

Наставно-научном већу  
Математичког факултета  
Универзитета у Београду

Одлуком Наставно-научног већа Математичког факултета Универзитета у Београду, донетој на седници одржаној 30. јануара 2026. године, одређени смо за чланове Комисије за оцену докторске дисертације

**Интегралне средине композиционог оператора  
на просторима холоморфних функција**

кандидата Душице Дмитривић. Ментор ове докторске дисертације је проф. др Бобан Карапетровић, ванредни професор Математичког факултета.

Комисија је прегледала приложени текст и подноси Већу следећи

## ИЗВЕШТАЈ

### 1 Биографија кандидата

#### Лични подаци

Име и презиме: Душица (Јовица) Дмитривић

Место и датум рођења: Прибој, 8.11.1996.

Звање: мастер математичар

Електронска адреса: dusica.dmitrovic@matf.bg.ac.rs

#### Образовање

Душица Дмитривић је завршила ОШ „Кнегиња Милица“, а потом Математичку гимназију у Београду, освојивши неколико награда на државним такмичењима из математике. Основне академске студије на Математичком факултету Универзитета у Београду, смер Теоријска математика и примене, уписала је 2015. године и дипломирала 2019. године са просечном оценом 9,50. Мастер академске студије, модул Математика, на истом факултету уписала је 2019. године и дипломирала 2020. године одбравивши мастер рад „Хармонијске мере“, под менторством др Бобана Карапетровића, са просечном оценом 10. Докторске студије на Катедри за реалну и комплексну анализу Математичког факултета у Београду уписала је школске 2020/21. године.

## Радно искуство

Душица Дмитровић запослена је на Математичком факултету Универзитета у Београду од 2019. године, прве две године као сарадник у настави, а затим као асистент од 2021. године до данас. Држала је вежбе на 8 курсева. У току школске 2020/2021. године била је запослена у Математичкој гимназији у Београду као спољни сарадник.

## Учешће на конференцијама и пројектима

- The 5th International E-Conference on Mathematical Advances and Applications, Istanbul, Turkey, 2022.
- XV Српски математички конгрес, Београд, Србија 2024.

Члан је пројекта Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије, под бројем 451-03-47/2023-01/ 200104.

## 2 Списак научних радова

- [1] D. Bralović, B. Karapetrović, New Upper Bound for the Hilbert Matrix Norm on Negatively Indexed Weighted Bergman Spaces, Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society, 45, 1183–1193 (2022). (M21 IF 2022: 1.2)
- [2] D. Dmitrović, B. Karapetrović, On the Hilbert matrix norm on positively indexed weighted Bergman spaces, Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Serie A. Matemáticas, 117, 138 (2023). (M21a IF 2023: 1.8)
- [3] D. Dmitrović, B. Karapetrović, Sharpening Littlewood subordination principle with univalent symbol, Mathematika 70 (2024). (M22 IF 2024: 0.8)
- [4] D. Dmitrović, Norm of Composition Operator on Mixed Norm Spaces, Operators and Matrices 18, 697-710 (2024). (M 22, IF 2024: 0.6)
- [5] D. Dmitrović, B. Karapetrović, Monotonicity of integral means in mixed norm spaces, Proceedings-Mathematical Sciences 135 (2025). (M23 IF 2024: 0.4)

## 3 Предмет дисертације

Предмет дисертације је испитивање интегралних средина композиције холоморфних функција дефинисаних на јединичном диску  $\mathbb{D}$  у комплексној равни, као и примена добијених резултата у проучавању композиционих оператора и њима сродних оператора на различитим просторима холоморфних функција. Дисертација се ослања на класичне резултате теорије холоморфних функција, пре свега на Литлвудов принцип субординације.

У раду се разматра однос интегралних средина функције  $f$  и њене композиције  $f \circ \varphi$ , где је  $\varphi$  холоморфно пресликавање јединичног диска у себе. Овај проблем има значајно

место у функционалној анализи и теорији оператора, нарочито у контексту проучавања ограничениости и оцењивању норми композиционих оператора на просторима холоморфних функција. Литлвудов принцип субординације представља један од основних алата за успостављање ових веза.

Посебан део истраживања усмерен је на просторе са мешовитом нормом  $H^{p,q,\alpha}$ , који представљају природно проширење класичних Хардијевих и Бергманових простора. У оквиру ових простора испитују се интегралне средине холоморфних функција и њихове особине, као и последице које оне имају на понашање композиционих оператора. Један од централних проблема дисертације јесте добијање двостраних оцена норме композиционог оператора  $C_\varphi$  на наведеним просторима, при чему добијене константе зависе од параметара простора и од вредности  $|\varphi(0)|$ .

Дисертација такође обухвата испитивање монотоности интегралних средина холоморфних функција у зависности од параметара који дефинишу мешовите норме. Ови резултати имају за последицу добијање особина монотоности норми функција у просторима  $H^{p,q,\alpha}$  у односу на параметре  $p$ ,  $q$  и  $\alpha$ .

Део дисертације посвећен је оператору Хилбертове матрице  $H$ , који се може представити као интеграл тежинског композиционог оператора на тежинским Бергмановим просторима  $A_\gamma^p$ . Познато је да је оператор  $H$  ограничен ако и само ако је  $1 < \gamma + 2 < p$ , као и да тада важи следеће ограничење одоздо за норму оператора  $\|H\|_{A_\gamma^p \rightarrow A_\gamma^p} \geq \pi / \sin \frac{(\gamma+2)\pi}{p}$ . У случају када је  $\gamma > 0$  и  $p \geq 2(\gamma + 2)$  познато је да је норма једнака овој константи. Дисертација даје нове резултате у погледу оцена норме оператора Хилбертове матрице, нарочито у случајевима различитих вредности параметра  $\gamma$ . Посебно се истичу резултати који се односе на проширење интервала параметара за које је норма оператора једнака познатој константи.

Један од циљева дисертације је поштовање Литлвудовог принципа субординације уз додатни услов инјективности холоморфног пресликавања  $\varphi$ . Добијене неједнакости примењују се у оквиру теореме Рогозинског, као и у процени норми композиције функција на тежинским Бергмановим просторима. Тиме дисертација повезује класичне резултате комплексне анализе са савременим истраживањима у теорији оператора и пружа оригиналан допринос овој области.

## 4 Приказ дисертације

Број страна дисертације је 97 и састоји се од увода и четири главе. На крају је списак литературе од 46 библиографских јединица.

### Увод

1

1	Основни појмови и тврђења	4
1.1	Шварцова лема	6
1.2	Хармонијска пресликавања	10
1.3	Гринова формула	12
1.4	Субхармонијска пресликавања	14

1.5	Интегралне средине .....	20
1.6	Неки простори холоморфних функција .....	24
<b>2</b>	<b>Оцене норме композиционог оператора</b> .....	<b>39</b>
2.1	Норма на Хардијевим просторима .....	40
2.2	Норма на тежинским Бергмановим просторима .....	41
2.3	Норма на просторима са мешовитом нормом .....	44
<b>3</b>	<b>Оцене норме оператора Хилбертове матрице на Бергмановим просторима</b> .....	<b>62</b>
3.1	Оператор Хилбертове матрице .....	62
3.2	Хилбертова матрица на Бергмановим просторима са позитивним индексима .....	67
3.3	Хилбертова матрица на Бергмановим просторима са негативним индексом .....	77
<b>4</b>	<b>Литлвудов принцип субординације са унивалентним симболом</b> .....	<b>84</b>
4.1	Поопштравање Литлвудовог принципа субординације са унивалентним симболом .....	84
4.2	Теорема Рогозинског са унивалентним симболом .....	89
4.3	Неједнакост повезана са композиционим операторима у Бергмановим просторима .....	90
	<b>Литература</b> .....	<b>94</b>

Део прве главе је уводног карактера, у њој су дефинисани основни појмови и уведене су одговарајуће ознаке. Осим тога, дат је преглед тврђења која ће се непосредно користити у наставку дисертације. Последњи део прве главе посвећен је прегледу новијих резултата који се тичу инклузивности простора мешовите норме  $H^{p,q,\alpha}$ , где је дат приказ рада [5].

Друга глава дисертације посвећена је норми композиционог оператора на просторима холоморфних функција. У прве две секције дат је преглед познатих резултата о норми на Хардијевим и тежинским Бергмановим просторима. Док је у трећој секцији приказан самосталан рад кандидата [4], као и помоћни резултати који се тичу Форели-Рудин оцене.

Тема треће главе је оператор Хилбертове матрице и његова норма на тежинским Бергмановим просторима. У првој секцији је дат преглед познатих резултата о оператору Хилбертове матрице. У другој секцији дат је приказ рада [1], а у трећој приказ рада [2].

Четврта глава ове дисертације бави се поопштравањем Литлвудовог принципа субординације у случају када је симбол инјективан. Осим тога, приказана је и примена овог тврђења у случају теореме Рогозинског и оцене композиције на тежинским Бергмановим просторима. У овој глави приказан је рад [3].

## 5 Закључак

Резултати кандидата Душице Дмитривић представљени у дисертацији су оригинални и дају значајан допринос у области простора холоморфних функција, посебно у области која се односи на изучавање оператора Хилбертове матрице и композиционог оператора. Кандидат је објавио пет радова у часописима са SCI листе, који се односе на тему дисертације од којих је један самосталан.

Имајући у виду све наведено, предлагемо Научно-наставном већу Математичког факултета да прихвати текст „Интегралне средине композиционог оператора на просторима

холоморфних функција“ као докторску дисертацију докторацла Душице Дмитриовић и одреди комисију за пѐпу јавну одбрану.

У Београду 18.2.2026. године.

---

др Владимир Божин, доцент

---

др Миљан Кнежевић, доцент

---

др Божидар Јовановић, научни саветник  
Математичког института САНУ