

Наставно-научном већу
Математичког факултета
Универзитета у Београду

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ
Бр. 150/3
13.03. 2026. год.
Београд, Студентски трг 16
ТЕЛ. 20 27 801, ФАКС: 26 30 151

**Извештај Комисије за оцену научне заснованости теме докторске дисертације
кандидата Николе Кнежевића**

Одлуком Наставно-научног већа Математичког факултета Универзитета у Београду, донетој на 430. седници одржаној 27. фебруара 2026. године, именовани смо за чланове Комисије за оцену научне заснованости теме докторске дисертације

Структура резонанци у средњем кретању са Јупитером и улога секуларних улова у динамици астероида

кандидата Николе Кнежевића. Усмена одбрана предложене теме одржана је 13. марта 2026. године у 10:00 пред Комисијом. Након излагања кандидата уследила је дискусија у којој су чланови Комисије изнели своја запажања и констатовали да се ради о веома актуелној теми и квалитетном предлогу истраживања. Комисија подноси Наставно-научном већу Математичког факултета Универзитета у Београду следећи извештај.

Биографија кандидата

Никола Кнежевић је рођен 16. маја 1985. године у Београду. У родном граду завршио је основну и средњу школу, а 2004. године уписао се на Математички факултет Универзитета у Београду, смер астрономија. Дипломирао је 2011. године са просечном оценом 8.28 и стекао звање дипломирани математичар-астроном.

У периоду од 2013. до 2014. године радио је као програмер на изради *Windows* апликација, као и на базама података у јавном предузећу "Србијашуме". Наредне три године (од 2015. до 2018.) провео је на Вајцмановом институту у Реховоту у Израелу, на одељењу за физику честица и астрофизику, где је као програмер у науци био један од најзаслужнијих за развој и имплементацију две астрономске платформе: TNS¹ и WISeREP², што се може видети на <https://www.wis-tns.org/content/tns-getting-started> и <https://www.wiserep.org/content/wiserep-getting-started> страницама ових платформи. Радио је на изради мапа транзијената као потенцијалних извора LIGO³ гравитационих таласа. Такође, у оквиру Вајцман групе, сарађивао је са PTF/iPTF, ZTF⁴ и PESSTO/ePESSTO⁵ групама на имплементацији и класификацији њихових података у оквиру TNS-а и WISeREP-а. Поред тога, радио је на развоју софтвера за аутоматско преузимање и идентификацију спектралних линија из NIST⁶ база података и њихову идентификацију у астрономским спектрима, што је касније коришћено у анализама представљеним у радовима објављеним у часопису *Nature*. Учествовао је и у развоју и имплементацији метода за кластеровање транзијената на основу података из TNS-а, при чему се публикације са резултатима овог рада очекују у наредном периоду.

Докторске академске студије уписао је школске 2020/2021. године на Катедри за астрономију Математичког факултета Универзитета у Београду. Запослен је на Астрономској опсерваторији од 01.08.2021. године.

¹ **TNS** - Transient Name Server (<https://www.wis-tns.org/>) је званично глобално средиште за именовање супернових, као и за извештавање о новим астрономским транзиентима. Почев од 1. јануара 2016. године ова платформа ради под покровитељством Међународне Астрономске Уније у оквиру радне групе за супернове.

² **WiSeREP** - The Weizmann Interactive Supernova Data Repository је водећа база фотометријских и спектроскопских посматрања супернових која бележи више од 770 цитата (<https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2012PASP..124..668Y/citations>)

³ **LIGO** - Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory (<https://www.ligo.caltech.edu/>) је највећа опсерваторија гравитационих таласа на свету.

⁴ **PTF/iPTF** - (intermediate) Palomar Transient Factory је пројекат Паломар опсерваторије за откривање оптичких транзиената (изненадних, краткотрајних астрономских феномена).

ZTF - Zwicky Transient Factory је наследник PTF/iPTF пројекта који користи савременије инструменте и технологију (<https://www.ptf.caltech.edu/>).

⁵ **PESSTO/ePESSTO** - Public European Southern Observatory Spectroscopic Survey of Transient Objects је један од два тренутно активна јавна пројекта спектроскопске класификације транзиената (<https://www.pessto.org/>)

⁶ **NIST Atomic Spectra Database (ASD)** – референтна база спектралних линија атома и јона коју одржава National Institute of Standards and Technology (NIST), широко коришћена у астрономији и астрофизици за идентификацију и анализу спектралних линија (<https://physics.nist.gov/asd>).

Издвојени научни радови и конференције

M21a+

[1] Schulze, S., Gal-Yam, A., Dessart, L., et al. (including **Knežević, N.**), 2025, **Nature**, Vol. 644, p. 634–639: "Extremely stripped supernova reveals a silicon and sulfur formation site ", DOI: 10.1038/s41586-025-09375-3

[2] Gal-Yam, A., Bruch, R., Schulze, S., et al. (including **Knežević, N.**), 2022, **Nature**, Vol. 601, p. 201–204: "A WC/WO star exploding within an expanding carbon–oxygen–neon nebula", DOI: 10.1038/s41586-021-04155-1

M21a

[3] **Knežević N.**, Todorović N., 2024, **Astronomy & Astrophysics**, Volume 688, id.A121, 9 pp.: "The possible origin of three Apollo asteroids 3200 Phaethon, 2005UD, and 1999YC", DOI: 10.1051/0004-6361/202450665

[4] Schulze, S., Yaron, O., Sollerman, J., et al. (including **Knežević, N.**), 2021, **Astrophysical Journal Supplement Series**, 255, 29: "The Palomar Transient Factory Core-Collapse Supernova Host-Galaxy Sample. I. Host-Galaxy Distribution Functions and Environment-Dependence of Core-collapse Supernovae", DOI: 10.3847/1538-4365/abff5e

M33

- [5] Todorović N., Knežević N., 2024, **Publications of the Astronomical Observatory of Belgrade**, Vol. 104, pp. 181-187: "About some near-Earth orbits", DOI: 10.69646/aob104p181
- [6] Todorović N., Knežević N., 2024, **Proceedings of the International Astronomical Union, Volume 18 , Symposium S382: Complex Planetary Systems II: Latest Methods for an Interdisciplinary Approach**, pp. 180 – 184: "Jovian encounter manifolds"

M63

- [7] Protić-Benišek, V. , Benišek, Vl., Mihajlov, A., Jakšić, T., Pavičić, G., Nikolić, S., Knežević, N., 2006, **Publications of the Astronomical Observatory of Belgrade**, Vol. 80, pp. 355-360: "On the Belgrade astrophotographic plate archive: preliminary results"

M34

- [8] Knežević N., Todorović N., 2024, **XIV SERBIAN-BULGARIAN ASTRONOMICAL CONFERENCE**, Book of Abstracts, pp. 56 – 56: "Impact of varying integration time step on the transfer of asteroids", DOI: 10.69646/14sbac52a
- [9] Knežević N., Todorovic N., 2023, **XX SERBIAN ASTRONOMICAL CONFERENCE**, Book of Abstracts, pp. 87 – 87: "Platform for Dynamical Mapping of the Solar System"
- [10] Todorović N., Knežević N., 2023, **Complex Planetary Systems II – Kavli-IAU Symposium 382**, Book of Abstracts, pp. 31 – 31: "Encounter manifolds in the Solar System. Preliminary results"

Остало

- [11] Nir, G., Ofek, E.O., Ben-Ami, S., et al. (Knežević, N. mentioned in Acknowledgements), 2021, **Publications of the Astronomical Society of the Pacific**, Volume 133, Issue 1025, id.075002, 14 pp: "The Weizmann fast astronomical survey telescope (W-FAST): system overview", DOI: 10.1088/1538-3873/ac0da0

Међународне конференције:

- ZWICKY TRANSIENT FACILITY TEAM MEETING (March 19-23, 2018, Caltech, Pasadena, California, USA).
- ZWICKY TRANSIENT FACILITY TEAM MEETING (March 11-15, 2019, The Weizmann Institute of Science, Rehovot, Israel).
- XX SERBIAN ASTRONOMICAL CONFERENCE (October 16-20, 2023, SASA, Belgrade, Serbia).
- XIV SERBIAN-BULGARIAN ASTRONOMICAL CONFERENCE (September 23-27, 2024, Vrnjačka Banja, Serbia).

Предмет и садржај докторске дисертације

Предмет ове докторске дисертације је проучавање структуре резонанци у средњем кретању са Јупитером у Главном астероидном појасу¹, са посебним нагласком на улогу секуларних углова (лонгитуде перихела ϖ и лонгитуде узлазног чвора Ω) у одређивању динамичке структуре резонанци и у процесима транспорта астероида кроз ове области фазног простора. Истраживање је мотивисано чињеницом да се резонантна ширина и стабилност орбита не могу описати као јединствене функције орбиталних елемената, већ представљају фазно зависне величине које одражавају унутрашњу геометрију резонантног фазног простора (Murray & Dermott 1999; Gallardo 2006, 2019, 2020).

У оквиру рада, резонанце у средњем кретању биће третиране као вишедимензионалне динамичке структуре у којима брзи резонантни углови интерагују са споро еволуирајућим секуларним степенима слободe (Morbidelli & Moons 1993; Morbidelli 2002). Посебна пажња биће посвећена испитивању начина на који почетне вредности секуларних углова ϖ и Ω утичу на геометрију резонантних острва, положај сепаратриса и расподелу стабилних и хаотичних области. За ову сврху биће коришћен индикатор брзог Љапуновљевог раста (енг. Fast Lyapunov Indicator, FLI), који омогућава ефикасно мапирање динамичке стабилности и идентификацију финих подструктура у резонантном фазном простору (Froeschlé et al. 1997; Todorović & Novaković 2015).

Централни део дисертације биће посвећен детаљној нумеричкој анализи 8:3 резонанце у средњем кретању са Јупитером, која представља карактеристичан пример јаке резонанце вишег реда у централном делу Главног појаса. Кроз фазно условљене FLI мапе у равнима (a, σ) , (a, Ω) и (a, ϖ) , биће испитана зависност ефективне резонантне ширине и унутрашње структуре резонанце од резонантне фазе и секуларне геометрије (Kováčová et al. 2022). Добијени резултати биће интерпретирани у контексту доминантних резонантних хармоника и њихове повезаности са секуларним кретањем (Namouni & Morais 2020).

Поред анализе структуре резонанци, дисертација ће обухватити и проучавање транспорта астероида кроз (преко) резонантне области под дејством не-гравитационих сила. У ту сврху биће спроведене нумеричке интеграције путања тест честица које укључују ефекат Јарковског (Bottke et al. 2006), са циљем да се испитају услови за привремено задржавање у резонанци, као и утицај секуларне динамике на време задржавања (Milić Žitnik & Novaković 2016).

Досадашња истраживања резонанци у средњем кретању са Јупитером углавном су била усмерена на идентификацију стабилних и хаотичних области, као и на улогу резонанци у дуготрајном транспорту астероида (Granvik et al. 2017; Kováčová 2024; Knežević & Todorović 2024), најчешће кроз анализе у ограниченом броју димензија фазног простора. У тим приступима, секуларни углови су често фиксирани или третирани имплицитно, док је утицај секуларне геометрије на унутрашњу структуру резонанце и ефективну резонантну ширину није систематски испитан. Ова дисертација се надовезује на постојећа истраживања кроз детаљну фазно условљену анализу резонанци, са циљем да се квантификује улога секуларних углова у резонантној динамици и транспорту астероида (Novaković et al. 2015, 2022).

1 Главни астероидни појас представља популацију малих тела која се крећу између путања Марса и Јупитера, приближно у интервалу великих полуоса од 1.7 до 3.3 астрономских јединица.

Научни циљ докторске дисертације

Научни циљ ове докторске дисертације је да се испита унутрашња структура резонанци у средњем кретању са Јупитером у Главном астероидном појасу и да се квантификује њихова зависност од резонантне фазе и секуларне геометрије. Посебан циљ је да се утврди како почетне вредности секуларних углова, лонгитуде перихела ϖ и лонгитуде узлазног чвора Ω , утичу на геометрију резонантних острва, положај сепаратриса и ефективну резонантну ширину (Gallardo 2020; Namouni & Morais 2020). Дисертација има за циљ да покаже да, поред познате зависности од путањских елемената као што је ексцентрицитет, резонантна ширина показује и систематску зависност од фазе и секуларне геометрије резонантног фазног простора.

Додатни циљ је да се идентификују и опишу стабилне и хаотичне подструктуре унутар резонанци применом индикатора брзог Љапуновљевог раста. Кроз студију случаја 8:3 резонанце са Јупитером, биће утврђено у којој мери су уочене карактеристике типичне за резонанце вишег реда у Главном појасу. Коначно, циљ рада је да се повежу резонантна структура и секуларна динамика са процесима транспорта астероида, укључујући услове за задржавање и пролазак кроз резонанцу под дејством ефекта Јарковског (Milić Žitnik & Novaković 2016).

Основне хипотезе од којих се полази

- Иако је познато да резонантна ширина зависи од путањских елемената као што су велика полуоса и ексцентрицитет, полази се од хипотезе да резонанце у средњем кретању са Јупитером показују додатну, систематску зависност од секуларних углова ϖ и Ω , која није обухваћена класичним дводимензионим анализама у (a, e) простору.
- Промене почетних вредности секуларних углова ϖ и Ω доводе до квалитативно различитих геометрија резонантних острва и хаотичних зона, чак и када су остали путањски елементи фиксни, што указује да секуларна геометрија представља независан параметар резонантне динамике.
- Очекује се да фазно условљене FLI мапе омогуће идентификацију промена унутрашње структуре резонанце и ефективне ширине које нису уочљиве у искључиво (a, e) приказима.
- Транспорт астероида кроз резонантне области под дејством Јарковског ефекта зависи од секуларне конфигурације, при чему стабилне и хаотичне области, идентификоване FLI мапама, контролишу услове за привремено задржавање у резонанци или пролазак кроз њу.

Методе које се користе у истраживању

Истраживање ће бити засновано на нумеричким интеграцијама орбиталне динамике тест честица у моделу Сунчевог система који обухвата Сунце и осам великих планета, са Јупитером као доминантним поремећајним телом у анализираним резонанцама у средњем кретању. Путање ће бити нумерички одређиване применом пакета REBOUND (Rein & Liu 2012) и ORBIT (Milani & Nobili 1988), који се широко користе за прецизно моделирање динамике малих тела и омогућавају флексибилан избор интегратора и физичких ефеката. Уз нумеричко одређивање путања, истовремено ће нумерички бити решаване варијационе једначине ради израчунавања индикатора брзог Љапуновљевог раста.

Индикатор брзог Љапуновљевог раста (Fast Lyapunov Indicator, FLI) биће коришћен као основни дијагностички алат за разликовање регуларног и хаотичног кретања. FLI представља логаритамску меру раста норме вектора одступања између две блиске орбите, при чему је за регуларно кретање раст спор, док је за хаотично кретање експоненцијалан. Ова особина омогућава поуздану идентификацију стабилних резонантних острва, сепаратриса и хаотичних слојева на релативно кратким временским интервалима.

За изабране резонанце, пре свега 8:3 резонанцу са Јупитером, биће конструисане FLI мапе високе резолуције (са великим бројем тачака), у различитим равнима фазног простора. Основна анализа биће спроведена у равни (a, σ) , где је σ резонантни угао, док ће мапе у равнима (a, Ω) и (a, ω) бити коришћене за испитивање утицаја почетних вредности секуларних углова на унутрашњу структуру резонанце.

Почетни услови ће бити дефинисани контролисаним узорковањем велике полуосе и изабраног угаоног параметра, док ће остали орбитални елементи бити фиксирани. Посебна пажња биће посвећена избору угловних интервала који одговарају истој резонантној фази, како би се омогућило директно поређење различитих секуларних конфигурација без увођења артефаката услед фазног мешања. Поред краткотрајних интеграција за потребе FLI анализа, биће спроведене и дуготрајне нумеричке интеграције одабраних тест честица са укљученим ефектом Јарковског, ради испитивања услова за задржавање или пролазак преко резонантне области.

Литература

Bottke, W. F. Jr., Vokrouhlický, D., Rubincam, D. P. & Nesvorný, D. 2006. The Yarkovsky and YORP Effects: Implications for Asteroid Dynamics. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 34, 157–191.

Froeschlé, Cl., Gonczi, R. & Lega, E. 1997. The fast Lyapunov indicator: a simple tool to detect weak chaos. Application to the structure of the main asteroidal belt. *Planetary and Space Science*, 45(7), 881–886.

Gallardo, T. 2020. Three-dimensional structure of mean motion resonances beyond Neptune. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 132, 9.

- Gallardo, T. 2019. Strength, stability and three dimensional structure of mean motion resonances in the Solar System. *Icarus*, 317, 121–134.
- Gallardo, T. 2006. Atlas of the mean motion resonances in the Solar System. *Icarus*, 184(1), 29–38.
- Granvik, M., Morbidelli, A., Vokrouhlický, D. et al. 2017. Escape of asteroids from the main belt. *Astronomy & Astrophysics (A&A)*, 598, A52.
- Knežević, N. & Todorović, N. 2024. The possible origin of three Apollo asteroids 3200 Phaethon, 2005UD, and 1999YC. *Astronomy & Astrophysics (A&A)*, 688, A121.
- Kováčová, M. 2024. Re-examination of the transportation abilities of the 5:2 MMR with Jupiter. *Astronomy & Astrophysics (A&A)*, 686, A107.
- Kováčová, M., Kornoš, L. & Matlovič, P. 2022. Possibility of transporting material from Ceres to NEO region via 8:3 MMR with Jupiter. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society (MNRAS)*, 509(3), 3842–3851.
- Milani, A., & Nobili, A. M. 1988. Integration error over very long time spans. *Celestial Mechanics*, 43, 1-4, 1-34
- Milić Žitnik, I. & Novaković, B. 2016. THE ROLE OF MEAN-MOTION RESONANCES IN SEMIMAJOR AXIS MOBILITY OF ASTEROIDS. *The Astrophysical Journal Letters (ApJL)*, 816(2), L31.
- Morbidelli, A. 2002. *Modern Celestial Mechanics: Aspects of Solar System Dynamics*. Taylor & Francis.
- Morbidelli, A. & Moons, M. 1993. Secular Resonances in Mean Motion Commensurabilities: The 2/1 and 3/2 Cases. *Icarus*, 102(2), 316–332.
- Namouni, F. & Morais, M. H. M. 2020. Resonance libration and width at arbitrary inclination. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society (MNRAS)*, 493(2), 2854–2871.
- Novaković, B., Vokrouhlický, D., Spoto, F., & Nesvorný, D. 2022. Asteroid families: properties, recent advances, and future opportunities. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 134, 34.
- Novaković, B., Maurel, C., Tsirvoulis, G. & Knežević, Z. 2015. ASTEROID SECULAR DYNAMICS: CERES' FINGERPRINT IDENTIFIED. *The Astrophysical Journal Letters (ApJL)*, 807(1), L5.
- Rein, H. & Liu, S. F. 2012. REBOUND: an open-source multi-purpose N-body code for collisional dynamics. *Astronomy & Astrophysics*, 537, A128.
- Todorović, N. & Novaković, B. 2015. Testing the FLI in the region of the Pallas asteroid family. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society (MNRAS)*, 451(2), 1637–1648.

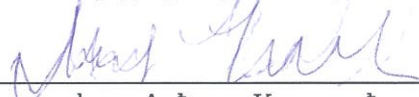
Закључак и предлог

Тема коју је предложио Никола Кнежевић је актуелна у области небеске механике и наставља тренд најновијих истраживања. Кандидат предвиђа публикавање резултата истраживања у међународним часописима, што ће чинити својеврсну потврду научне утемељености и оправданости предложене теме докторске дисертације.

Имајући све ово у виду, Комисија са задовољством предлаже Наставно-научном већу Математичког факултета Универзитета у Београду да донесе одлуку о прихватању теме докторске дисертације Николе Кнежевића под насловом „Структура резонанци у средњем кретању са Јупитером и улога секуларних углова у динамици астероида“.

У Београду, 13. март 2026.

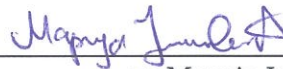
Председница комисије:



проф. др Анђелка Ковачевић,
редовни професор Математичког факултета

Чланови комисије:

др Душан Марчета,
доцент Математичког факултета



др Марија Јанковић
научна сарадница Института за физику