

Факултет Машински

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ

20/2
(Број захтева)
15.01.2026.
(Датум)

Веће научних области техничких наука
(Назив већа научне области коме се захтев упућује)

ЗАХТЕВ

за давање сагласности на одлуку о прихватању теме докторске дисертације и о одређивању ментора

Молимо да, сходно члану 47. ст. 5. тач. 3. Статута Универзитета у Београду ("Гласник Универзитета", број 186/15-пречишћени текст и 189/16), дате сагласност на одлуку о прихватању теме докторске дисертације:

Нови алгоритам оптималног вођења са ограничењем упадног угла

(пун назив предложене теме докторске дисертације)

НАУЧНА ОБЛАСТ: Машинство (ужа научна област: Војно машинство – системи наоружања)

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ:

1. Име, име једног од родитеља и презиме кандидата: ЛУКА (Немања) МИЛИЧИЋ
2. Претходно образовање (назив и седиште факултета, студијски програм):
Универзитет у Београду - Машински факултет, Краљице Марије 16, 11120 Београд 35
3. Година завршетка претходног нивоа студија: 2020.
4. Година уписа на докторске студије: 2020.
5. Назив студијског програма докторских студија: Машинско инжењерство

ПОДАЦИ О МЕНТОРУ:

Име и презиме ментора: Милош Марковић

Звање: ванредни професор

Списак радова који квалификују ментора за вођење докторске дисертације:

1. Đurović Radovan, Elek Predrag, Marković Miloš, Jevtić Dejan (2024). Modification and experimental validation of the Forrestal-Warren Perforation Model for high hardness armor steel plates of intermediate thickness, Defence Technology. KeAi Communications Co., ISSN: 2096-3459, 10.1016/j.dt.2024.11.006, M21a. IF2024 5.9.
2. Marković Miloš, Elek Predrag, Jaramaz Dragana, Jevtić Dejan, Đurović Radovan, Jaramaz Lana, Micković Dušan (2023). Analysis of parameters influencing the pressure and temperature distribution in the gun bore evacuator, Thermal Science, 27(1B), 727-738. Univerzitet u Beogradu - Institut za nuklearne nauke Vinča, Beograd, ISSN: 0354-9836, 10.2298/TSCI220409102M, M22. IF2021 1.971.
3. Jevtić Dejan, Micković Dejan, Jaramaz Slobodan, Elek Predrag, Marković Miloš, Živković Saša (2020). Modeling of gas parameters in the cylinder of the automatic gun during firing, Thermal Science, 24(6), 4135-4145. Univerzitet u Beogradu - Institut za nuklearne nauke Vinča, Beograd, ISSN: 0354-9836, 10.2298/TSCI200118152J, M22. IF2020 1.701.
4. Martić Igor, Budimir Stevan J., Mitrović Nenad, Maslarević Aleksandar, Marković Miloš (2016). Application and design of an economizer for waste heat recovery in a co-generation plant, Thermal Science, 20(4), 1355-1362. Univerzitet u Beogradu - Institut za nuklearne nauke Vinča, Beograd, ISSN: 0354-9836, 10.2298/TSCI141113211M, M22. IF2016 1.148.
5. Marković Miloš, Milinović Momčilo, Jeremić Olivera, Jaramaz Slobodan (2016). Simulation of changes in temperature and pressure fields during high speed projectiles forming by explosion, Thermal Science, 20(5), 1741-1752. Univerzitet u Beogradu - Institut za nuklearne nauke Vinča, Beograd, ISSN: 0354-9836, 10.2298/TSCI151217073M, M22. IF2016 1.148.

Обавештавамо вас да је Наставно – научно веће на седници одржаној 15.01.2026. године размотрило предложену тему и закључило да је тема погодна за израду докторске дисертације јер садржи оригиналну идеју и да је од значаја за развој науке, примену њених резултата, односно развој научне мисли уопште.

ДЕКАН ФАКУЛТЕТА

Прилог:

1. Одлука Наставно-научног већа о прихватању теме и одређивању ментора
2. Извештај Комисије о оцени научне заснованости теме докторске дисертације

Напомена:

Факултет доставља Универзитету захтев са прилозима у електронској форми и једном писаном примерку за архиву Универзитета

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
- МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ -
Број: 20/2
Датум: 15.01.2026. године
Београд, Краљице Марије 16

На основу члана 40. Закона о високом образовању („Службени гласник РС“, број 88/2017, 73/2018, 27/2018 – др. закон 67/2019, 6/2020 – др. закони, 11/2021 – аутентично тумачење, 67/2021, 67/2021 – др. закон и 76/2023), члана 64. Статута Машинског факултета – пречишћени текст (број 1136/4 од 28.06.2021. године), Одлуке о изменама и допунама Статута број 239/6 од 17.02.2023. године и члана 38. Правилника о докторским студијама на Универзитету у Београду - Машинском факултету, Наставно-научно веће Машинског факултета на седници од 15.01.2026. године донело је:

О Д Л У К У

о прихватању Извештаја Комисије за оцену научне заснованости теме докторске дисертације

Прихвата се Извештај Комисије за оцену научне заснованости теме докторске дисертације кандидата **Луке Миличића**, маг. инж. маш. под насловом **„Нови алгоритам оптималног вођења са ограничењем упадног угла“**.

Извештај је поднела Комисија у саставу: др Предраг Елек, ред. проф., др Александар Обрадовић, ред. проф., др Милан Ристановић, ред. проф., др Милош Марковић, ванр. проф. и др Олег Черкасов, доц., Московски државни универзитет „Ломоносов“, Факултет за механику и математику.

За **ментора** докторске дисертације именује се **др Милош Марковић, ванр. проф.**

Одлуку доставити: Универзитету у Београду, кандидату, ментору и архиви Факултета.

ДЕКАН
МАШИНСКОГ ФАКУЛТЕТА

проф. др Владимир Поповић

НАСТАВНО-НАУЧНОМ ВЕЋУ

Предмет: Оцена подобности теме и кандидата **Луке Н. Миличића**, маг. инж. маш. за израду докторске дисертације

Одлуком Наставно-научног већа бр. 1572/3 од 11.12.2025. године, именовани смо за чланове Комисије за оцену подобности теме и кандидата Луке Н. Миличића, маг. инж. маш., за израду докторске дисертације под називом: **“Нови алгоритам оптималног вођења са ограничењем упадног угла”**.

На основу материјала приложеног уз Захтев кандидата, Комисија подноси следећи

ИЗВЕШТАЈ

1. Подаци о кандидату

1.1. Биографски подаци

Лука Миличић је рођен 26. августа 1996. године у Београду. Основну школу „Филип Кљајић Фића“ завршио је 2011. године са просечном оценом 5,00, након чега уписује средњу школу „Ваздухопловна академија“ у Београду, смер – Техничар ваздушног саобраћаја. Средњу школу завршава 2015. године са просечном оценом 5,00, након чега уписује Машински факултет Универзитета у Београду. Године 2017. учествује на такмичењу у знању на Машинијади из предмета Математика 3 где осваја прво место. Године 2018. такође учествује на такмичењу у знању на Машинијади где осваја прво место из предмета Математика 3 и прво место из предмета Механика. Током завршне године Основних академских студија учествовао је у одржавању наставе из предмета Машински елементи 1 и Машински елементи 2 као демонстратор. Основне академске студије завршава 2018. године са просечном оценом током студирања 10,00. Завршни рад на тему „Оптимизација основних параметара у фази општег развојног пројектовања невођене артиљеријске ракете“ из предмета Конструкција ракетног наоружања је радио под менторством проф. др Момчила Милиновића и одбранио са оценом десет. Као један од најбољих студената Машинског факултета на основним академским студијама добијао је Похвале поводом Дана Машинског факултета за изванредан успех. Такође, током трајања Основних академских студија био је стипендиста Фонда за младе таленте Републике Србије „Доситеја“, као и стипендиста Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије.

Након завршених Основних академских студија на истом факултету 2018. године уписује Мастер академске студије на модулу Системи наоружања. Током Мастер академских студија учествовао је у извођењу наставе на Основним академским студијама на предмету Конструкција ракетног наоружања, катедре за системе

наоружања. Током прве године Мастер академских студија био је стипендиста Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије, а током друге године стипендиста Министарства одбране. Мастер академске студије завршава 2020. године са просечном оценом током студирања 10,00. Мастер рад на тему „Синтеза алгоритма вођења противоклопне вођене ракете“ из предмета Вођење и управљање пројектила је радио под менторством доц. др Иване Тодић и одбранио са оценом десет. Током Мастер академских студија добијао је Похвале поводом Дана Машинског факултета за изванредан успех, а по завршетку студија проглашен је за студента генерације уписане на факултет школске 2015/2016. године.

Након завршених Мастер академских студија на истом факултету 2020. године уписује Докторске академске студије, где прве две године завршава са просечном оценом десет. Од марта 2021. године запослен је на Машинском факултету Универзитета у Београду као сарадник у звању асистента са пуним радним временом за ужу научну област Системи наоружања – Војно машинство, где учествује у извођењу вежби на предметима Механика лета пројектила, Динамика лета и аеродинамика пројектила, Вођење и управљање пројектила, Конструкција ракетног наоружања, Пројектовање ракета и лансера.

Од јуна 2021. године учествује у реализацији научноистраживачких задатака у оквиру пројекта “Интегрисана истраживања у области микро, макро и нано машинског инжењерства”.

Од марта 2020. године ангажован је у фирми EDePro као пројектант у сектору за развој вођених ракета.

У свакодневном раду користи следеће програмске пакете: C, C++, C#, Python, Matlab, Simulink, LaTeX, Microsoft Office.

1.2. Стечено научно-истраживачко искуство

1.2.1 Положени испити на Докторским студијама

Кандидат Лука Н. Миличић уписао је Докторске академске студије на Машинском факултету Универзитета у Београду школске 2020/21. године (бр. индекса Д35/2020). Положио је све испите предвиђене Планом усавршавања студената докторских студија, укључујући и Пројекат идеје докторске дисертације, чиме је остварио укупно 120 ЕСП бодова и испунио основни услов за пријаву докторске дисертације. Списак положених предмета, остварених ЕСП бодова и оцена дат је у наредној табели:

Редни број	Назив предмета	Година студија, семестар и број ЕСПБ				Оцена
		1. година		2. година		
		I	II	III	IV	
1.	Виши курс математике (о)	5				10 (десет)
2.	Нумеричке методе (о)	5				10 (десет)
3.	ОМНИР и комуникација (о)	5				10 (десет)
4.	Теорија граничног слоја (и)	5				10 (десет)

5.	Одабрана поглавља из механике (о)		5			10 (десет)
6.	Аеродинамика и динамика лета у пројектовању аутопилота и система вођења пројектила (и)		5			10 (десет)
7.	Навигациони системи за вођене пројектиле (и)		5			10 (десет)
8.	Оптимално управљање кретањем механичких система (и)			5		10 (десет)
9.	Напредни курс из вођења пројектила (и)			5		10 (десет)
10.	Истраживање и публикавање 1	10				10 (десет)
11.	Истраживање и публикавање 2		15			10 (десет)
12.	Истраживање и публикавање 3			20		10 (десет)
13.	Истраживање и публикавање 4				8	10 (десет)
14.	Пројекат идеје докторске дисертације				22	10 (десет)

Легенда: о – обавезни предмет, и – изборни предмет.

1.2.2 Учесће у извођењу наставе

Почевши од шк. 2020/21 године, кандидат је активно и континуално укључен у наставни процес Катедре за системе наоружања Машинског факултета Универзитета у Београду. У звању асистента, ангажован је на припреми и одржавању вежби из предмета Механика лета пројектила на Основним академским студијама, као и из предмета: Динамика лета и аеродинамика пројектила, Вођење и управљање пројектила и Алгоритми навигације, вођења и управљања ракета на Мастер академским студијама.

1.2.3 Списак објављених радова

Категорија M20 – радови објављени у научним часописима међународног значаја

Рад у међународном часопису категорије (M22)

1. Filipović L., **Miličić L.**, Ristanović M., Dimitrijević V., Jovanović P., Physics-Guided Neural Network-Based Feedforward Control for Seamless Pipe Manufacturing Process. Applied Sciences, 15(4), 2025. 2229.

Рад у међународном часопису категорије (M23)

2. Obradović A., Cherkasov O., **Miličić L.**, Šalinić S., Realization of the Brachistochronic Motion of a Chaplygin Sleigh in a Vertical Plane with a Unilateral Nonholonomic Constraint. Theoretical And Applied Mechanics, Beograd. 50(2), 2023. 171-183.

Категорија М30 – зборници међународних научних скупова

Саопштење са међународног скупа штампано у целини (**М33**)

3. Kuzmanović V., Todić I., **Miličić L.**, Temperature stabilization using Peltier modules in highly dynamic environment. Proceedings of VII International Congress Engineering, Environment And Materials In Process Industry EEM 2021, Jahorina, Bosnia and Herzegovina, March 17-19, 2021. 295-303.
4. Todić I., **Miličić L.**, Kuzmanović V., Marković M., Jevtić D., Optimization of Automatic Safety Algorithms for Guided Missiles to Meet Testing Range Boundaries. 11th International Scientific Conference on Defensive Technologies, Tara, Serbia, October 09-11, 2024. 135-139.
5. Obradović A., Cherkasov O., **Miličić L.**, The Brachistochronic Motion of Chaplygin Sleigh in a Vertical Plane with Unilateral Nonholonomic Constraint. 9th International Congress of Serbian Society of Mechanics, Vrnjačka Banja, Serbia, July 05-07, 2023. 12-24.

Саопштење са међународног скупа штампано у изводу (**М34**)

6. **Miličić L.**, Obradović A., Todić I., Overview of Numerical Methods for Solving the Optimal Control Problem in Guidance Algorithms. Mathematics, Numerics and Applications MNA 2022, Budva, Montenegro, June 01-03, 2022. 17.
7. **Miličić L.**, Kuzmanović V., Todić I., Turbojet Engine Control with Neural Network-Based Feedforward. Third Serbian International Conference on Applied Artificial Intelligence (SICAAI), Kragujevac, Serbia, May 23-24, 2024. 44.
8. Kuzmanović V., **Miličić L.**, Todić I., 3-Axis Inertial Measurement Unit Calibration Using a Two-Axis Motion Platform. 40th Danubia-Adria Symposium on Advances in Experimental Mechanics, Gdańsk, Poland, September 24-27, 2024.

1.3 Оцена подобности кандидата за рад на докторској дисертацији

На основу претходног приказа резултата досадашњег рада кандидата Луке Н. Миличића, Комисија констатује да је исти положио све испите и испунио све обавезе предвиђене наставним планом и програмом Докторских студија, чиме је стекао 120 ЕСПБ и тиме остварио услов да му се одобри израда докторске дисертације. Биографски и библиографски подаци, положени испити на Докторским студијама, те научне и стручне активности кандидата, према мишљењу Комисије, квалификују Луку Н. Миличића за самосталан и успешан научно-истраживачки рад на предложеној теми докторске дисертације.

2. Предмет и циљ истраживања

Тежња за повећањем вероватноће поготка циља довела је до развоја и примене система вођења и управљања пројектила, како класичних тако и ракетних. Све већом употребом беспилотних летелица, али и оних у којима је посада присутна али нема директну контролу над њима, научна област вођења и управљања израсла је у један од многобројних темеља свеобухватне аерокосмонаутике. Основни задатак система вођења јесте да, на основу информација које су му доступне о објекту који се води (пројектил, ракета, беспилотна летелица...) и о тачки у коју се тај објекат води (најчешће названу циљ), формира команду. Под командом се подразумева сигнал којим се представља нека од кинематских величина на трајекторији чијим се даљим праћењем постиже сусрет вођеног објекта са циљем. Са друге стране, задатак система управљања јесте да, познавајући динамичке карактеристике вођеног објекта и величине мерене током лета, генерише такав управљачки сигнал на његовом извршном органу, који ће довести до што бољег праћења задате команде. Навигационим системом (или неким другим системом за праћење ракете и циља) обезбеђују се информације потребне систему вођења, чиме се постиже затворен систем аутоматског управљања кога сачињавају ове три дисциплине: вођење, навигација и управљање (*GNC – Guidance, Navigation & Control*).

За успешно испуњење мисије, само постизање сусрета летелице и циља често није довољно. Додатни захтеви који се постављају пред систем вођења зависе од врсте летелице и циља, али и задатка који је потребно испунити. Тако на пример, током космичких мисија спајања летелица у орбити, поред њиховог сусрета неопходно је обезбедити и нулту релативну брзину (тзв. рандеву). Слично важи и за мисије слетања на тврде површине других небеских тела, али и Земље, где је присутан и додатни захтев за уласком у атмосферу под одређеним углом. На ефективност бојевих глава тактичких ракета значајно се може утицати финалном оријентацијом ракете у односу на циљ, било да је реч о онима које обезбеђују усмерено дејство, било о онима које делују просторно. Оклопни циљеви најчешће су најрањивији у горњем делу возила, па је пожељно њихово гађање из горње полусфере. Вођење крстарећих ракета по путањи подразумева проласке кроз контролне тачке, тако да је вектор брзине у свакој од њих постављен у складу са наредном контролном тачком, како би се постигла глатка трајекторија са што мање непотребног маневрисања.

Сви претходно наведени примери имају заједничка следећа два захтева:

1. Постизање сусрета вођеног објекта и циља;
2. Остваривање жељене оријентације у тачки циља.

Под оријентацијом може да се подразумева оријентација летелице у смислу углова којима се описује положај тела летелице, па се захтев најчешће задаје као жељени угао пропињања и/или скретања, али и оријентација вектора брзине у крајњој тачки, која се описује помоћу два угла, једног у хоризонталној и/или једног у вертикалној равни (који се често назива угао нагиба путање). Правилним вођењем, жељени правац вектора брзине у тачки циља постиже се пре самог циља, тако да летелица приступа циљу „из жељеног правца“, па су нападни углови у последњим тренуцима лета мали. Због тога се захтев за постизањем жељене оријентације при сусрету са циљем (захтев 2) најчешће

задаје као захтев за оријентацијом вектора брзине. У ову групу убрајају се и мисије у којима је потребно контролисати релативну брзину сусрета (орбитални рандеву, слетање...), јер је задавање компонената вектора брзине аналогно задавању углова који дефинишу његову оријентацију.

Иако се под појмом циља може подразумевати и нека успутна тачка пре „коначног циља“, као на пример код вођења по путањи, где се свака контролна тачка може сматрати тренутним циљем, терминологија из ове области заснива се на последњој тачки лета, па се тако жељени угао вектора брзине у одговарајућој равни назива ударни/упадни угао (*impact angle*).

Осим наведених захтева, који дефинишу кинематске величине у последњој тачки лета (крајњи положај, вектор брзине), пред систем вођења може бити постављено још захтева који се тичу начина на који се до те последње тачке долази. Јасно је да је претходно наведена два захтева могуће испунити на бесконачно начина – постоји бесконачан број трајекторија тј. кривих којима је могуће повезати две тачке у којима је дефинисан правац тангенте. Са становишта практичне примене, нису све трајекторије оствариве, док са тактичког становишта нису све ни допустиве. Пред систем вођења могу се поставити допунски захтеви у виду дужине трајекторије тј. дозвољеног времена до сусрета са циљем, ограничења по некој од кинематских величина (максимално дозвољени угао, одступање од номиналне трајекторије, максимална брзина, убрзање...) итд. Како сви реални системи имају ограничене маневарске способности, најчешће постављена ограничења односе се на максималне вредности нормалног убрзања које се захтева од летелице током мисије. Ограничење максималног нормалног убрзања појављује се као неједнакост у поставци проблема вођења, али и даље оставља бесконачан број трајекторија на којима ће та неједнакост бити испуњена.

Алтернатива директном ограничавању нормалног убрзања (макар у поставци проблема, у примени је ограничење увек присутно) јесте ограничавање укупне управљачке енергије, која се представља као интеграл квадрата нормалног убрзања. Минимизацијом овог функционала постиже се минимални утрошак енергије, а решење овако постављеног проблема јесте једна трајекторија – оптимална трајекторија спрам критеријума управљачке енергије. Поставку проблема (захтеве 1 и 2) могуће је допунити и трећим захтевом:

3. Минимални утрошак енергије.

Методе вођења које доводе до испуњења наведених захтева називају се оптималним вођењем, где је критеријум оптималности управљачка енергија. До коначних облика закона вођења (израза или метода којима се одређује команда) за конкретну поставку проблема долази се применом теорије оптималног управљања.

Проблем проналажења оптималних трајекторија одавно је присутан у научној заједници [1-2], мада првобитно није био формулисан за потребе вођења летелица. Први закон вођења примењен на вођеној ракети јесте пропорционална навигација, која је коришћена због своје јасне физичке интерпретације и технологије доступне половином прошлог века, иако је њена оптималност доказана математички тек 20 година касније [3]. Први закони вођења који су, поред остваривања сусрета ракете и циља, подразумевали и постизање жељеног угла нагиба путање у тренутку сусрета настали су као резултат

истраживања алгоритама вођења космичких летелица, за потребе слетања на Месец, што је резултирало тзв. експлицитним вођењем [4].

Иако је сврставање метода којима се решава проблем постизања жељеног угла нагиба путање на основу само једног критеријума готово немогуће, међу њима се уочавају две најдоминантније поделе:

1. Према подели на основу кинематског модела сусрета ракете и циља деле се на:
 - методе базиране на линеаризованим моделима - тзв. линеарни закони вођења;
 - нелинеарне законе вођења.
2. Према подели на основу примењене методологије током извођења закона вођења деле се на:
 - методе базиране на теорији оптималног управљања;
 - методе базиране на модификацији закона пропорционалне навигације.

Прве методе вођења са ограничењем упадног угла долазе из групе линеарних закона вођења. У раду [5] доказана је оптималност пропорционалне навигације за линеаризовани модел сусрета и постављени темељи примене теорије линеарно квадратних регулатора за потребе вођења, што је касније детаљније образложено у књизи [3]. У истом раду дат је закон вођења за оптимални рандеву, који представља специјалан случај закона вођења за обликовање трајекторије (*Trajectory Shaping Guidance* - *TSG*) – најпознатијег линеарног оптималног закона вођења за постизање жељеног упадног угла [6].

Предност закона вођења који припадају овој групи (линеарни оптимални закони вођења) огледа се у томе што су најчешће дати у затвореној форми: команда вођења се директно израчунава на основу величина стања, па се одликују и јасном физичком интерпретацијом. Међутим, закони вођења из ове групе оптимални су за само за онакав сценарио за који је линеаризација оправдана. Како код остваривања великих упадних углова трајекторија може бити значајно закривљена, њихова оптималност више не важи. Осим тога, највећа мана свих линеарних оптималних закона вођења јесте што је за њихову имплементацију неопходно познавати преостало време до сусрета са циљем – величину која није мерљива и неопходно ју је естимирати.

Због широке распрострањености проблема постизања жељеног угла нагиба путање, постоји велики број метода које се не заснивају на теорији оптималног управљања, како линеарних тако и нелинеарних. Највећу групу чине закони вођења засновани на проширењу пропорционалне навигације (*Biased Proportional Navigation* - *BPN*) [7-9]. Предност ових закона вођења је што су такође дати у затвореној форми те су једноставни за имплементацију, па је овим истраживањем обухваћено и поређење са овим методама због њихове велике распрострањености. Ове методе најчешће не захтевају познавање преосталог времена до сусрета са циљем, али нису оптималне. Често подразумевају и већи број параметара које је потребно унапред изабрати зависно од конкретне мисије, што је у тактичком смислу непожељан процес. Од осталих метода неоптималног вођења најбројније су оне из класе нелинеарних система управљања и то методе клизања (*Sliding Mode Control* - *SMC*) [10], или оне засноване на геометријском приступу [11-12].

Коначно, најкомплекснију групу закона вођења чине нелинеарни оптимални закони вођења. Како су математички модели на које се примењује теорија оптималног управљања нелинеарни, поставком оптимизационог проблема на овај начин није могуће доћи до аналитичког решења. Под аналитичким решењем подразумева се закон вођења дат у форми једног израза помоћу ког се команда рачуна на основу тренутних вредности величина стања. У малом броју радова на ову тему с краја прошлог века [13-14] разматран је мешовити функционал којим се, поред управљачке енергије, минимизује и укупно време лета. Иако су закони оптималног вођења дати у функцији величина стања, у изразима фигуришу непознати параметри које је потребно одредити нумерички, решавањем система од неколико нелинеарних једначина, па ове методе вођења нису прихватљиве због велике рачунске комплексности и мешовите форме функционала који се минимизује.

У раду [15] на тему нелинеарног оптималног вођења разматран је равански кинематски модел ракете произвољне брзине против непокретног циља, и анализирана је веза линеарних закона вођења са њиховим нелинеарним еквивалентима. Иако је у овом раду проблем нелинеарног оптималног вођења детаљно анализиран, у њему није представљен поступак одређивања непознатих параметара у изразима за оптимални закон нелинеарног вођења.

У другој деценији овог века дошло је до убрзавајућег тренда промене парадигме у дисциплинама вођења и управљања летелица. Наиме, традиционални приступ који је подразумевао аналитичке изразе за законе вођења дате у затвореној форми заменили су поступци рачунског вођења и управљања (*Computational Guidance and Control - CG&C*), чије су главне карактеристике [16]:

1. Уместо контролера фиксне структуре користе се нумерички алгоритми за одређивање управљачке величине;
2. Извршавање ових алгоритама обавља се у реалном времену на самој летелици;
3. Процес одређивања управљачке величине је заснован на моделу (*model-based*) или подацима (*data-based*), и не захтева никакво прелиминарно одређивање номиналне трајекторије, планирање или избор појачања зависно од конкретне мисије или летелице.

Највећи утицај метода рачунског вођења и управљања направљен је, као и у првим данима вођења и управљања, у областима космичких летова, и то мисијама слетања у срединама у којима је присутна атмосфера, као што су мисије повратка на Земљу или слетања на Марс.

Овај тренд донео је са собом и велики број нових метода (нпр. предиктивно управљање [17], конвексна оптимизација [18]) којима је постало могуће решити комплексан проблем оптималног нелинеарног вођења ракета, сада са укљученим ограничењима која су саставни део реалних система (ограничење маневарске способности, видног угла итд.) као и укљученом динамиком у којој фигуришу механичке карактеристике и аеродинамичке и пропульзивне силе.

Иако је ефикасност метода предиктивног управљања и нумеричких алгоритама за решавање проблема конвексне оптимизације значајно унапређена новим поступцима који су последица великог интересовања за ове методе током претходних година, њихово коришћење оправдано је онда када традиционални приступ решавању

оптимизационих проблема није могуће применити у реалном времену. Наиме, решавање двотачкастих граничних проблема који следе из оптимизационих проблема током њиховог решавања индиректним методама најчешће није изводљиво брзинама које су неопходне за потребе вођења, због чега су се аутори често окретали апроксимативним методама, напуштајући првобитни концепт оптималности. Ове апроксимативне методе оправдане су у случајевима када је динамика система толико комплексна и када су присутна ограничења, тако да је аналитичко решење оптимизационог проблема готово немогуће. Ипак, када постоји изглед да се основни оптимизациони проблем, решавањем индиректним методама, сведе на ниво који је прихватљив са становишта рачунарског времена за његово нумеричко решавање, тада је свођење проблема на простији облик сврсисходно, па су традиционални приступи и даље остали предмет активног истраживања [19-20].

Досадашњим прегледом литературних извора може се закључити да је двотачкасти гранични проблем који следи из поставке проблема нелинеарног оптималног вођења и даље остао нерешен у оној мери да је његово решење довољно тачно да би било оптимално, а поступак његовог налажења довољно једноставан да би се могао користити у реалном времену.

Предмет предложеног истраживања су управо алгоритми оптималног вођења за нелинеарну поставку проблема сусрета вођеног објекта и циља, чијим се извршавањем одређује команда вођења у реалном времену.

Релевантни библиографски извори:

[1] Markov, A. A., Несколько Примеров Решения Особого Рода Задач о Наибольших и Наименьших Величинах (Some Examples of the Solution of a Special Kind of Problem on Greatest and Least Quantities). Сообщения Харьковского математического общества (Soobscenija Charkovskogo Matematicheskogo Obscestva), 2, 1889. 250-276.

[2] Zermelo, E., Über das Navigationsproblem bei ruhender oder veränderlicher Windverteilung. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik (ZAMM) - Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 11(2), 1931. 114-124.

[3] Bryson, A. E., Ho, Y. C., Applied Optimal Control. Hemisphere, New York, USA, 1975. 153-155.

[4] Cherry, G., A General, Explicit, Optimizing Guidance Law for Rocket-Propelled Spaceflight. Astrodynamics Guidance and Control Conference, Los Angeles, USA, August 24-26, 1964. 1-32.

[5] Bryson, A. E., Linear Feedback Solutions for Minimum Effort Interception, Rendezvous, and Soft Landing. AIAA Journal, 3(8), 1965. 1542-1544.

[6] Zarchan, P., Tactical and Strategic Missile Guidance. 6th ed., American Institute of Aeronautics and Astronautics. Reston, USA, 2012. 569-601.

- [7] Kim, B. S., Lee, J. G., Han, H. S., Biased PNG Law for Impact with Angular Constraint. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 34(1), 1998. 277-288.
- [8] Ratnoo, A., Ghose, D., Impact Angle Constrained Interception of Stationary Targets. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 31(6), 2008. 1817-1822.
- [9] Erer, K. S., Merttopçuoğlu, O., Indirect Impact-Angle-Control Against Stationary Targets Using Biased Pure Proportional Navigation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 35(2), 2012. 700-704.
- [10] Shima, T., Intercept-Angle Guidance. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 34(2), 2011. 484-492.
- [11] Manchester, I. R., Savkin, A. V., Circular Navigation Guidance Law for Precision Missile/Target Engagements. *Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control*, Las Vegas, USA, December 10-13, 2002. 1287-1292.
- [12] Ariff, O., Zbikowski, R., Tsourdos, A., White, B. A., Differential Geometric Guidance Based on the Involute of the Target's Trajectory. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 28(5), 2005. 990-996.
- [13] Glizer, V. Y., Optimal Planar Interception with Fixed End Conditions: Closed-Form Solution. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 88(3), 1996. 503-539.
- [14] Idan, M., Golan, O. M., Guelman, M., Optimal Planar Interception with Terminal Constraints. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 18(6), 1995. 1273-1279.
- [15] Lu, P., Chavez, F., Nonlinear Optimal Guidance. *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, Keystone, USA, August 21-24, 2006. 1-11.
- [16] Lu, P., Introducing Computational Guidance and Control. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 40(2), 2017. 193-193.
- [17] Padhi, R. B., Kothari, M., Model Predictive Static Programming: A Computationally Efficient Technique for Suboptimal Control Design. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 5(2), 2009. 399-411.
- [18] Liu, X., Shen, Z., Lu, P., Closed-Loop Optimization of Guidance Gain for Constrained Impact. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 40(2), 2017. 453-460.
- [19] Chen, Z., Shima, T., Nonlinear Optimal Guidance for Intercepting a Stationary Target. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 42(11), 2019. 2418-2431.
- [20] Li, H., Wang, J., He, S., Lee, C.-H., Nonlinear Optimal Impact-Angle-Constrained Guidance with Large Initial Heading Error. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 44(9), 2021. 1663-1676.

3. Полазне хипотезе

Полазећи од особености теме истраживања, анализе доступне литературе и сопствених искустава, усвојене су следеће хипотезе:

- У истраживању ће се разматрати стационарни циљеви. Предложени алгоритам доминатно је намењен за потребе вођења крстарећих ракета којима се гађају непокретне тачке. Уколико постоји кретање циља, оно мора бити познато систему вођења да би погодак био обезбеђен, па се једноставном сменом координата случај своди на гађање непокретног циља ракетом променљиве брзине.
- Током проналажења алгоритма оптималног вођења брзина ракете сматраће се константном. Извршавањем алгоритма у реалном времену постиже се вођење у затвореној спрези, односно у сваком циклусу вођења проблем се поново поставља са новим вредностима свих параметара лета, укључујући и брзину.
- Као вођени објекат разматра се ракета којом се управља покретним аеродинамичким површинама, иако је добијени алгоритам општег карактера и применљив и на летелице управљане вектором потиска.
- Ракета поседује два независна канала вођења и управљања – у две међусобно управне равни, па је разматрани кинематски модел равански.
- Проблем оптималног вођења решава се применом теорије оптималног управљања, где се за управљачку величину усваја нормално убрзање ракете, као кинематска величина којом се задаје команда вођења.
- У поставци проблема оптималног управљања не постоји ограничење управљачке величине (нормалног убрзања). Управљачка величина је индиректно ограничена (*softly bounded*) на тај начин што се минимизује управљачка енергија.

4. Научне методе истраживања

У раду на докторској дисертацији са предложеном темом биће коришћене следеће научне методе истраживања:

- анализа литературних извора и систематизација претходних сазнања, као и постојећих метода вођења са ограничењем упадног угла,
- аналитичко моделирање геометрије сусрета ракете и непокретног циља, опис система у форми простора стања и постављање оптимизационог проблема,
- примена теорије оптималног управљања – Понтрјагиновог принципа максимума, за формирање двотачкастог граничног проблема,
- аналитичко поједностављење полазног система диференцијалних једначина ради постизања рачунски ефикаснијег облика,
- решавање редукованог система нумеричким методама, у циљу одређивања оптималне команде вођења,
- нумеричке симулације лета ракете у циљу верификације предложеног алгоритма, експериментално испитивање могућности примене алгоритма на доступном хардверу реалних ракетних система.

5. Очекивани научни допринос

Имајући у виду претходно образложење теме и специфичан циљ истраживања, полазећи од формулисаних хипотеза, уз коришћење поменутих научних метода, а надовезујући се на приказане референце, очекивани научни допринос истраживања састоји се у:

- формирању новог алгоритма којим се на рачунски ефикасан начин одређује команда вођења у реалном времену, ради постизања енергетски оптималних трајекторија са дефинисаним углом вектора брзине у тачки циља.

Поред тога, очекивани стручни допринос истраживања биће садржан у:

- креирању програмског кода оптимизованог за коришћење на комерцијално доступним микроконтролерима намењеним функцији летног рачунара летелица.

6. План истраживања и структура рада

Истраживање за предложену докторску дисертацију биће реализовано кроз четири фазе, односно целине.

Прва фаза представља свеохватну анализу метода вођења са ограничењем упадног угла. Даје се преглед постојеће литературе на тему оптималних и неоптималних закона вођења, оних који су дати за линеаризоване моделе сусрета ракете и циља као и за оне нелинеарне.

Друга целина истраживања односи се на аналитичко решавање полазног оптимизационог проблема. Након редуковања проблема на најпростији облик, биће формиран алгоритам одређивања непознатих параметара којима се дефинише оптимална трајекторија. У овом делу рада биће представљено поређење оптималних трајекторија добијених предложеним алгоритмом са трајекторијама добијеним другим методама исте намене. Посебно ће бити анализиран и специјални случај полазног проблема – оптимално пењање крстареће ракете.

Трећи део докторске дисертације усмерен је на примену предложеног алгоритма у реалном времену. Разматраће се проблеми имплементације алгоритма на рачунским машинама ограничене прецизности, проблеми рачунске комплексности и времена извршавања алгоритма. Прелиминарне провере алгоритма биће извршене кроз нумеричке симулације лета ракете, за два карактеристична случаја: крстареће и балистичке ракете. Финални процес верификације и валидације биће обављен кроз експериментално испитивање на реалном хардверу.

Коначно, последњи део рада треба да садржи закључна разматрања, критички осврт на добијене резултате и сагледавање могућности за даља истраживања.

7. Закључак и предлог

Анализом пријаве теме докторске дисертације кандидата **Луке Н. Миличића**, маст. инж. маш., Комисија за оцену подобности и научне заснованости теме докторске дисертације закључује да је предложена тема научно утемељена и актуелна, као и да кандидат испуњава све предвиђене услове прописане Законом о високом образовању и Статутом Машинског факултета. Сходно томе, Комисија предлаже Већу докторских студија Машинског факултета Универзитета у Београду да се кандидату **Луки Н. Миличићу**, маст. инж. маш., одобри израда докторске дисертације са темом:

Нови алгоритам оптималног вођења са ограничењем упадног угла

Тема припада области техничких наука – машинство, ужој научној области војно машинство – системи наоружања за коју је Машински факултет Универзитета у Београду матичан. За ментора ове докторске дисертације предлаже се **др Милош Марковић**, ванредни професор Машинског факултета Универзитета у Београду.

ЧЛАНОВИ КОМИСИЈЕ

др Предраг Елек, редовни професор
Универзитет у Београду, Машински факултет

др Александар Обрадовић, редовни професор
Универзитет у Београду, Машински факултет

др Милан Ристановић, редовни професор
Универзитет у Београду, Машински факултет

др Милош Марковић, ванредни професор
Универзитет у Београду, Машински факултет

др Олег Черкасов, доцент
Московски државни универзитет „Ломоносов“
Факултет за механику и математику