називом „Безмрежна *Fragile Points* метода (FPM) у проблемима опструјавања аеродинамичких облика и простирања топлоте“ кандидата Рада Н. Грујичића, маг. инж. маш., заједно са овим Извештајем, прихвати, изложи на увид јавности и упути Већу научних области техничких наука Универзитета у Београду на коначно усвајање.

Београд, 15. децембар 2023. године

ЧЛАНОВИ КОМИСИЈЕ

др Огњен Пековић, ванредни професор
Универзитет у Београду - Машински факултет

др Јелена Сворцан, ванредни професор
Универзитет у Београду - Машински факултет

др Мирко Коматина, редовни професор
Универзитет у Београду - Машински факултет

др Јела Воротовић, научни сарадник
Универзитет у Београду - Машински факултет

др Игор Вушановић, редовни професор
Универзитет Црне Горе, Машински факултет

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ
Бр. 698/9
Датум: 07.12.2023. године
БЕОГРАД, Ул. краљице Марије бр. 16

На основу обавештења др Александра Бенгина, ред. проф. и др Горана Воротовића, ванр. проф., ментора да је студент Раде Грујичић, дипл. инж. маш., завршио докторску дисертацију „Безмрежна Fragile Points метода (FPM) у проблемима опструјавања аеродинамичких облика и простирања топлоте“, предлога Колегијума наставника Катедре за ваздухопловство, а сагласно члану 40. Закона о високом образовању („Службени гласник РС“, број 76/2005, 100/2007 – аутентично тумачење, 97/2008, 93/2012, 89/2013 и 76/2023) и члану 42 Правилника о докторским студијама Машинског факултета, Наставно – научно веће Машинског факултета на седници одржаној дана 07.12.2023. године, донело је следећу

ОДЛУКУ

- др Огњен Пековић, ванр. проф.,
- др Јелена Сворцан, ванр. проф.,
- др Мирко Коматина, ред. проф.,
- др Јела Воротовић, научни сарадник, Универзитет у Београду – Машински факултет и
- др Игор Вушановић, ред. проф., Универзитет Црне Горе – Машински факултет.

именују се за чланове Комисије за оцену и одбрану докторске дисертације **„БЕЗМРЕЖНА FRAGILE POINTS МЕТОДА (FPM) У ПРОБЛЕМИМА ОПСТРУЈАВАЊА АЕРОДИНАМИЧКИХ ОБЛИКА И ПРОСТИРАЊА ТОПЛОТЕ“** студента **РАДА ГРУЈИЧИЋА**, дипл. инж. маш.

Одлуку доставити: члановима Комисије, студенту и архиви Факултета.

ДЕКАН
МАШИНСКОГ ФАКУЛТЕТА

проф. др Владимир Поповић