

Факултет Машински

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ

560/5

(Број захтева)

14.05.2026.

(Датум)

Веће научних области техничких наука
(Назив већа научне области коме се захтев упућује)**ЗАХТЕВ****за давање сагласности на одлуку о прихватању теме докторске дисертације и о одређивању ментора**

Молимо да, сходно члану 47. ст. 5. тач. 3. Статута Универзитета у Београду ("Гласник Универзитета", број 186/15-пречишћени текст и 189/16), дате сагласност на одлуку о прихватању теме докторске дисертације:

Вискозна прста ста нестабилност у деформабилној Хили-Шо ћелији (Viscous fingering in a compliant Hele-Shaw cell)

(пун назив предложене теме докторске дисертације)

НАУЧНА ОБЛАСТ: Машинство (ужа научна област: Механика флуида)

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ:

1. Име, име једног од родитеља и презиме кандидата: ИВАНА (Драган) ЦВЕТКОВИЋ
2. Претходно образовање (назив и седиште факултета, студијски програм):
Универзитет у Београду - Машински факултет, Краљице Марије 16, 11120 Београд 35
3. Година завршетка претходног нивоа студија: 2017.
4. Година уписа на докторске студије: 2017.
5. Назив студијског програма докторских студија: Машинско инжењерство

ПОДАЦИ О МЕНТОРУ:

Име и презиме ментора: Снежана Милићев

Звање: редовни професор

Списак радова који квалификују ментора за вођење докторске дисертације:

1. Cvetkovic, I., **Milicev, S.**: Pore-scale viscous fingering as a mechanism for pattern formation – a historical overview, application and the ways of controlling it; *Advances in Physics - X* (2024), 9(1); <https://doi.org/10.1080/23746149.2024.2370838>
2. **Milicev, S.**, Stevanovic, N.: Gas Flow in Microchannels and Nanochannels with Variable Cross Section for All Knudsen and All Mach Number Values; *Journal of Fluids Engineering-Transactions of The ASME* (2021); 143(2):021203, <https://doi.org/10.1115/1.4048288>
3. **Milicev, S.**, Stevanovic, N.: Influence of transport coefficients' dependence on temperature for gas flow in microbearing; *Advances in Mechanical Engineering* (2022);14(6), <https://doi.org/10.1177/16878132221103942>
4. Stevanovic, N., Guranov, I., **Milicev, S.**: Analysis of rarefied gas flow in microchannels in slip and early transition regimes; *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* (2025), 0(0), <https://doi.org/10.1177/09544062251348048>
5. Guranov, I., **Milicev, S.**, Stevanovic, N.: Rarefied gas flow through annular microtube at constant and equal wall temperatures; *Thermal Science* (2025), Vol. 29, Issue 2 Part A, pp. 905-916, <https://doi.org/10.2298/TSCi240627206G>

ПОДАЦИ О МЕНТОРУ:

Име и презиме ментора: Драга Пихлер Пузовић

Звање: ванредни професор

Списак радова који квалификују ментора за вођење докторске дисертације:

1. Juel, A., **Pihler-Puzovic, D.**, Heil, M.: Instabilities in blistering; *Annual Review of Fluid Mechanics* (2018), Vol. 50, pp. 691-714, ISSN: 0066-4189, <https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-122316-045106>
2. **Pihler-Puzovic, D.**, Peng, G. G., Lister, J. R., Heil, M., Juel, A.: Viscous fingering in a radial elastic-walled Hele-Shaw cell; *Journal of Fluid Mechanics* (2018), 849:163-191, ISSN: 0022-1120, <https://doi.org/10.1017/jfm.2018.404>
3. Box, F., Peng, G. G., **Pihler-Puzovic, D.**, Juel, A.: Flow-induced choking of a compliant Hele-Shaw cell; *Proceedings of the National Academy of Science (PNAS)* (2020); Vol. 117, Issue 48, pp. 30228-30233, ISSN: 0027-8424, <https://doi.org/10.1073/pnas.20082731177>
4. **Pihler-Puzovic, D.**: When space gets tight: confinement-driven particulate fingering; *Journal of Fluid Mechanics* (2025), Vol. 1018, F1, ISSN: 0022-1120, <https://doi.org/10.1017/jfm.2025.10382>
5. Peng, G. G., Cuttle, C., Box, F., Guan, J. H., Juel, A., MacMinn, C. W., **Pihler-Puzovic, D.**: Trapping and escape of viscous fingers in a soft Hele-Shaw cell; *Physical Review Fluids* (2022), Vol. 7, Issue 6, L062001, ISSN: 2469-990X, <https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.7.L062001>

Обавештавамо вас да је Наставно – научно веће на седници одржаној 14.05.2026. године размотрило предложену тему : закључило да је тема подобна за израду докторске дисертације јер садржи оригиналну идеју и да је од значаја за развој примену њених резултата, односно развој научне мисли уопште.

ДЕКАН ФАКУЛТЕТА

Прилог:

1. Одлука Наставно-научног већа о прихватању теме и одређивању ментора
2. Извештај Комисије о оцени научне заснованости теме докторске дисертације

Напомена:

Факултет доставља Универзитету захтев са прилозима у електронској форми и једном писаном примерку за архиву Универзитета

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
- МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ -
Број: 560/5
Датум: 14.05.2026. године
Београд, Краљице Марије 16

На основу члана 40. Закона о високом образовању („Службени гласник РС“, број 88/2017, 73/2018, 27/2018 – др. закон 67/2019, 6/2020 – др. закони, 11/2021 – аутентично тумачење, 67/2021, 67/2021 – др. закон 76/2023 и 19/2025), члана 64. Статута Универзитета у Београду – Машинског факултета – пречишћен текст, арх. бр. 667/4 од 31.03.2026. године. и члана 38. Правилника о докторским студијама на Универзитету у Београду - Машинском факултету – пречишћени текст, Наставно-научно веће Машинског факултета на седници од 14.05.2026. године донело је:

О Д Л У К У

о прихватању Извештаја Комисије за оцену научне заснованости теме докторске дисертације

Прихвата се Извештај Комисије за оцену научне заснованости теме докторске дисертације кандидата **Иване Цветковић**, маг. инж. маш. под насловом **„Вискозна прста нестабилност у деформабилној Хили-Шо ћелији (Viscous fingering in a compliant Hele-Shaw cell)“**.

Извештај је поднела Комисија у саставу: др Невена Стевановић, ред. проф., др Бранислав Попконстантиновић, ред. проф., др Даворка Јандрлић, ванр. проф., др Снежана Милићев, ред. проф. и др Драга Пихлер-Пузовић, ванр. проф. (senior lecturer) на Одељењу за физику и астрономију Универзитета у Манчестеру.

За **менторе** докторске дисертације именују се др Снежана Милићев, ред. проф. и др Драга Пихлер-Пузовић, ванр. проф. (senior lecturer) на Одељењу за физику и астрономију Универзитета у Манчестеру.

Одлуку доставити: Универзитету у Београду, кандидату, ментору и архиви Факултета.

ДЕКАН
МАШИНСКОГ ФАКУЛТЕТА

проф. др Владимир Поповић

НАСТАВНО-НАУЧНОМ ВЕЋУ

Предмет: Извештај о научној заснованости теме докторске дисертације кандидаткиње
Иване Д. Цветковић, маг.инж.маш.

Одлуком Наставно-научног већа Универзитета у Београду - Машинског факултета бр. 560/3 од 23.04.2026. године, именовани смо за чланове Комисије за оцену научне заснованости теме докторске дисертације кандидаткиње Иване Д. Цветковић, маг. инж. маш. под називом:

Вискозна прста ста нестабилност у деформабилној Хили-Шо ћелији
Viscous fingering in a compliant Hele-Shaw cell

На основу материјала приложеног уз Захтев кандидаткиње Комисија подноси следећи

ИЗВЕШТАЈ

1. Подаци о кандидаткињи

1.1. Биографски подаци

Ивана (Драган) Цветковић рођена је 06.07.1992. године у Београду. Године 2007. завршила је основну школу „Краљ Александар Први” на Новом Београду као вуковац и ђак генерације. Исте године је уписала Девету гимназију „Михаило Петровић Алас” на Новом Београду, а завршила је 2011. године као вуковац. Све време гимназијског школовања била је стипендиста града Београда, а у првој години је примила и награду Фонда за младе таленте Министарства омладине и спорта (која је од 2010. године преименована у награду („Доситеј”).

Машински факултет Универзитета у Београду уписала је 2011. године. На трећој години основних студија била је стипендиста компаније „Messer Tehnogas”. Основне студије је завршила 2014. године са просеком 9,37 (девет целих тридесетседам). Исте године је уписала Мастер студије модула за Системе наоружања. Године 2017. завршила је мастер студије са просеком 9,19 (девет целих деветнаест). Мастер рад под насловом „Анализа утицаја вредности Рејнолдсовог броја на коефицијент отпора кугле” одбранила је на Катедри за механику флуида са оценом 10. Докторске студије на Машинском факултету Универзитета у Београду уписала је октобра 2017. године. Током студија је више пута награђивана за одличан успех.

Од новембра 2017. године запослена је у Иновационом центру Машинског факултета у Београду на пројекту TR35022 под називом „Развој нове генереције домаћих обрадних

система” (руководилац професор Љубодраг Тановић) са 8 истраживач месеци и на пројекту TR35024 под називом „Истраживање могућности унапређења технологије заваривања микролегираних челика” (руководилац професор Радица Прокић Цветковић) са 4 истраживач месеци.

Од октобра 2018. године запослена је као асистент на Машинском факултету Универзитета у Београду на Катедри за теорију механизма и машина. Учествоје у извођењу вежби на предметима Конструктивна геометрија и графика, Инжењерска графика, Конструктивна геометрија и графика М и Конструктивна обрада кривих и површи, а учествовала је у извођењу вежби на предметима Естетски дизајн, Естетика производа и Пројектовање механизма. Године 2019. и 2020. учествовала је у извођењу вежби на предмету Конструктивна геометрија и инжењерска графика на Војној академији. У јесењем семестру школске 2020/21 учествовала је у извођењу вежби на предмету Анимације и симулације у оквиру студијског програма Информационе технологије у машинству. Од летњег семестра школске 2020/21 учествује у извођењу вежби на предмету Дистрибуирани системи у машинству у оквиру студијског програма Мастер академских студија Индустрија 4.0. У периоду од 13.05.2018. до 05.06.2018. похађала је „Семинар о процесима у Хладној ваљаоници у оквиру међународне сарадње о производним капацитетима Србије у 2018” у Кини. Исте године је похађала летњу школу 5th ESIS Fracture Mechanics Summer School in the scope of the 22nd European Conference on Fracture – ECF22. Године 2019. била је стипендиста ICTP-a (International Center for Theoretical Physics) у Трсту, при летњој школи Hands-on Research in Complex Systems School (22. јул – 02. август).

Такође, кандидаткиња је аутор или коаутор више радова публикованих у међународним часописима, једног поглавља у монографији од међународног значаја, као и једног основног и једног помоћног уџбеника из уже научне области за коју се бира.

За постигнуте резултате, током похађања Основних и Мастер академских студија, добила је следеће похвале и захвалнице:

- Похвала поводом Дана Машинског факултета у Београду за одличан успех постигнут на првој години Основних академских студија (школска 2011/2012. година);
- Похвала поводом Дана Машинског факултета у Београду за одличан успех постигнут на трећој години Основних академских студија (школска 2013/2014. година).

Од пролећног семестра школске 2017/2018. године, кандидаткиња је укључена у наставни процес Катедре за теорију механизма и машина и катедре за ваздухопловство Универзитета у Београду - Машинског факултета. Кандидаткиња реализује лабораторијске вежбе, преглед самосталних задатака и преглед пројеката на следећим наставним предметима Катедре:

- Конструктивна геометрија и графика (ОАС – Машинско инжењерство): 2018-...
- Инжењерска графика (ОАС – Машинско инжењерство): 2018-...
- Естетски дизајн (ОАС – Машинско инжењерство): 2018
- Естетика производа (МАС - Машинско инжењерство): 2019-2023
- Конструктивна геометрија и графика М (МАС – Машинско инжењерство): 2023-...
- Пројектовање механизма (МАС – Машинско инжењерство): 2019-2021
- Конструктивна обрада кривих и површи (МАС – Машинско инжењерство): 2023-...
- Програмабилни системи управљања (МАС – Машинско инжењерство): 2021-...
- Виртуелна реалност (МАС – Индустрија 4.0): 2020-...
- Анимације и симулације (ОАС – Информационе технологије у машинству): 2020
- Конструктивна геометрија и инжењерска графика (Војна академија): 2019-2021

Познавање страних језика

- енглески језик – говори, чита и пише,

- грчки језик – говори, чита и пише,
- шпански језик – говори, чита и пише,
- француски језик – споразумева се у свакодневном говору,
- немачки језик - споразумева се у свакодневном говору,
- арапски језик - споразумева се у свакодневном говору.

Познавање рада на рачунару

Користи се програмима за 2D и 3D цртање (SolidWorks, Catia, AutoCAD), програмским језиком Python и MATLAB, као и пакетима Microsoft Office (Word, Excel, PowerPoint), LaTeX, Adobe Illustrator, Photoshop и CorelDRAW. Године 2018. добила је CSWA сертификат (званични сертификат за софтверски пакет SolidWorks).

Истраживачке области

Компјутерска графика, Инжењерска графика, Пројективна геометрија, Теорија механизма и машина, Теоријска и примењена механика флуида

Остало

- Поседује возачку дозволу Б категорије.
- Ивана Цветковић је члан СУГИГ-а (Српског удружења за геометрију и графику) и ДИВК-а (Друштва за интегритет и век конструкција), а од 2010. године је члан „Менсе”. Била је члан организационог одбора TEAM конференције, одржане 2015. године у Београду, члан организационог одбора конференције Монгеометрија 2020, као и члан организационог одбора конференције ECF22 (22nd European Conference on Fracture) одржане 2018. године у Београду. Такође, кандидаткиња је била члан организационог одбора конференције ICME2024 (2nd International Conference on Mathematical Modelling in Mechanics and Engineering), DIVK12 (12th Annual Conference of Society of Structural Integrity and Life), BECCSI 2025 (1st Biennial ESIS-CSIC Conference on Structural Integrity) and 650th EUROMECH Colloquium (Addressing Challenges in Applied Mechanics through Artificial Intelligence Applications).
- Од 2021. године, кандидаткиња је члан комисије за стандарде и сродне документе KS M010, *Технички цртежи, толеранције, зупчаници, лежаји и навојни спојеви*, Института за стандардизацију Србије. Учествовала је у доношењу стандарда SRPS EN ISO 14405-1 и SRPS EN ISO 14405-2.
- Године 2024. кандидаткиња је добила признање за изузетан допринос на конференцији ICME2024 (2nd International Conference on Mathematical Modelling in Mechanics and Engineering), за излагање у оквиру сесије младих научника, област механика флуида.

Учешће на пројектима

У досадашњем раду Ивана Цветковић учествовала је на три домаћа научно-истраживачка пројекта и једном међународном:

- Пројекат технолошког развоја финансиран од МНТР Републике Србије, за период од 2011. до 2014. са продужетком до краја 2019. године, *Развој нове генерације домаћих обрадних система*, TR-35022. Руководилац пројекта: проф. др Љубодраг Тановић.
- Пројекат технолошког развоја финансиран од МНТР Републике Србије, за период од 2011. до 2014. са продужетком до краја 2019. године, *Истраживање могућности унапређења технологије заваривања микрелегираних челика*, TR-35024. Руководилац пројекта: проф. др Радица Прокић Цветковић.
- Пројекат технолошког развоја финансиран од МНТР Републике Србије, за период од 01.01. 2020. до 31.12.2020. под насловом „*Интегрисана истраживања у области макро*,

микро и нано машинског инжењерства“ – подпројекат ТР-35022 Развој нове генерације домаћих обрадних система, према уговору о реализацији и финансирању научноистраживачког рада НИО у 2020 (ев. бр. 451-03-68/2020-14/200105, руководилац пројекта проф. др Радивоје Митровић), у 2021. години (ев. бр. 451-03-9/2021-14/200105, руководилац пројекта проф. др Владимир Поповић), у 2022. години (ев. бр. 451-03-68/2022-14/200105, руководилац пројекта проф. др Владимир Поповић), у 2023. години (ев. бр. 451-03-47/2023-01/200105, руководилац пројекта проф. др Владимир Поповић), у 2024. години (ев. бр. 451-03-65/2024-03/200105, руководилац пројекта проф. др Владимир Поповић) и у 2025. години (ев. Бр. 451-03-136/2025-03/200105, руководилац пројекта проф. др Владимир Поповић).

- Европски истраживачки пројекат "A pan-European network of Ocean Tribology" - ОТС, COST action CA23155 (2024-2028) усмерен на развој и примену триболошких решења у поморском окружењу – кандидаткиња је учесник у 4 радне групе (WG 2, WG 3, WG 4, WG 6).

1.2. Сечено научноистраживачко искуство

Кандидаткиња Ивана Цветковић, маст.инж.маш., уписала је Докторске академске студије на Универзитету у Београду - Машинском факултету школске 2017/2018. године. У циљу реализације Програма усавршавања, положила је следеће обавезне и изборне предмете:

Списак положених предмета у оквиру Програма усавршавања

Назив предмета	Предметни наставник	ЕСПБ	Оцена
<i>Виши курс математике (о*)</i>	Проф. др Слободан Радојевић	5	9 (девет)
<i>Нумеричке методе (о*)</i>	Проф. др Миодраг Спалевић	5	9 (девет)
<i>ОМНИР (организација и методе научно - истраживачког рада) и комуникација (о*)</i>	Проф. др Милош Недељковић	5	10 (десет)
<i>Синтеза механизма (и*)</i>	Проф. др Бранислав Попконстантиновић	5	10 (десет)
<i>Динамика вискозног нестишљивог флуида (и*)</i>	Проф. др Александар Ђоћић	5	10 (десет)
<i>Истраживање и публикавање – I (о*)</i>	Проф. др Снежана Милићев	10	10 (десет)
<i>Одабрана поглавља из механике флуида (и*)</i>	Проф. др Милан Лечић	5	10 (десет)
<i>Теорија преноса масе, импулса и енергије (и*)</i>	Проф. др Невена Стевановић	5	10 (десет)
<i>Математичке методе механике флуида (и*)</i>	Проф. др Снежана Милићев	5	10 (десет)
<i>Истраживање и публикавање – II (о*)</i>	Проф. др Снежана Милићев	15	10 (десет)
<i>Таласна кретања течности (и*)</i>	Проф. др Снежана Милићев	5	10 (десет)
<i>Истраживање и публикавање – III (о*)</i>	Проф. др Снежана Милићев	20	10 (десет)
<i>Пројекат идеје докторске дисертације (о*)</i>	Проф. др Снежана Милићев	30	10 (десет)

Напомена: о* - обавезни предмет; и* - изборни предмет.

Ивана Цветковић је на Докторским академским студијама – Машинско инжењерство на Универзитету у Београду – Машинском факултету положила све обавезне и изборне предмете предвиђене планом усавршавања кандидаткиње, чиме је стекла 90 ЕСПБ поена. Кандидаткиња је успешно написала и одбранила Пројекат идеје докторске дисертације, што је Комисија у саставу проф. др Снежана Милићев, проф. др Невена Стевановић и проф. др Даворка Јандрлић потврдила оценом 10 (десет), чиме је кандидаткиња стекла још 30 ЕСПБ поена. Дакле, кандидаткиња је остварила укупно 120 ЕСПБ бодова чиме је у складу са чланом 21. Правилника о Докторским студијама на Универзитету у Београду - Машинском факултету стекла услов да упише трећу годину студија и самим тим у складу са чланом 33 наведеног Правилника испунила основни услов да пријави докторску дисертацију.

Кандидаткиња већ има објављен научни рад у **врхунском међународном часопису**, са *SCI* листе (**M21a**), као и радове саопштене на међународном скупу, штампане у изводу (**M34**). У наставку је дат списак објављених научних радова и других релевантних резултата и активности које опредељују афинитет кандидаткиње за рад на предложеној теми.

Рад објављен у међународном часопису (M21a):

- [1] **Cvetkovic, I., Milicev, S.:** *Pore-scale viscous fingering as a mechanism for pattern formation – a historical overview, application and the ways of controlling it*; *Advances in Physics*: X, 9(1); <https://doi.org/10.1080/23746149.2024.2370838>

Радови саопштени на међународном скупу, штампани у изводу (M34):

- [1] **Cvetkovic I., Milicev S., Pihler-Puzovic D.:** *Saffman-Taylor Instability – History and Application* – *Proceedings of 8th International Congress of Serbian Society of Mechanics*, pp. 103-104, Kragujevac, 2021 (M34)
- [2] **Cvetkovic, I., Pihler-Puzovic, D., Milicev, S.:** *Non-axisymmetric displacement in a compliant Hele-Shaw cell*; *Proceedings of 2nd International Conference on Mathematical Modelling in Mechanics and Engineering*, pp. 217-218, Mathematical Institute SANU, 2024 (M34)
- [3] **Cvetkovic, I., Milicev, S.:** *AI-Based Finger Counting in Viscous Fingering Dynamics*, *Book of abstracts of Euromech Colloquium 650, Addressing Challenges in Applied Mechanics through Artificial Intelligence Applications*, pp. 54, Belgrade, 2025 (M34)
- [4] **Cvetkovic, I., Milicev, S.:** *Importance of Viscous Fingering in Oil Recovery*, *Procesing '25*, pp. 57, Negotin, 2025 (M34)
- [5] **Cvetkovic, I., Pihler-Puzovic, D., Milicev, S., Jandrlic, D.:** *Linear stability of gas-liquid displacement in a soft radial Hele-Shaw cell*; *3rd International Conference on Mathematical Modelling in Mechanics and Engineering*, Mathematical Institute SANU, 2026 (M34) – *prihvaćen rad*

1.3. Оцена подобности кандидата за рад на предложеној теми

Кандидаткиња Ивана Цветковић, маг. инж. маш. је досадашњим академским и научноистраживачким ангажовањем показала висок ниво теоријског знања, методолошке оспособљености, истрајности и научне радозналости, као и способност за систематичан и аналитички приступ истраживачким проблемима. Њено досадашње образовање, реализовани програм усавршавања на докторским студијама и објављени научни радови тематски и суштински су повезани са ужом научном облашћу којој припада предложена тема докторске дисертације. Наведено указује на континуитет у научном развоју и јасну истраживачку оријентацију кандидаткиње. Полазећи од наведеног, Комисија сматра да кандидаткиња у потпуности поседује стручне и научне компетенције неопходне за самосталан научноистраживачки рад и успешну израду предметне докторске дисертације.

2. Предмет и циљ истраживања

Изучавање стабилности граничне површи (*interface*) између два флуида важно је у свим проблемима у којима приликом струјања учествују различити флуиди. Стабилност границе између флуида одређује многе физичке појаве, почевши од оних једноставнијих као што је формирање капљица, до сложенијих које су присутне у процесу формирања кристала. Већина физичких процеса описује се нелинеарном теоријом [1, 2].

Класичан пример једног нелинеарног феномена у механици флуида је нестабилност Сафман-Тејлора. Она се јавља када се флуид мање вискозности убризгава у флуид веће вискозности у уском простору између две паралелне плоче (Хили-Шо ћелија). Гранична површ постаје нестабилна, настају сложене шаре (*patterns*) у облику прстију, сличне пахуљицама снега (дендрити). Због тога се таква нестабилност у литератури назива вискозна прстаста нестабилност (*viscous fingering*) [3, 4]. Она се јавља како у многим природним, тако и у индустријским процесима [1, 2].

Вискозна прстаста нестабилност представља велики проблем приликом вађења нафте и природног гаса из дубоких подземних слојева, посебно из шкриљаца (фракинг). Ова нестабилност се јавља приликом струјања флуида кроз порозну средину попут песка, земље и порозних стена. Познато је да негативно утиче на проток подземних вода и загађење земљишта. Потребно је посебно обратити пажњу на ову нестабилност у свим фазама процеса експлоатације нафте и природног гаса. Због свега тога веома је важно изучавање и разумевање механизма настанка и развоја вискозне прстасте нестабилности, како би се она успешно контролисала и користила дајући најбоље резултате [1-4].

Нестабилност граничне површи између флуида може се користити и у позитивне сврхе. Током турбулентног струјања, због хаотичног поља брзине, долази до ефикасног мешања флуида. Вредности Рејнолдсовог броја су велике, па доминирају инерцијалне над вискозним силама. При малим вредностима Рејнолдсовог броја, када је у струјном пољу инерција занемарљиво мала, мешање флуида се остварује само процесом дифузије. Овај процес може се поспешити, чак и у одсуству инерције, ако се изазове вискозна прстаста нестабилност на граници између два флуида [1, 2].

Основна апаратура за експериментално проучавање вискозне прстасте нестабилности је Хили-Шо ћелија. То су две хоризонталне паралелне плоче, које су на малом растојању, а простор између њих је испуњен флуидом. На почетку експеримента, мали мехур мање вискозног флуида убацује се кроз централни отвор горње плоче. Флуид се затим убризгава у мехур изазивајући његово ширење и истискивање околног флуида, при чему гранична површ између два флуида постаје нестабилна. Граница се савија у прсте чија амплитуда расте и који даље губе стабилност. Прсти се шире, врло често долази до цепања њихових врхова, тј. умножавања, када се један широки прст подели на два или више нових, док област границе у корену прстију остаје релативно непомична. Тако се формирају шаре врло сличне фракталима. Струјање кроз Хили-Шо ћелију проучава се јер је аналогно струјању у порозном медију. Такође се сматра архетипским моделом за формирање прстастих шара [5]. Што је већа разлика вискозности два флуида, то је њихова гранична површ подложнија појави прстију. Анализе показују да је настанак вискозних прстију резултат односа вискозних и капиларних сила на граници између флуида. Стабилност границе се карактерише капиларним бројем, који представља однос вискозних сила (дестабилизујући фактор) и површинског напона (стабилизујући фактор) [3-7].

Први детаљнији теоријски приказ стабилности граничне површи између флуида који се не мешају у Хили-Шо ћелији, дат је у раду Сафмана и Тејлора из 1958. године [3]. Аутори су се бавили овим проблемом за потребе нафтне индустрије. Извршили су анализу линеарне стабилности како би дошли до израза којим би могли да опишу брзину раста синусоидних пертурбација. По њима је вискозна нестабилност прстију у Хили-Шо ћелији позната и као нестабилност Сафман-Тејлора [3, 4]. Касније су вршени различити експерименти како у правоугаоним, тако и у Хили-Шо ћелијама кружне геометрије [6, 7]. Анализирано је слично

струјање које настаје када се уместо убризгавања флуида мање вискозности плоче размичу, а повећање запремине између плоча доводи до тога да се ваздух са ивице ћелије помера ка унутрашњем делу ћелије, потискујући вискозну течност. Настаје иста врста нестабилности, али се прсти формирају ка унутрашњости Хили-Шо ћелије [6, 7].

У новије време проучава се сложенија варијанта Хили-Шоовог проблема у којој се уместо горње плоче користи танка, еластична мембрана [8-15]. Код таквог проблема неопходно је укључити у анализу интеракцију између флуида и деформабилне мембране (*fluid-structure interaction, FSI*). Зависно од еластичности зида тада могу настати различити облици шара. Граница ваздух-течност је нестабилна и узрокује да се еластична плоча пасивно савија као одговор на појаву прстију у ваздушном мехуру. Проблем се анализира теоријски, експериментално и нумерички [8-18].

Предмет изучавања овог доктората је вискозна прста нестабилност у деформабилној Хили-Шо ћелији у којој се доња плоча замењује еластомером, док је горња крута. Плоче су осносиметричне и налазе се на малом растојању, тако да пре почетка струјања у простору између њих флуид мирује. Под утицајем притиска другог флуида који се у правцу осе симетрије ћелије убризгава у простор између плоча, кроз отвор у горњој плочи, настаје радијално струјање оба флуида од осе према ободу плоча. Еластомер се деформише услед промене поља притиска тако што се у близини улаза (инјекционе тачке) размак повећава, док се при ободу ћелије смањује. Размак између плоча у току струјања зависи како од просторних координата, тако и од времена. Под одређеним условима приликом таквог струјања флуида и деформисања еластомера може доћи до потпуног затварања излаза – феномена познатог као загушење (*flow choking*) [19, 21, 26]. Приликом анализе струјања важно је узети у обзир интеракцију флуида и плоче – еластомера. То подразумева формирање и решавање сложеног система једначина струјања флуида и деформације еластичног зида који је у контакту са флуидима и специфичних граничних услова због тога што један зид није крут [16, 19-21, 26].

Експериментални резултати са Универзитета у Манчестеру показују да је осносиметрична површ обе плоче између којих се формира нестабилна граница између два флуида различитих вискозности осетљива на неосносиметричне поремећаје, који могу да се развију у видљиве „прсте“ различите ширине и дужине [16, 20, 21]. Експерименти показују да при већим брзинама убризгавања може доћи до заробљавања граничне површи између флуида или потпуног прекида струјања, тј. загушења [19-21, 26]. Осим тога, експериментални резултати показују да морфологија прстију и механизам загушења директно зависе од механичких својстава еластомера (модула еластичности и дебљине), као и од услова струјања [16, 19-21, 26].

Због свега тога, идеја је да се приликом анализе развоја нестабилности, мали неосносиметрични поремећаји додају решењу за осносиметрично струјање у ћелији и изврши пертурбациона анализа која омогућава одређивање услова под којима поремећаји расту или нестају. На тај начин могуће је одредити критичну вредност протока убризгаваног флуида и предвидети почетак разграновања граничне површи између два флуида [6, 7, 16, 21, 27]. Анализа би могла да доведе до дефинисања бездимензијског броја који би био дефинисан преко хидродинамичких и еластичних параметара ћелије. Приликом анализе конкретног проблема, вредности таквог броја могле би да предвиде како ће се кретати гранична површ између убризгаваног и потискиваног флуида [19, 21, 26].

У деформабилној Хили-Шо ћелији долази до изражаја интеракција између флуида и зида, а еластичност зидова има велики утицај на стабилност струјања. Уз притисне, вискозне и еластичне силе код оваквих струјања долазе до изражаја и капиларне силе [8-18]. Идеја је да се, узимајући у обзир ове силе, дође до нових резултата теоријском и нумеричком анализом проблема струјања два флуида у деформабилној Хили-Шо ћелији. То ће допринети бољем разумевању ових сложених процеса струјања и дати корисне modele који могу бити значајни за развој паметних микрофлуидних уређаја као што су саморегулишући микровентили, микрофлуидни осигурачи и прекидачи [17, 18, 22-28].

Основни циљеви истраживања су:

- Формулисање кохерентног математичког модела који веродостојно описује физику проблема и који повезује појаву и развитак вискозне прстасте нестабилности са деформацијом еластичног зида насталом при струјању флуида у оносиметричној деформабилној Хили-Шо ћелији.
- Извођење система парцијалних диференцијалних једначина из основних закона механике флуида и теорије еластичности, као и њихово свођење на облик погодан за нумеричко решавање у случају
 - оносиметричног струјања флуида и
 - када се струјање флуида у оносиметричној Хили-Шо ћелији не може сматрати оносиметричним.
- Добијање нумеричких резултата и њихово поређење са резултатима експерименталних испитивања која су извршена у лабораторији на Универзитету у Манчестеру; процена грешке аналитичког, нумеричког и експерименталног модела.
- Формулисање потенцијалних излаза из овог истраживања у виду примене у биомедицинским уређајима (нпр. микропумпе и саморегулишући микровентили).

Прстаста нестабилност (viscous fingering) у деформабилној Хили-Шо ћелији са једним еластичним зидом представља класичан пример спрегнутог проблема код ког се струјање два вискозна флуида остварује у уском простору између крутог и деформабилног зида. За разлику од круте конфигурације, локална деформација еластомера динамички мења размак између плоча, расподелу притиска и услове стабилности границе између два флуида, што утиче на промену вредности критичних параметара и морфологије прстију. Теоријски и нумерички модели заснивају се на спрези основних једначина механике флуида и једначине еластичног зида, које уз одговарајуће граничне и почетне услове омогућавају анализу стабилности струјања. Добијена нумеричка решења могу се потврдити поређењем са експериментима.

2.1 Библиографски извори: преглед релевантних референци

У наставку је дат преглед кључних и релевантних литературних извора који чине теоријску и методолошку основу истраживања планираних у оквиру ове докторске дисертације:

- [1] Cvetkovic, I., Milicev, S.: Pore-scale viscous fingering as a mechanism for pattern formation – a historical overview, application and the ways of controlling it; *Advances in Physics*: X, 9(1), <https://doi.org/10.1080/23746149.2024.2370838>
- [2] Homsy, G. M.: *Viscous Fingering in Porous Media*; *Annual Review of Fluid Mechanics* (1987); 19(1), pp. 271-311, <https://doi.org/10.1146/annurev.fl.19.010187.001415>
- [3] Saffman, P. G., Taylor, G. I.: The Penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing more viscous fluid; *Proceedings of the Royal Society A* (1958), Vol. 245, Issue 1242, pp. 312-329, <https://doi.org/10.1098/rspa.1958.0085>
- [4] Saffman, P. G.: Viscous fingering in Hele-Shaw cells; *Journal of Fluid Mechanics* (1986), Vol. 173, pp. 73-94, <https://doi.org/10.1017/S0022112086001088>
- [5] Couder Y.: Viscous fingering as an archetype of growth patterns; *A Collective Introduction to Current Research* (2000), edited by G. K. Batchelor, H. K. Moffatt, and M. G. Worster, Cambridge University Press, pp. 53-104
- [6] Paterson, L.: Radial fingering in a Hele-Shaw cell; *Journal of Fluid Mechanics* (1981), Vol. 113, pp. 513-529, <https://doi.org/10.1017/S0022112081003613>
- [7] Miranda, J. A., Widom, M.: Radial fingering in a Hele-Shaw cell: a weakly nonlinear analysis; *Physica D: Nonlinear Phenomena* (1998), Vol. 120, Issue 3-4, pp. 315-328,

[https://doi.org/10.1016/S0167-2789\(98\)00097-9](https://doi.org/10.1016/S0167-2789(98)00097-9)

- [8] Pihler-Puzovic, D., Illien, P., Heil, M., Juel, A.: Suppression of Complex Fingerlike Patterns at the Interface between Air and a Viscous Fluid by Elastic Membrane; *Physical Review Letters* (2012), Vol. 108, Issue 7, pp. 074502, <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.108.074502>
- [9] Pihler-Puzovic, D., Périllat, R., Russell, M., Juel, A., Heil, M.: Modelling the suppression of viscous fingering in elastic-walled Hele-Shaw cells; *Journal of Fluid Mechanics* (2013), Vol. 731, pp. 162-183, <https://doi.org/10.1017/jfm.2013.375>
- [10] Al-Housseiny, T. T., Christov, I. C., Stone, H. A.: Two-phase fluid displacement and interfacial instabilities under elastic membranes; *Physical Review Letters* (2013), Vol. 111, Issue 3, 034502, <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.111.034502>
- [11] Pihler-Puzovic, D., Juel, A., Heil, M.: The interaction between viscous fingering and wrinkling in elastic-walled Hele-Shaw cells; *Physics of Fluids* (2014); 26 (2): 022102, <https://doi.org/10.1063/1.4864188>
- [12] Pihler-Puzovic, D., Juel, A., Peng, G. G., Lister, J. R., Heil, M.: Displacement flows under elastic membranes, Part 1, Experiments and direct numerical simulations; *Journal of Fluid Mechanics* (2015), Vol. 784, pp. 487-511, <https://doi.org/10.1017/jfm.2015.590>
- [13] Peng, G. G., Pihler-Puzovic, D., Juel, A., Heil, M., Lister, J. R.: Displacement flows under elastic membranes, Part 2, Analysis of interfacial effects; *Journal of Fluid Mechanics* (2015), Vol. 784, pp. 512-547, <https://doi.org/10.1017/jfm.2015.589>
- [14] Ducloué, L., Hazel, A. L., Pihler-Puzovic, D., Juel, A.: Viscous fingering and dendritic growth under an elastic membrane; *Journal of Fluid Mechanics* (2017); 826:R2, <https://doi.org/10.1017/jfm.2017.468>
- [15] Juel, A., Pihler-Puzovic, D., Heil, M.: Instabilities in blistering; *Annual Review of Fluid Mechanics* (2018), Vol. 50, pp. 691-714, <https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-122316-045106>
- [16] Pihler-Puzovic, D., Peng, G. G., Lister, J. R., Juel, A.: Viscous fingering in a radial elastic-walled Hele-Shaw cell; *Journal of Fluid Mechanics* (2018), 849:163-191, <https://doi.org/10.1017/jfm.2018.404>
- [17] Wang, X., Christov, I. C.: Theory of the flow-induced deformation of shallow compliant microchannels with thick walls; *Proceedings of the Royal Society A* (2019), 475 (2231): 20190513, <https://doi.org/10.1098/rspa.2019.0513>
- [18] Cuttle, C., Pihler-Puzovic, D., Juel, A.: Dynamics of front propagation in a compliant channel; *Journal of Fluid Mechanics* (2020), Vol. 886, A20, <https://doi.org/10.1017/jfm.2019.1037>
- [19] Box, F., Peng, G. G., Pihler-Puzovic, D., Juel, A.: Flow-induced choking of a compliant Hele-Shaw cell; *Proceedings of the National Academy of Science (PNAS)* (2020); Vol. 117, Issue 48, pp. 30228-30233, <https://doi.org/10.1073/pnas.2008273117>
- [20] Peng, G. G., Cuttle, C., Box, F., Guan, J. H., Juel, A., MacMinn, C. W., Pihler-Puzovic, D.: Trapping and escape of viscous fingers in a soft Hele-Shaw cell; *Physical Review Fluids* (2022), Vol. 7, Issue 6, L062001, <https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.7.L062001>
- [21] Peng, G. G., Cuttle, C., MacMinn, C. W., Pihler-Puzovic, D.: Axisymmetric gas-liquid displacement flow under a confined elastic slab; *Physical Review Fluids* (2023), Vol. 8, Issue 9, 094005, <https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.8.094005>
- [22] Li, H., Juel, A., Box, F., Pihler-Puzovic, D.: Propagation of air fingers into an elastorigid Y-bifurcation; *Physical Review Fluids* (2023), 8, 094001, <https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.8.094001>
- [23] Cuttle, C., Morrow, L. C., MacMinn, C. W.: Compression-driven viscous fingering in a radial Hele-Shaw cell; *Physical Review Fluids* (2023), Vol. 8, Issue 11, 113904, <https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.8.113904>

- [24] Hewitt, D. R., Nijjer, J. S., Worster M. G., Neufeld, J. A.: Flow-induced compaction of a deformable porous medium; *Physical Review E* (2016), Vol. 93, Issue 2, 023116, <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.93.023116>
- [25] Dumazer, G., Sandnes, B., Ayaz, M., Måløy, K. J. and Flekkøy, E. G.: Frictional fluid dynamics and plug formation in multiphase millifluidic flow, *Physical Review Letters* (2016), Vol. 117, Issue 2, 028002, <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.117.028002>
- [26] Melvin, L., Peng G. G., Pihler-Puzovic, D., Boxx, F.: Choking the flow in soft Hele-Shaw cells: the role of elastomer geometry; *Journal of Fluid Mechanics* (2025); 1016:R6, <https://doi.org/10.1017/jfm.2025.10425>
- [27] Lawless, J., Juel, A., Pihler-Puzovic, D.: Nonlinear Dynamics of Viscous Fingering; *Physica D: Nonlinear Phenomena* (2025), 476, Article 134631, <https://doi.org/10.1016/j.physd.2025.134631>
- [28] Pihler-Puzovic, D.: When space gets tight: confinement-driven particulate fingering; *Journal of Fluid Mechanics* (2025), Vol. 1018, F1, <https://doi.org/jfm.2025.10382>

3. Полазне хипотезе

Приликом истраживања струјања у оносиметричној деформабилној Хили–Шо ћелији усвајају се следеће полазне хипотезе:

- растојање између плоча је много мање од њиховог пречника;
- у почетном тренутку у простору између плоча мирује флуид;
- други флуид се убризгава кроз горњу плочу, у правцу осе симетрије ћелије, малим масеним протоком, при чему изазива струјање оба флуида;
- струјања убризгаваног и потискиваног флуида су спора;
- флуиди имају различите вискозности;
- уколико је убризгавани флуид гас, његова стишљивост се може занемарити;
- доња плоча је деформабилна;
- струјања флуида и еластични одзив еластомера посматрају се спрегнуто са циљем:
 - поузданог описивања динамике ширења мехура и губитка осне симетрије у деформабилној Хили–Шо ћелији
 - предвиђања временске еволуције полупречника граничне површи, брзине раста нестабилности и броја формираних прстију на граничној површи између флуида.
- карактеристике нестабилности одређене су вредношћу капиларног броја (количник вискозних сила и површинског напона) и параметром интеракције (међудејства) флуида и (деформабилне) структуре (зида ћелије), скраћено FSI.

4. Научне методе истраживања

Имајући у виду сложеност и мултидисциплинарни карактер проблема, у овој докторској дисертацији биће примењене следеће научне методе истраживања:

- теоријско моделирање проблема, засновано на механици непрекидних средина, ради формулације спрегнутог проблема интеракције флуида и структуре (FSI);
- асимптотска анализа, којом се тродимензијске једначине струјања, узимајући у обзир геометрију ћелије, мале вредности Рејнолдсовог броја и одговарајуће претпоставке, свде на поједностављени Хили–Шо модел;
- теорија еластичности којом се описује деформација еластичне граничне површи (еластомера) и њене спреге са струјањем;

- формулација и анализа система парцијалних диференцијалних једначина првог и другог реда, уз одговарајуће почетне и граничне услове;
- бездимензионисање система једначина, почетних и граничних услова, као и параметарска анализа, увођењем карактеристичних размера и бездимензијских бројева ради издвајања доминантних чланова и разграничења стабилних и нестабилних режима;
- линеарна анализа стабилности, заснована на теорији пертурбација (стабилност граничне површи анализира се применом теорије малих поремећаја и линеаризацијом система);
- нумеричке методе и рачунарске симулације, кроз дискретизацију спрегнутог проблема применом метода коначних разлика, уз анализу конвергенције, стабилности и осетљивости решења на параметре система.

5. Очекивани научни допринос

Научни допринос дисертације припада области механике флуида, односно проучавању међуповршинских нестабилности и спрегнутог деловања флуида и деформабилних структура. На основу полазних хипотеза и примену наведених метода, очекивани резултати истраживања обухватају:

- формирање теоријско-нумеричког модела вискозне прстасте нестабилности у осносиметричној деформабилној Хили-Шо ћелији, у коме се спрежу струјање два флуида и деформација еластомера, услед које долази до промене локалног размака између плоча, као и верификацију поређењем добијених резултата са моделима за круту Хили-Шо ћелију објављеним у литератури и експерименталним подацима добијеним у лабораторији Универзитета у Манчестеру;
- унапређење досадашњих резултата датих у литератури, који се односе само на осносиметрично струјање у Хили-Шо ћелији, анализом утицаја деформабилности зида на развој нестабилности, односно на раст неосносиметричних поремећаја, број формираних прстију и могућу појаву загушења.

6. План истраживања и структура рада

План истраживања, у оквиру предметне докторске дисертације реализује се кроз следеће фазе:

• Анализа релевантне литературе

Систематски преглед теоријских, нумеричких и експерименталних истраживања вискозне прстасте нестабилности у деформабилној Хили-Шо ћелији, са посебним освртом на спрегу поља притиска у флуидима и еластичне деформације зида ћелије, односно интеракције флуида и деформабилне структуре. Анализирају се утицај механичких својстава еластомера, услови настанка и развоја нестабилности, као и морфологија граничне површи између два флуида различитих вискозности.

• Формулисање математичког модела

Формирање спрегнутог математичког модела који обухвата квази-дводимензијско струјање у Хили-Шо ћелији и једначине еластичне деформације еластомера, при чему је локална геометрија система функција притиска у флуиду. Модел се затвара

одговарајућим кинематичким и динамичким условима на површи између флуида и деформабилне подлоге, уз прецизно дефинисане почетне и граничне услове спрегнутог проблема.

- **Линеарна анализа стабилности**

Спровођење линеарне анализе стабилности граничне површи између флуида за осносиметрични и неосносиметрични случај, ради одређивања услова настанка нестабилности и утицаја еластичности подлоге на брзину раста нестабилности и број формираних прстију.

- **Нумеричка имплементација модела**

Развој сопственог нумеричког модела за решавање спрегнутог проблема и симулацију нелинеарног развоја граничне површи између флуида.

- **Анализа експерименталних резултата**

Обрада и анализа експерименталних података добијених у лабораторији Универзитета у Манчестеру, са посебним освртом на морфологију и динамику развоја прстастих структура.

- **Поређење и валидација**

Квантитативно поређење добијених теоријских и нумеричких резултата са експерименталним подацима ради верификације модела и процене његове применљивости.

7. Закључак и предлог

На основу анализе пријаве теме докторске дисертације кандидаткиње Иване Цветковић, маг. инж. маш., архивирани под евиденционим бројем 560/1 од 17.03.2026. године, а сходно сагласности Колегијума наставника Катедре за механику флуида број 560/2 од 03.04.2026. године, као и Одлуци Наставно-научног већа број 560/3 од 23.04.2026. године, Комисија за подношење извештаја о научној заснованости теме докторске дисертације закључује да је предложена тема научно утемељена и адекватна за израду докторске дисертације, којом се може остварити значајан научни допринос, као и да кандидаткиња испуњава законске и друге услове за рад на предметној докторској дисертацији, тако да Комисија предлаже Наставно-научном већу Универзитета у Београду - Машинског факултета да се

Ивани Цветковић, маг.инж.маш.

одобри израду докторске дисертације под називом:

**Вискозна прстаста нестабилност у деформабилној Хили-Шо ћелији,
Viscous fingering in a compliant Hele-Shaw cell**

која припада научној области: **машинско инжењерство** и ужој научној области **механика флуида**, а за коју је матичан Универзитет у Београду - Машински факултет. Комисија предлаже Наставно-научном већу Универзитета у Београду - Машинског факултета да се за **менторе** наведене докторске дисертације кандидаткиње Иване Цветковић, маг. инж. маш., именује **др Снежана Милићев**, редовни професор Универзитета у Београду -

Машинског факултета и **др Драга Пихлер Пузовић**, ванредни професор (senior lecturer) на Одељењу за физику и астрономију Универзитета у Манчестеру које испуњавају све услове у складу са чланом 28. Правилника о Докторским студијама на Универзитету у Београду – Машинском факултету.

Београд, 08.05.2026. године

ЧЛАНОВИ КОМИСИЈЕ

.....
Проф. др Невена Стевановић, редовни професор
Универзитет у Београду - Машински факултет

.....
Проф. др Бранислав Попконстантиновић, редовни
професор
Универзитет у Београду - Машински факултет

.....
Проф. др Даворка Јандрлић, ванредни професор
Универзитет у Београду - Машински факултет

.....
Проф. др Снежана Милићев, редовни професор
Универзитет у Београду - Машински факултет

.....
Проф. др Драга Пихлер-Пузовић, ванредни
професор (senior lecturer) на Одељењу за физику и
астрономију Универзитета у Манчестеру